



TAG UG/Uwch

0979/51

MATHEMATEG FP3
Mathemateg Bur Bellach

P.M. DYDD LLUN, 25 Mehefin 2012

1 $\frac{1}{2}$ awr

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Dangoswch fod

$$\int_0^1 x \sinh x \, dx = \frac{1}{e}. \quad [6]$$

2. Ystyriwch yr hafaliad

$$\cosh^2 x = \sinh x + k$$

Ile mae k yn gysonyn.

(a) Darganfyddwch amrediad gwerthoedd k fel nad oes i'r hafaliad ddatrysiad real. [4]

(b) Darganfyddwch wreiddyn positif yr hafaliad pan fydd $k = 3$, gan roi eich ateb yn y ffurf $\ln(a + \sqrt{b})$, lle mae a, b yn gyfanrifau positif. [3]

3. Mae cyfres Taylor ar gyfer $\tan^{-1}x$ o amgylch $x = 1$ wedi'i rhoi gan

$$\tan^{-1}x = p + q(x-1) + r(x-1)^2 + s(x-1)^3 + \dots$$

Darganfyddwch werthoedd y cysonion p, q, r, s . [7]

4. Hafaliad pegynlinol y gromlin C_1 yw

$$r = 2 \cos \theta - \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}).$$

(a) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwynt ar C_1 lle mae'r tangiad yn baralel i'r llinell gychwynnol. [6]

(b) Hafaliad pegynlinol y gromlin C_2 yw

$$r = 1 + \sin \theta.$$

Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol croestorfan C_1 ac C_2 . [7]

5. Defnyddiwch yr amnewid $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ i enrhifo

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4 \cos x + 3} \, dx.$$

Rhowch eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [7]

6. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta^n \cos \theta \, d\theta.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \left(\frac{\pi}{2}\right)^n - n(n-1)I_{n-2}. \quad [5]$$

(b) (i) Trwy hyn, enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon.

(ii) Diddwythwch werth

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta^5 \sin \theta \, d\theta. \quad [7]$$

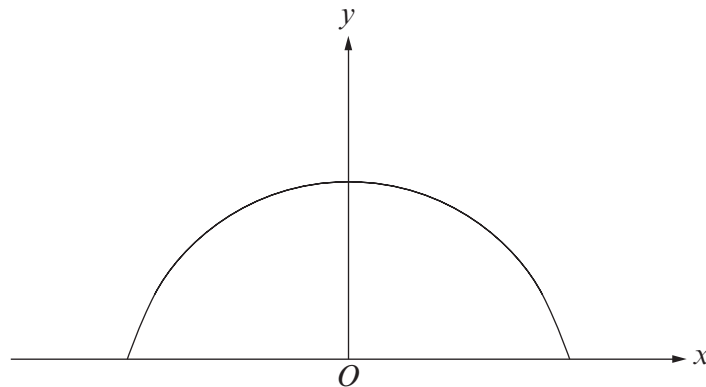
7. Mae gan yr hafaliad $x = 2 \tanh x$ wreiddyn α rhwng 1.5 a 2.

(a) Dangoswch ei bod yn bosibl ysgrifennu fformiwla iterus Newton-Raphson ar gyfer darganfod gwerth α yn y ffurf

$$x_{n+1} = \frac{\sinh 2x_n - 2x_n}{\cosh^2 x_n - 2}. \quad [5]$$

(b) Gan ddechrau gydag $x_0 = 2$, ysgrifennwch y gwerthoedd ar eich cyfrifiannell ar gyfer x_1 a x_2 . Dangoswch fod talgrynnu (*rounding*) x_2 i dri lle degol yn rhoi gwerth α yn gywir i dri lle degol. [4]

8.



Mae'r diagram yn dangos braslun o'r rhan honno o'r gromlin $y = 2 - \cosh x$ sydd uwchben yr echelin- x .

(a) Darganfyddwch gyfanswm hyd y gromlin sydd yn y diagram. [7]

(b) Mae'r rhanbarth sydd wedi'i amgáu rhwng y gromlin a'r echelin- x yn cael ei gylchdroi trwy 2π radian o amgylch yr echelin- x . Darganfyddwch arwynebedd arwyneb crwm y solid sy'n cael ei gynhyrchu, gan roi eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [7]