

Hen Gwestiynau Arholiad
Ffwythiannau Real

(Haf 2006)

1. Diffinnir y ffwythiant f fel a ganlyn.

$$f(x) = x \quad \text{ar gyfer } x < 0,$$

$$f(x) = \sin x \quad \text{ar gyfer } x \geq 0.$$

Darganfyddwch a yw

(i) y ffwythiant f ,(ii) ei ddeilliad f' yn ddi-dor ai peidio pan fydd $x = 0$.

[5]

3. Diffinnir y ffwythiant f ar y parth $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ gan

$$f(x) = \frac{1}{x(x^2 + 1)}.$$

(a) Dangoswch fod f yn ffwythiant lleihaol caeth (*strictly decreasing*) dros y cyfwng $(0, \infty)$. [3]

(b) Nodwch, gan roi rheswm, a yw f yn eil-ffwythiant, yn od-ffwythiant neu heb fod naill ai'n eil-ffwythiant nac ychwaith yn od-ffwythiant. [2]

(c) Nodwch hafaliad pob un o'r asymptotau ar graff f . [2]

(ch) Brasluniwch graff f . [2]

(Haf 2007)

6. Diffinnir y ffwythiant f gan

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}.$$

(a) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau arhosol ar graff f . [4]

(b) Darganfyddwch hafaliad pob un o'r ddau asymptot. [2]

(c) Brasluniwch graff f . [2]

(ch) Darganfyddwch $f(A)$, lle dynoda A y cyfwng $[1, 5]$. [4]

8. Diffinnir y ffwythiant f ar y parth $(0, 2)$ gan

$$f(x) = 4x^2 \quad \text{ar gyfer } 0 < x < 1,$$

$$f(x) = (x + 1)^2 \quad \text{ar gyfer } 1 \leq x < 2.$$

(a) Darganfyddwch a yw f yn ddi-dor ai peidio pan fydd $x = 1$. [2]

(b) Dangoswch fod f yn ffwythiant cynyddol caeth (*strictly increasing*). [2]

(c) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer $f^{-1}(x)$ ar gyfer pob rhan o'i barth. [6]

(Haf 2008)

1. Ar gyfer pob un o'r ffwythiannau canlynol, nodwch, gan roi rheswm, a yw'n eil-ffwythiant, yn od-ffwythiant neu heb fod naill ai'n eil-ffwythiant nac ychwaith yn od-ffwythiant.

(a) $\frac{x}{x^2 + 1}$ [2]

(b) $e^x + 1$ [2]

2. Diffinnir y ffwythiant f gan

$$f(x) = 1 + ax^3 \quad \text{ar gyfer } x < 2,$$

$$f(x) = bx^2 - 3 \quad \text{ar gyfer } x \geq 2.$$

O wybod bod f a'i ddeilliad f' , ill dau, yn ddi-dor yn $x = 2$, darganfyddwch werthoedd y cysonion a a b . [6]

(Haf 2009)

1. Mae'r ffwythiannau f , g ac h wedi'u diffinio fel a ganlyn:

$$f(x) = \sin x$$

$$g(x) = |x|$$

$$h(x) = \frac{1}{x}$$

(a) Nodwch, gan roi rheswm, pa un o'r ffwythiannau uchod sydd ddim yn ddi-dor. [2]

(b) Nodwch, gan roi rheswm, a yw

(i) g yn eil-ffwythiant neu yn od-ffwythiant,

(ii) h yn eil-ffwythiant neu yn od-ffwythiant. [4]

8. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{x(x+3)}{x-1}.$$

(a) Dangoswch ei bod yn bosibl ysgrifennu $f(x)$ yn y ffurf

$$ax + b + \frac{c}{x-1}$$

lle mae a, b, c yn gysonion sydd i'w darganfod. [3]

(b) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau arhosol ar graff f . [4]

(c) Nodwch hafaliadau pob un o'r asymptotau ar graff f a brasluniwch graff f . [4]

(ch) Darganfyddwch $f^{-1}(A)$, lle mae A yn dynodi'r cyfwng $[0, 10]$. [5]

(Haf 2010)

6. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}.$$

(a) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwynt arhosol ar graff f . [4]

(b) Nodwch hafaliad pob un o'r asymptotau ar graff f . [2]

(c) Brasluniwch graff f . [2]

