

979/51

MATHEMATEG FP3

Mathemateg Bur Bellach

A.M. DYDD LLUN, 19 Mehefin 2006

(1½ awr)

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Atebwch **bob** cwestiwn.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Rhoddir nifer y marciau mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Atgoffir chi bod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. (a) Gan ddefnyddio diffiniadau esbonyddol $\sinh x$ a $\cosh x$, dangoswch fod

$$\cosh 2x = 2\sinh^2 x + 1. \quad [3]$$

- (b) Datrysych yr hafaliad

$$\cosh 2x = 3\sinh x$$

gan roi eich atebion yn gywir i dri ffigur ystyrlon.

[6]

2. Defnyddiwch yr amnewid $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ i enrhifo'r integryn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1 + 3 \cos x)}$$

[8]

3. Diffinnir y ffwythiant f gan

$$f(x) = \ln \sec x.$$

- (a) Darganfyddwch gyfres Maclaurin ar gyfer $f(x)$ hyd at, a chan gynnwys, y term yn x^4 . [9]

- (b) Mae i'r hafaliad

$$\ln \sec x = 1 - 10x^2$$

wreiddyn positif bach α . Defnyddiwch eich cyfres i ddarganfod brasamcan ar gyfer α , gan roi eich ateb yn gywir i bedwar lle degol. [4]

4. Mae gan gromlin yr hafaliadau paramedrig

$$x = \theta + \sin \theta, y = 1 + \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi).$$

- (a) Dangoswch fod

$$\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 = 4\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad [5]$$

- (b) Darganfyddwch gyfanswm hyd y gromlin. [4]

- (c) Mae'r gromlin yn cael ei chylchdroi trwy 360° o amgylch yr echelin- x . Darganfyddwch arwynebedd arwyneb crwm y solid cylchdro a gynhyrchir. [8]

5. Diffinnir yr integryn I_n , ar gyfer $n \geq 0$, gan

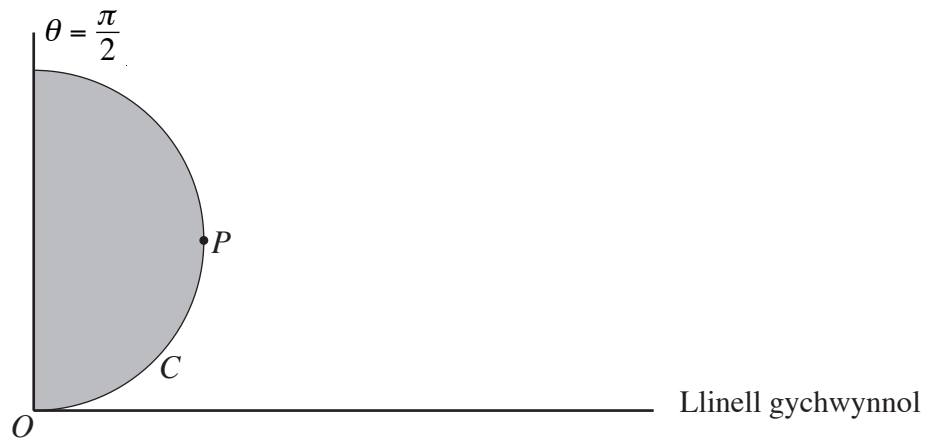
$$I_n = \int_0^{\pi} \theta^n \sin \theta \, d\theta.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \pi^n - n(n-1)I_{n-2}. \quad [8]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn nhermau pwerau π . [5]

6.



Mae'r diagram yn dangos y llinell gychwynol, y llinell $\theta = \frac{\pi}{2}$ a'r gromlin C â hafaliad

$$r = \sinh \theta \quad (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}).$$

(a) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i dywyllu. [5]

(b) Mae'r tangiad i C yn y pwynt P yn berpendicwlar i'r llinell gychwynol.

(i) Dangoswch fod cyfesuryn- θ P yn bodloni'r hafaliad

$$\tanh \theta = \cot \theta.$$

(ii) Gan ddechrau gyda'r brasamcan cychwynol $\theta_0 = 1$ ar gyfer gwreiddyn yr hafaliad hwn, defnyddiwch y dull Newton-Raphson **unwaith** i ddarganfod gwell brasamcan θ_1 . Rhwch eich ateb yn gywir i bedwar ffigur ystyrlon. [10]