



TAG UG/Uwch

0977/51

MATHEMATEG – FPI
Mathemateg Bur Bellach

A.M. DYDD MERCHER, 30 Ionawr 2013

1½ awr

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn. Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Differwch $\frac{1}{2+x^2}$ o egwyddorion sylfaenol. [6]

2. Ystyriwch yr hafaliadau

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 4, \\2x - y + z &= 2, \\x + 7y + 8z &= k.\end{aligned}$$

O wybod bod yr hafaliadau hyn yn gyson,

(a) darganfyddwch werth y cysonyn k , [4]

(b) darganfyddwch ddatrysiad cyffredinol yr hafaliadau. [3]

3. Mae'r rhif cymhlyg z a'i gyfiau cymhlyg (*complex conjugate*) \bar{z} yn bodloni'r hafaliad

$$iz + 2\bar{z} = \frac{4 + 6i}{1 + i}.$$

(a) Darganfyddwch z yn y ffurf $x + iy$. [6]

(b) Darganfyddwch fodwlws ac arg z . [2]

4. Mae'r matrices \mathbf{A} wedi'i roi gan

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 3 & \lambda \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}.$$

(a) Darganfyddwch werthoedd λ fel bod \mathbf{A} yn hynod. [5]

(b) O wybod bod $\lambda = 1$,

(i) darganfyddwch fatrics atgydiol (*adjugate*) \mathbf{A} ,

(ii) darganfyddwch y matrices gwrthdro \mathbf{A}^{-1} . [5]

5. Mae gwreiddiau'r hafaliad ciwbig $x^3 + 4x^2 + 3x + 2 = 0$ wedi'u dynodi gan α, β, γ .

(a) Dangoswch fod

$$\frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} + \frac{1}{\alpha\beta} = 2. [3]$$

(b) Darganfyddwch yr hafaliad ciwbig â'r gwreiddiau $\frac{1}{\beta\gamma}, \frac{1}{\gamma\alpha}, \frac{1}{\alpha\beta}$. [6]

6. Defnyddiwch anwythiad mathemategol i brofi bod

$$\sum_{r=1}^n r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

ar gyfer pob cyfanrif positif n .

[7]

7. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio ar gyfer $x > 0$ gan

$$f(x) = x^{\ln x}.$$

- (a) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer $f'(x)$.

[4]

- (b) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwynt arhosol ar graff f a darganfyddwch ai maccsimwm (uchafbwynt) neu finimwm (isafbwynt) yw'r pwynt hwn.

[5]

8. Mae'r trawsffurfiad T o'r plân gywerth â chylchdro gwrthglocwedd trwy ongl 45° o amgylch y tarddbwynt wedi'i ddilyn gan adlewyrchiad yn y llinell $x + y = 0$.

- (a) Dangoswch mai'r matrices 2×2 sy'n cynrychioli T yw

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

[3]

- (b) (i) Darganfyddwch hafaliad delwedd y llinell $y = mx$ dan effaith T .

- (ii) O wybod bod y llinell $y = mx$ yn cael ei thrawsffurfio i'w hun dan effaith T , darganfyddwch y gwerthoedd posibl ar gyfer m .

[6]

9. Mae'r rhifau cymhlyg z ac w wedi'u cynrychioli ar ddiagramau Argand gan y pwyntiau $P(x, y)$ a $Q(u, v)$, yn ôl eu trefn, ac mae

$$w = z(z + 1).$$

- (a) Dangoswch fod

$$v = (2x + 1)y$$

a darganfyddwch fynegiad ar gyfer u yn nhermau x ac y .

[3]

- (b) Mae'r pwynt P yn symud ar hyd y llinell $y = x + 1$. Darganfyddwch hafaliad locws Q , gan roi eich ateb yn y ffurf $v = au^2 + bu$ lle mae a, b yn gyfanrifau positif.

[7]

DIWEDD Y PAPUR