S2: Pofi Rhagdybiaethau – Poisson

Haf 2005

④ (a) H_0: $\mu = 1.5$ yn erbyn
H_1: $\mu < 1.5$.

(b)(i) Y rhanbarth $x \leq 35$ yw'r rhanbarth critigol

(ii) Lefel arwyddocâd yw'r tebygolrwydd o dderbyn H_1 o wybod bod H_0 yn wir.

O dan H_0, $X \sim Po(30 \times 1.5)$
$X \sim Po(45)$.

Gan fod 45 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(45, 45)$.

Y gwerth-p $= P(X \leq 35)$

$$= P\left(Z \leq \frac{35.5 - 45}{\sqrt{45}}\right)$$

$= P(Z \leq -1.416176386)$
$= P(Z \geq 1.416176386)$
$= 1 - P(Z < 1.42)$
$= 1 - 0.92220$
$= 0.0778$

Felly'r bras lefel arwyddocâd yw 0.0778
neu 7.78%.

Haf 2006

(5) (a) H_0: $\mu = 2.4$ yn erbyn
H_1: $\mu > 2.4$.

O dan H_0, $X \sim Po(5 \times 2.4)$
$X \sim Po(12)$

Y gwerth-p $= P(X \geq 18)$
$= 1 - P(X \leq 17)$
$= 1 - 0.9370$ (o dablau)
$= 0.063$

Gan fod $0.063 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth ar gyfer gwrthod H_0. Felly nid oes digon o dystiolaeth i dderbyn yr honiad bod $\mu > 2.4$.

(b) O dan H_0, $X \sim Po(100 \times 2.4)$
$X \sim Po(240)$.

Gan fod 240 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(240, 240)$.

Y gwerth-p $= P(X \geq 280)$
$= P\left(z \geq \frac{279.5 - 240}{\sqrt{240}}\right)$
$= P(z \geq 2.549714036)$
$= 1 - P(z < 2.55)$
$= 1 - 0.99461$
$= 0.00539$

Gan fod $0.00539 < 0.01$, rydym yn dod i gasgliad, ar lefel arwyddocâd 1%, bod y cynnig wedi arwain at gynnydd yn nifer cymedrig y teithwyr sy'n defnyddio'r gwasanaeth bws ben bore hwn.

Haf 2007

(6) (a) $X \sim Po(2 \times 7 = 14)$

(i) $P(X = 10) = e^{-14} \times \frac{14^{10}}{10!}$

$= 0.06628184324$

$= 0.0663$ i 4 lle degol.

(neu $P(X \leq 10) - P(X \leq 9)$ o dablau.)

(ii) $P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$

$= 1 - 0.3585$ (o dablau)

$= 0.6415$ i 4 lle degol

(b) (i) $H_0 : \mu = 2$ yn erbyn

$H_1 : \mu > 2$.

(ii) O dan H_0, $X \sim Po(2 \times 7 = 14)$

Y gwerth-p $= P(X \geq 20)$

$= 1 - P(X \leq 19)$

$= 1 - 0.9235$

$= 0.0765$

Gan fod $0.0765 > 0.05$, nid oes digon o dystiolaeth ar gyfer gwrthod H_0. Felly nid oes digon o dystiolaeth i ddweud bod cynyddu'r gyllideb hysbysebu wedi arwain at gynyddu μ.

(iii) O dan H_0, $X \sim Po(2 \times 100 = 200)$.

Gan fod 200 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$

$X \approx N(200, 200)$.

Y gwerth-p $= P(X \geq 230)$

$= P\left(Z \geq \frac{229.5 - 200}{\sqrt{200}}\right)$

$= P(Z \geq 2.085965005)$
$= 1 - P(Z < 2.09)$
$= 1 - 0.98169$
$= 0.01831.$

Gan bod $0.01831 < 0.05$ mae tystiolaeth gref ar gyfer gwrthod H_0 a derbyn bod y cynnydd yn y gyllideb hysbysebu wedi arwain at gynyddu μ.

