



**TAG UG/Uwch**

0979/51

**MATHEMATEG – FP3**  
**Mathemateg Bur Bellach**

A.M. DYDD MAWRTH, 24 Mehefin 2014

1 awr 30 munud

### **DEUNYDDIAU YCHWANEGOL**

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

### **CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR**

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

### **GWYBODAETH I YMGEISWYR**

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. (a) Gan ddechrau gyda'r diffiniad esbonyddol ar gyfer  $\sinh x$ , dangoswch fod

$$\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}). \quad [4]$$

- (b) Datrysych yr hafaliad

$$\cosh 2x = 2\sinh x + 5,$$

gan roi eich atebion yn y ffurf  $\ln(a + \sqrt{b})$ , lle mae  $a, b$  yn gyfanrifau. [5]

2. Mae gan yr hafaliad  $x^3 + x = 3$  wreiddyn  $\alpha$  rhwng 1.2 a 1.3.

- (a) Mae Alun yn awgrymu defnyddio'r dilyniant iterus canlynol sy'n seiliedig ar ad-drefnu'r hafaliad i ddarganfod gwerth  $\alpha$ .

$$x_{n+1} = \sqrt[3]{3 - x_n} \text{ gydag } x_0 = 1.25$$

Trwy enrhifo deilliad (*derivative*) priodol, dangoswch fod y dilyniant hwn yn cydgyfeirio (*converge*).

Defnyddiwch ef i ddarganfod gwerth  $\alpha$  yn gywir i 4 lle degol. [8]

- (b) Gan ddechrau gydag  $x_0 = 1.25$ , defnyddiwch y dull Newton-Raphson i ddarganfod gwerth  $\alpha$  yn gywir i 6 lle degol. [6]

3. (a) Gan dybio deilliad  $\cosh x$ , dangoswch fod

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \tanh x. \quad [1]$$

- (b) Darganfyddwch gyfres Maclaurin ar gyfer  $\tanh x$  hyd at y term yn  $x^3$ . [6]

- (c) Trwy hyn, darganfyddwch fras werth ar gyfer yr integryn

$$\int_0^{0.5} (1 + x)\tanh x \, dx.$$

Rhowch eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [4]

4. Gan ddefnyddio'r amnewid  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ , darganfyddwch werth yr integryn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 - \cos x} \, dx. \quad [8]$$

5. Mae'r integryn  $I_n$  wedi'i ddiffinio, ar gyfer  $n \geq 0$ , gan

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-x^2} dx.$$

- (a) Dangoswch, ar gyfer  $n \geq 2$ , fod

$$I_n = \left(\frac{n-1}{2}\right) I_{n-2} - \frac{e^{-1}}{2}. \quad [3]$$

- (b) Enrhifwch  $I_5$ , gan roi eich ateb yn y ffurf  $a - be^{-1}$ , lle mae  $a, b$  yn gysonion positif sydd i'w darganfod. [6]

6. Mae gan y gromlin  $C$  yr hafaliad pegynlinol

$$r = \sin \theta + \cos \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

- (a) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwynt lle mae'r tangiad yn baralel i'r llinell gychwynol. [8]

- (b) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu rhwng  $C$ , y llinell gychwynol a'r llinell  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . [5]

7. (a) Gan ddefnyddio'r amnewid  $x = a \sinh \theta$ , dangoswch fod

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{a^2}{2} \left( \sinh^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) + \frac{x \sqrt{x^2 + a^2}}{a^2} \right) + \text{cysonyn}. \quad [5]$$

- (b) Hafaliad y gromlin  $C$  yw

$$y = x^2, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

- Darganfyddwch hyd arc  $C$ . [6]

**DIWEDD Y PAPUR**