

Hen Gwestiynau Arholiad

Fformiwlâu Gostwng

(Haf 2006)

5. Diffinnir yr integryn I_n , ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\pi} \theta^n \sin \theta \, d\theta.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \pi^n - n(n-1)I_{n-2}. \quad [8]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn nhermau pwerau π . [5]

(Haf 2007)

7. Diffinnir yr integryn I_n , ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^1 x^n (1-x)^{\frac{3}{2}} \, dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 1$, fod

$$I_n = \left(\frac{2n}{2n+5} \right) I_{n-1}. \quad [7]$$

(b) Enrhifwch I_2 . [6]

(Haf 2008)

5. Diffinnir yr integryn I_n , ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_1^2 x(\ln x)^n \, dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 1$, fod

$$I_n = 2(\ln 2)^n - \frac{n}{2} I_{n-1}. \quad [5]$$

(b) Enrhifwch I_2 , gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [5]

(Haf 2009)

6. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx .$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2} . \quad [5]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn nhermau π . [5]

(Haf 2010)

7. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx .$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \left(\frac{n-1}{n}\right) I_{n-2} . \quad [5]$$

(b) Trwy hyn, enrhifwch

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx,$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin^2 x dx.$ [8]

(Haf 2011)

7. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^a \tanh^n x dx ,$$

lle mae $a = \tanh^{-1} 0.5$.

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = I_{n-2} - \frac{0.5^{n-1}}{n-1} . \quad [5]$$

(b) Gan roi eich atebion yn gywir i dri ffigur ystyrlon, enrhifwch

(i) $I_0,$

(ii) $I_4.$ [5]

(Haf 2012)

6. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta^n \cos \theta \, d\theta.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \left(\frac{\pi}{2}\right)^n - n(n-1)I_{n-2}. \quad [5]$$

(b) (i) Trwy hyn, enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrllon.

(ii) Diddwythwch werth

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta^5 \sin \theta \, d\theta. \quad [7]$$

(Haf 2013)

5. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^1 x^n \sinh x \, dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \cosh 1 - n \sinh 1 + n(n-1)I_{n-2}. \quad [5]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn y ffurf

$$a \cosh 1 + b \sinh 1 + c,$$

lle mae a, b, c yn gyfanrifau. [5]

(Haf 2014)

5. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-x^2} \, dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \left(\frac{n-1}{2}\right) I_{n-2} - \frac{e^{-1}}{2}. \quad [3]$$

(b) Enrhifwch I_5 , gan roi eich ateb yn y ffurf $a - be^{-1}$, lle mae a, b yn gysonion positif sydd i'w darganfod. [6]

(Haf 2015)

6. (a) Dangoswch fod

$$\frac{d}{dx} \left((4 - x^2)^{\frac{3}{2}} \right) = -3x(4 - x^2)^{\frac{1}{2}}. \quad [1]$$

Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio ar gyfer $n \geq 0$ gan

$$I_n = \int_0^2 x^n \sqrt{4 - x^2} \, dx.$$

(b) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \left(\frac{4(n-1)}{n+2} \right) I_{n-2}. \quad [5]$$

(c) (i) Dangoswch fod

$$I_0 = \pi.$$

(ii) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn y ffurf $p\pi$ lle mae p yn gyfanrif positif. [8]

(Haf 2016)

7. Mae'r integryn I_n wedi'i roi, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^\pi x^n \sin 2x \, dx.$$

(a) Ar gyfer $n \geq 2$, dangoswch fod

$$I_n = -\frac{\pi^n}{2} - \frac{n(n-1)}{4} I_{n-2}. \quad [6]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn gywir i'r cyfanrif agosaf. [4]

(Haf 2017)

6. Mae'r integryn I_n wedi'i roi, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$ fod,

$$I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}. \quad [5]$$

(b) Trwy hyn darganfyddwch werth yr integryn

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 + \tan^2 x)^2 \, dx,$$

gan adael eich ateb yn nhermau π . [7]

(Haf 2018)

7. Mae'r integryn I_n wedi'i roi, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_1^2 x^2 (\ln x)^n dx.$$

(a) Ar gyfer $n \geq 1$, dangoswch fod

$$I_n = \frac{8}{3}(\ln 2)^n - \frac{n}{3}I_{n-1}. \quad [5]$$

(b) Trwy hyn darganfyddwch werth I_3 , gan roi eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [6]