Haf 2008

(7) $X \sim Po(\mu)$

(a) $H_0: \mu = 2.5$ yn erbyn
$H_1: \mu \neq 2.5.$

(b) O dan H_0, $S \sim Po(6 \times 2.5 = 15)$
Yn defnyddio tablau: $P(S \leq 8) = 0.0374$
$P(S \geq 23) = 1 - P(S \leq 22)$
$= 1 - 0.9673$
$= 0.0327$
Felly'r lefel arwyddocâd yw $0.0374 + 0.0327$
$= 0.0701$
$= 7.01\%.$

(ii) Os yw $\mu = 2$ yna, mewn gwirionedd,
$S \sim Po(6 \times 2 = 12).$

Os yw $S \leq 8$ yna'r casgliad yw bod $\mu \neq 2.5$, sydd yn gywir. Os yw $9 \leq S \leq 22$ yna'r casgliad yw bod $\mu = 2.5$, sydd yn anghywir. Os yw $S \geq 23$ yna'r casgliad yw bod $\mu \neq 2.5$, sydd yn gywir.

Felly maer casgliad anghywir yn cael ei wneud os yw $9 \leq S \leq 22$. Gyda $S \sim Po(12)$, y tebygolrwydd o hyn yw $P(9 \leq S \leq 22)$

$$= P(S \leq 22) - P(S \leq 8)$$
$$= 0.9970 - 0.1550 \quad \text{[o'r tablau]}$$
$$= 0.8420$$

(c) O dan H_0, $X \sim Po(100 \times 2.5 = 250)$.
Gan fod 250 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(250, 250)$.

Y gwerth-p $= 2P(X \geq 270)$

$$= 2P\left(Z \geq \frac{269.5 - 250}{\sqrt{250}}\right)$$
$$= 2 \times P(Z \geq 1.233288287)$$
$$= 2(1 - P(Z < 1.23))$$
$$= 2(1 - 0.89065)$$
$$= 2 \times 0.10935$$
$$= 0.2187$$

Gan fod $0.2187 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth i gyfiawnhau gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn H_0 bod $\mu = 2.5$

Haf 2009

① $X \sim Po(\mu)$

(a) $H_0: \mu = 2$ yn erbyn
$H_1: \mu > 2$.

Mewn 6 awr, mae $X \sim Po(6 \times 2 = 12)$ o dan H_0.

Y gwerth-p $= P(X \geq 18)$
$= 1 - P(X \leq 17)$
$= 1 - 0.9370$ (o dablau)
$= 0.063$

(b) Mewn 50 awr, mae $X \sim Po(50 \times 2 = 100)$ o dan H_0.
Gan fod 100 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(100, 100)$

Y gwerth-p $= P(X \geq 125)$
$= P\left(Z \geq \frac{124.5 - 100}{\sqrt{100}}\right)$
$= P(Z \geq 2.45)$
$= 1 - P(Z < 2.45)$
$= 1 - 0.99286$
$= 0.00714$

Gan fod $0.00714 < 0.01$ mae tystiolaeth gref iawn ar gyfer gwrthod H_0. Felly mae tystiolaeth gref iawn ar gyfer derbyn bod $\mu > 2$.

Haf 2010

(2) $X \sim Po(\mu)$.

$H_0 : \mu = 1.5$ yn erbyn $H_1 : \mu \neq 1.5$

(a) Mewn 10 diwrnod, o dan H_0 mae $X \sim Po(1.5 \times 10 = 15)$.

$P(X \leq 9) = 0.0699$.

$P(X \geq 22) = 1 - P(X \leq 21)$

$= 1 - 0.9469$

$= 0.0531$

Felly'r tebyg arwyddocâd yw $0.0699 + 0.0531 = 0.123$

$= 12.3\%$

(b) Mewn 100 diwrnod, o dan H_0 mae $X \sim Po(1.5 \times 100 = 150)$.

