



TAG UG/Uwch

0979/51

MATHEMATEG – FP3
Mathemateg Bur Bellach

P.M. DYDD LLUN, 24 Mehefin 2013

1½ awr

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn. Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Darganfyddwch ddau wreiddyn positif yr hafaliad

$$\cosh 2x - 7 \cosh x + 7 = 0,$$

gan roi eich atebion yn gywir i ddau le degol.

[6]

2. Mae Siôn am enrhifo trydydd isradd real nifer o rifau positif ond yr unig weithrediadau sydd ganddo ar ei gyfrifiannell yw'r gweithrediadau rhifyddol sylfaenol, sef adio, tynnu, lluosu, rhannu.

- (a) Felly, mae'n penderfynu darganfod $\sqrt[3]{a}$ trwy gymhwyso dull Newton-Raphson i'r hafaliad $x^3 - a = 0$ lle mae $a > 0$.

- (i) Dangoswch fod hyn yn rhoi'r dilyniant iterus

$$x_{n+1} = \frac{2x_n^3 + a}{3x_n^2}.$$

- (ii) Gan gymryd $x_0 = 2$, defnyddiwch y dull hwn i ddarganfod $\sqrt[3]{10}$ yn gywir i bedwar lle degol.

[5]

- (b) Mae Huw yn awgrymu mai dull arall o ddarganfod $\sqrt[3]{a}$ fyddai ad-drefnu'r hafaliad $x^3 - a = 0$ yn y ffurf

$$x = \frac{a}{x^2}$$

ac yna diffinio'r dilyniant iterus

$$x_{n+1} = \frac{a}{x_n^2}.$$

Dangoswch, fodd bynnag, nad yw'r dilyniant hwn yn bodloni'r amod ar gyfer cydgyfeiriant (*condition for convergence*) ar gyfer pob gwerth positif o a .

[4]

3. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \ln(2e^x - 1).$$

- (a) Dangoswch fod

$$f''(x) = \frac{-2e^x}{(2e^x - 1)^2}.$$

[3]

- (b) Darganfyddwch gyfres Maclaurin ar gyfer $f(x)$ hyd at y term yn x^3 .

[6]

4. Darganfyddwch werth yr integryn

$$\int_1^2 \sqrt{(3 + 2x - x^2)} dx,$$

gan roi eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon.

[10]

5. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^1 x^n \sinh x \, dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

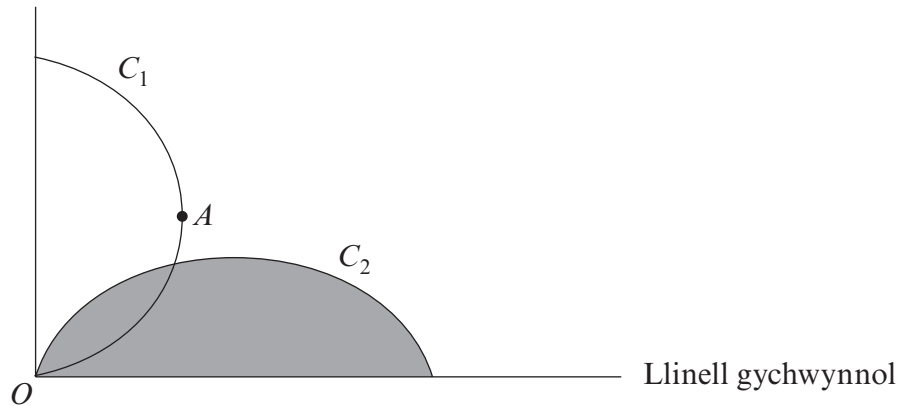
$$I_n = \cosh 1 - n \sinh 1 + n(n-1)I_{n-2}. \quad [5]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn y ffurf

$$a \cosh 1 + b \sinh 1 + c,$$

lle mae a, b, c yn gyfanrifau. [5]

6.



Mae'r diagram yn dangos brasluniau, ar gyfer $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, o'r gromlin C_1 â hafaliad pegynlinol $r = \sin^2 \theta$ a'r gromlin C_2 â hafaliad pegynlinol $r = 1 - \sin \theta$.

(a) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwynt A ar C_1 lle mae'r tangiad yn berpendicwlar i'r llinell gychwynol. [8]

(b) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth wedi'i dywyllu sydd wedi'i amgáu rhwng C_2 a'r llinell gychwynol. [6]

TROWCH DROSODD

7. (a) (i) Gan dybio deilliadau (*derivatives*) $\cosh x$ a $\sinh x$, dangoswch mai deilliadau $\operatorname{cosech} x$ a $\operatorname{coth} x$ yw $-\operatorname{cosech} x \operatorname{coth} x$ a $-\operatorname{cosech}^2 x$, yn ôl eu trefn.

- (ii) Trwy hyn, dangoswch fod

$$\frac{d}{dx} [\ln(\operatorname{cosech} x + \operatorname{coth} x)] = -\operatorname{cosech} x. \quad [6]$$

- (b) (i) Dangoswch fod L , sef hyd yr arc sy'n cysylltu'r pwyntiau $(1, 0)$ ac $(e, 1)$ ar y graff $y = \ln x$ wedi'i roi gan

$$\int_1^e \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx.$$

- (ii) Defnyddiwch yr amnewid $x = \sinh u$ i ddangos bod

$$L = \int_{\sinh^{-1} 1}^{\sinh^{-1} e} (\operatorname{cosech} u + \sinh u) du.$$

- (iii) Defnyddiwch y canlyniad yn (a)(ii) i ddarganfod gwerth L yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [11]