(ch) Darganfyddwch $f^{-1}(A)$, lle mae A yn dynodi'r cyfwng $[0, 2]$. [5]

7. Boed i f ddynodi ffwythiant â pharth $(-a, a)$. Mae'r ffwythiannau g ac h wedi'u diffinio fel a ganlyn.

$$\begin{aligned}g(x) &= f(x) + f(-x) \\h(x) &= f(x) - f(-x)\end{aligned}$$

(a) Dangoswch fod g yn eil-ffwythiant ac h yn od-ffwythiant. Trwy hyn, dangoswch ei bod yn bosibl mynegi f fel swm eil-ffwythiant ac od-ffwythiant. [3]

(b) O wybod, ar gyfer $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, bod

$$f(x) = \ln(1 + \sin x),$$

(i) darganfyddwch a symleiddiwch fynegiad ar gyfer $g(x)$,

(ii) dangoswch fod

$$h(x) = 2 \ln(\sec x + \tan x). \quad [7]$$

(Haf 2011)

3. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio bob yn ddarn (*piecewise*) gan

$$f(x) = -x^2 + 6x - 7 \quad (x \leq 2),$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 4 \quad (x > 2).$$

- (a) Darganfyddwch a yw f yn ddi-dor ai peidio ar gyfer pob gwerth o x . [2]
- (b) Darganfyddwch a yw f yn ffwythiant cynyddol caeth (*strictly increasing*) ai peidio. [4]
- (c) Mae'r cyfwng $[1, 3]$ wedi'i ddynodi gan A . Darganfyddwch $f(A)$. [3]

(Haf 2012)

1. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio bob yn ddarn (*piecewise*) gan

$$f(x) = ax^2 - 8 \quad (x \leq 2),$$

$$f(x) = x^3 - bx \quad (x > 2),$$

lle mae a a b yn gysonion.

O wybod bod f a'i ddeilliad f' yn ddi-dor pan fydd $x = 2$, darganfyddwch werthoedd a a b . [5]

5. (a) Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = x^2 \sin x.$$

Darganfyddwch a yw f yn eil-ffwythiant neu yn od-ffwythiant. [3]

(b) Mae'r ffwythiant g wedi'i ddiffinio gan

$$g(x) = x^n \sin x,$$

lle mae n yn gyfanrif positif. Darganfyddwch y set o werthoedd ar gyfer n fel bod g

- (i) yn eil-ffwythiant,
(ii) yn od-ffwythiant. [3]

6. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{2}{x-3} + x - 6.$$

- (a) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau lle mae graff f yn croestorri'r echelinau cyfesurynnol. [5]
- (b) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau arhosol ar graff f . [5]
- (c) Nodwch hafaliad pob un o'r asymptotau ar graff f . [2]
- (ch) Brasluniwch graff f . [2]

(Haf 2013)

4. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio ar y parth $x > 1$ gan

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}.$$

(a) Dangoswch fod f yn ffwythiant lleihaol caeth (*strictly decreasing*). [3]

(b) O wybod bod $S = [4, 5]$, darganfyddwch

(i) $f(S)$,

(ii) $f^{-1}(S)$. [6]

7. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{(2x^2 + 1)^2}{x^3}.$$

(a) Darganfyddwch a yw f yn eil-ffwythiant, yn od-ffwythiant neu heb fod naill ai'n eil-ffwythiant nac ychwaith yn od-ffwythiant. [3]

(b) Darganfyddwch gyfesurynnau- x y pwyntiau arhosol ar graff f . [4]

(c) Nodwch hafaliad pob un o'r asymptotau ar graff f . [2]

(ch) Brasluniwch graff f a'i asymptotau. [2]

(Haf 2014)

3. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = e^{2x} \quad \text{ar gyfer } x < 0,$$

$$f(x) = (x + 1)^2 \quad \text{ar gyfer } x \geq 0.$$

Darganfyddwch

(a) a yw f yn ddi-dor ai peidio pan fydd $x = 0$, [3]

(b) a yw'r deilliad (*derivative*) f' yn ddi-dor ai peidio pan fydd $x = 0$. [3]

8. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-4)}.$$

- (a) Ysgrifennwch gyfesurynnau croestorfannau graff f â'r echelinau cyfesurynnol. [1]
- (b) Darganfyddwch hafaliad
- (i) yr asymptot fertigol ar graff f ,
 - (ii) yr asymptot sydd ddim yn baralel i unrhyw un o'r echelinau cyfesurynnol. [4]
- (c) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau arhosol ar graff f . [4]
- (ch) Brasluniwch graff f a'i asymptotau. [3]
- (d) Mae'r set $S = [-7, 3]$. Darganfyddwch
- (i) $f(S)$,
 - (ii) $f^{-1}(S)$. [6]

(Haf 2015)

2. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = ax^3 + bx \quad \text{ar gyfer } x \leq -1,$$

$$f(x) = x^2 - x + 2 \quad \text{ar gyfer } x > -1.$$

- (a) O wybod bod f a'i ddeilliad, y ddau ohonynt, yn ddi-dor pan fydd $x = -1$, darganfyddwch werthoedd y cysonion a a b . [6]
- (b) Mae gan yr hafaliad $f(x) = 0$ union un gwreiddyn. Darganfyddwch ei werth. [2]

7. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x-2}.$$

- (a) Ysgrifennwch hafaliadau'r asymptotau fertigol ar graff f . [1]
- (b) Darganfyddwch groestorfannau graff f â'r echelinau cyfesurynnol. [3]
- (c) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau arhosol ar graff f a dosbarthwch bob pwynt fel maccsimwm (uchafbwynt) neu fel minimwm (isafbwynt). [8]
- (ch) Brasluniwch graff f . [2]
- (d) Mae'r set $S = [-1, 0]$. Darganfyddwch
- (i) $f(S)$,
 - (ii) $f^{-1}(S)$. [6]

(Haf 2016)

7. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^3 - 1}.$$

- (a) Ysgrifennwch hafaliadau'r asymptotau ar graff f . [2]
- (b) Darganfyddwch groestorfannau graff f â'r echelinau cyfesurynnol. [2]
- (c) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwynt arhosol ar graff f a nodwch a yw'n uchafbwynt (maccsimwm), yn isafbwynt (minimwm) neu'n bwynt ffurfdro. [5]
- (ch) Brasluniwch graff f , gan gynnwys yr asymptotau. [3]
- (d) Mae'r set $S = [-2, 2]$. Darganfyddwch
- (i) $f(S)$.
- (ii) $f^{-1}(S)$. [6]

(Haf 2017)

1. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio ar y parth $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ gan

$$f(x) = \sec x + x \tan x.$$

Darganfyddwch a yw f yn eil-ffwythiant, yn od-ffwythiant neu ddim yn eil-ffwythiant nac yn od-ffwythiant. [3]

8. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = x + 3 + \frac{1}{x+1}.$$

- (a) Darganfyddwch hafaliad
- (i) yr asymptot fertigol ar graff f ,
- (ii) yr asymptot sydd ddim yn baralel i unrhyw un o'r echelinau cyfesurynnol. [2]
- (b) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwyntiau arhosol ar graff f . [5]
- (c) (i) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer $f''(x)$.
- (ii) Trwy hyn dosbarthwch bob un o'r pwyntiau arhosol fel maccsimwm (uchafbwynt) neu fel minimwm (isafbwynt). [3]
- (ch) Brasluniwch graff f , gan gynnwys yr asymptotau. [3]
- (d) Mae'r set S wedi'i rhoi gan $S = [4, 5]$. Darganfyddwch $f^{-1}(S)$. [4]

2. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \sqrt{-x} \quad \text{ar gyfer } x < 0,$$

$$f(x) = -\sqrt{x} \quad \text{ar gyfer } x \geq 0.$$

Darganfyddwch a yw f yn eil-ffwythiant, yn od-ffwythiant, neu ddim yn eil-ffwythiant nac yn od-ffwythiant. [3]

8. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{1+x+x^2}{1-x+x^2}.$$

- (a) Darganfyddwch hafaliad yr asymptot ar graff f . [1]
- (b) (i) Darganfyddwch gyfesurynnau'r ddau bwynt arhosol ar graff f .
(ii) Trwy ystyried arwyddion $f'(x)$ ger y pwyntiau arhosol hyn, dosbarthwch bob un fel maccsimwm (uchafbwynt) neu fel minimwm (isafbwynt). [8]
- (c) Brasluniwch graff f . [2]
- (ch) Mae'r set $S = (2, 3)$. Darganfyddwch $f^{-1}(S)$. [5]