Gan fod 150 yn fawr, mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$

$X \approx N(150, 150)$.

Y gwerth-p $= 2P(X \geq 170)$

$= 2P\left(Z \geq \frac{169.5 - 150}{\sqrt{150}}\right)$

$= 2P(Z \geq 1.592168333)$

$= 2(1 - P(Z < 1.59))$

$= 2(1 - 0.94408)$

$= 2 \times 0.05592$

$= 0.11184$

Gan fod $0.11184 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth i gyfiawnhau gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn honiad y rheolwr TG bod $\mu = 1.5$.

Haf 2011

(3) (a) $H_0 : \lambda = 0.5$ yn erbyn
$H_1 : \lambda < 0.5$.

(b) Gyda 30 bag, o dan H_0 mae $X \sim Po(30 \times 0.5 = 15)$.
Y gwerth-p = $P(X \leq 12)$
$= 0.2676$
Gan fod $0.2676 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth i gyfiawnhau gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn bod y cymedr yn 0.5.

(c) Gyda 200 bag, o dan H_0 mae $X \sim Po(200 \times 0.5 = 100)$
Gan fod 100 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(100, 100)$

Y gwerth-p = $P(X \leq 80)$
$= P\left(Z \leq \frac{80.5 - 100}{\sqrt{100}}\right)$
$= P(Z \leq -1.95)$
$= P(Z \geq 1.95)$
$= 1 - P(Z < 1.95)$
$= 1 - 0.97441$
$= 0.02559$

Gan fod $0.02559 < 0.05$ mae'r sampl yn darparu tystiolaeth gref ar gyfer gwrthod H_0.
Felly rydym yn derbyn H_1 fod $\lambda < 0.5$.

Haf 2012

(4) (a) $X \sim Po(0.8)$

Wrth deipio 10 tudalen mae $X \sim Po(0.8 \times 10 = 8)$.

$P(X < 5) = P(X \leq 4)$

$= 0.0996$ (o dablau)

(b) $X \sim Po(\mu)$

(i) $H_0: \mu = 0.8$ yn erbyn

$H_1: \mu < 0.8$

(ii) Wrth deipio 80 tudalen mae $X \sim Po(0.8 \times 80 = 64)$

(Mae hyn o dan H_0).

Gan fod 64 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$

$X \approx N(64, 64)$

Y gwerth-p $= P(X \leq 60)$

$= P\left(Z \leq \frac{60.5 - 64}{\sqrt{64}}\right)$

$= P(Z \leq -0.4375)$

$= P(Z \geq 0.4375)$

$= 1 - P(Z < 0.44)$

$= 1 - 0.67003$

$= 0.32997$

Gan fod $0.32997 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth i gyfiawnhau gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn honiad Siôn bod $\mu = 0.8$.

Haf 2013

(5) (a) H_0: $\mu = 1.2$ yn erbyn
H_1: $\mu < 1.2$.

(b) Mewn 60 diwrnod, o dan H_0, mae $X \sim Po(60 \times 1.2 = 72)$
Mae 72 yn uchel felly mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(72, 72)$.

Y gwerth-p $= P(X \leq 58)$
$= P\left(Z \leq \frac{58.5 - 72}{\sqrt{72}}\right)$
$= P(Z \leq -1.590990258)$
$= P(Z \geq 1.590990258)$
$= 1 - P(Z < 1.59)$
$= 1 - 0.94408$
$= 0.05592$.

Felly'r lefel arwyddocâd yw 0.05592 neu 5.592%

(ii) Os yw $X \leq 58$, dawn ir casgliad i wrthod H_0 a derbyn bod μ wedi gostwng. Os yw $X \geq 59$, dawn ir casgliad i dderbyn H_0 ac felly penderfynu nad oes gostyngiad wedi bod yng ngwerth μ.

Os yw, mewn gwirionedd, $\mu = 0.8$,
yna mewn 60 diwrnod mae $X \sim Po(60 \times 0.8 = 48)$
Gan fod 48 yn uchel, mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(48, 48)$.
Y tebygolrwydd o ddod ir casgliad nad oes gostyngiad wedi bod yng ngwerth $\mu = P(X \geq 59)$
$= P\left(Z \geq \frac{58.5 - 48}{\sqrt{48}}\right)$
$= P(Z \geq 1.515544457)$
$= 1 - P(Z < 1.52)$
$= 1 - 0.93574$
$= 0.06426$

S2 Haf 2014

(6) $X \sim Po(\mu)$

$H_0: \mu = 1.5$ yn erbyn $H_1: \mu \neq 1.5$

(a) Wrth deipio dogfen 10 tudalen o hyd, o dan H_0 mae $X \sim Po(10 \times 1.5 = 15)$.

$P(X \leq 10) = 0.1185$

$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19)$

$= 1 - 0.8752$

$= 0.1248$

Felly'r lefel arwyddocâd yw $0.1185 + 0.1248 = 0.2433$

$= 24.33\%$

(ii) Os yw $\mu = 1$ yna mae $X \sim Po(10 \times 1 = 10)$

Y tebygolrwydd o ddod i'r casgliad anghywir yw $P(11 \leq X \leq 19) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10)$

$= 0.9965 - 0.5830$

$= 0.4135$

b) Wrth deipio 50 tudalen, o dan H_0 mae $X \sim Po(50 \times 1.5 = 75)$.

Mae 75 yn uchel felly mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$

$X \sim N(75, 75)$

Y gwerth-p $= 2P(X \geq 92)$

$= 2P\left(Z \geq \frac{91.5 - 75}{\sqrt{75}}\right)$

$= 2P(Z \geq 1.905255888)$

$= 2(1 - P(Z < 1.91))$

$= 2(1 - 0.97193)$

$= 2 \times 0.02807$

$= 0.05614$

Gan fod $0.05614 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth i gyfiawnhau gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn bod $\mu = 1.5$.

(Os yw μ, mewn gwirionedd, yn 1, yna rydym yn dod i'r casgliad anghywir.)

S2 Haf 2015

6) a) $X \sim Po(1.2)$

i) $H_0: \mu = 1.2$ yn erbyn
$H_1: \mu < 1.2$

ii) Gyda 10 diwrnod, o dan H_0 mae $X \sim Po(10 \times 1.2 = 12)$.
Y gwerth-p = $P(X \leq 9)$
= 0.2424
Gan fod $0.2424 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth i gyfiawnhau gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn nad yw'r addasiadau wedi gostwng nifer y methiannau.

b) Gyda 100 diwrnod, o dan H_0 mae $X \sim Po(100 \times 1.2 = 120)$.
Gan fod 100 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(120, 120)$

Y gwerth-p = $P(X \leq 101)$
$= P\left(Z \leq \frac{101.5 - 120}{\sqrt{120}}\right)$
$= P(Z \leq -1.688811219)$
$= P(Z \geq 1.69)$
$= 1 - P(Z < 1.69)$
$= 1 - 0.95449$
$= 0.04551$

Gan fod $0.04551 < 0.05$ mae'r sampl yn darparu tystiolaeth gref ar gyfer gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn fod yr addasiadau wedi gostwng nifer y methiannau.

S2 Haf 2017

2) $H_0: \mu = 0.8$ yn erbyn $H_1: \mu < 0.8$

O dan H_0, mae $X \sim Po(0.8 \times 100)$

$X \sim Po(80)$.

Gan fod 80 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$

$X \approx N(80, 80)$

Y gwerth-p yw $P(X \leq 64)$

$$= P\left(Z \leq \frac{64.5 - 80}{\sqrt{80}}\right)$$

$$= P(Z \leq -1.732952683)$$

$$= P(Z \geq 1.732952683)$$

$$= 1 - P(Z < 1.73)$$

$$= 1 - 0.95818$$

$$= 0.04182$$

Gan bod $0.04182 < 0.05$ mae tystiolaeth gref ar gyfer gwrthod H_0 a derbyn bod symud yr adran i swyddfa newydd wedi arwain at gostyngiad yn nifer cymedrig y methiannau y dydd.

S2 Haf 2018

4) $X \sim Po(\mu)$ X yw'r nifer o wallau ar dudalen Alun

a) $X \sim Po(20 \times 0.5 = 10)$

$$P(X=12) = e^{-10} \times \frac{10^{12}}{12!}$$
$$= 0.094\,780\,33009$$
$$= \underline{0.0948} \text{ i 4 lle degol}$$

b) $H_0: \mu = 0.5$ yn erbyn
$H_1: \mu < 0.5$

i) O dan H_0, $X \sim Po(30 \times 0.5 = 15)$
Y gwerth-p = $P(X \leq 9)$
$= \underline{0.0699}$

ii) Gan fod $0.0699 > 0.05$, nid oes digon o dystiolaeth ar gyfer gwrthod H_0. Felly nid oes digon o dystiolaeth i ddweud bod teipio Alun wedi gwella.

c) O dan H_0, $X \sim Po(100 \times 0.5 = 50)$.
Gan fod 50 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$
$X \approx N(50, 50)$.

i) Y gwerth-p = $P(X \leq 36)$
$= P\left(Z \leq \frac{36.5 - 50}{\sqrt{50}}\right)$
$= P(Z \leq -1.909188309)$
$= P(Z \geq 1.91)$
$= 1 - P(Z < 1.91)$

$= 1 - 0.97193$

$= 0.02807$

ii) Gan fod $0.02807 < 0.05$ mae'r sampl yn darparu tystiolaeth gref ar gyfer gwrthod Ho. Felly mae tystiolaeth i ddweud bod teipio Klun wedi gwella.

S2 Haf 2019

4) Gadewch i X gynrychioli y nifer o alwadau sŷn cael eu derbyn gan y bydanwr mewn ... diwrnod.
$X \sim Po(2.8)$

a) $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$
$Y \sim Po(5 \times 2.8)$
$Y \sim Po(14)$

$\left(E(Y) = E(X_1) + \cdots + E(X_5) = 2.8 + \cdots + 2.8 = 14\right)$

i) $P(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 12) = P(Y = 12)$
$= e^{-14} \times \frac{14^{12}}{12!}$
$= 0.0984$ i 4 lle degol

[Neu $P(Y \leq 12) - P(Y \leq 11)$ gan ddefnyddio tablau.]

ii) $P(Y < 16) = P(Y \leq 15)$
$= 0.6694$ o'r tablau ystadegol

b) i) $H_0: \mu = 2.8$ yn erbyn $H_1: \mu > 2.8$

ii) O dan H_0, $X \sim Po(5 \times 2.8)$
$X \sim Po(14)$.
Y gwerth-p $= P(X \geq 19)$
$= 1 - P(X \leq 18)$
$= 1 - 0.8826$
$= 0.1174$

Gan fod $0.1174 > 0.05$ nid oes digon o dystiolaeth ar gyfer gwrthod H_0. Felly nid oes digon o dystiolaeth i dderbyn yr honiad bod yr hysbyseb wedi cynyddu gwerth μ.

iii) O dan H_0, $X \sim Po(80 \times 2.8)$

$X \sim Po(224)$.

Gan fod 224 yn fawr mae $X \approx N(\lambda, \lambda)$

$X \approx N(224, 224)$.

Y gwerth-p $= P(X \geq 255)$

$= P\left(Z \geq \frac{254.5 - 224}{\sqrt{224}}\right)$

$= P(Z \geq 2.03786697)$

$= 1 - P(Z < 2.04)$ o'r tablau

$= 1 - 0.97932$

$= 0.02068$

Gan fod $0.02068 < 0.05$, rydym yn dod i gasgliad, ar lefel arwyddocâd 5%, bod yr hysbyseb wedi arwain at gynnydd yn nifer cymedrig dyddiol y galwadau.