



**TAG UG/Uwch**

979/51

**MATHEMATEG FP3**

**Mathemateg Bur Bellach**

P.M. DYDD GWENER, 24 Mehefin 2011

1½ awr

### **DEUNYDDIAU YCHWANEGOL**

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

### **CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR**

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

### **GWYBODAETH I YMGEISWYR**

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Darganfyddwch wreiddyn positif yr hafaliad

$$3 \tanh^2 \theta = 5 \operatorname{sech} \theta + 1,$$

gan roi eich ateb yn y ffurf  $\ln(a + \sqrt{b})$ , lle mae  $a, b$  yn gyfanrifau positif. [8]

2. Defnyddiwch yr amnewid  $t = \tan \frac{x}{2}$  i ddangos bod

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + \sin x} dx = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}. \quad [8]$$

3. Dangoswch fod hyd yr arc sy'n cysylltu'r pwyntiau  $(2a, 2a)$  a  $(4a, 2\sqrt{3}a)$  ar y gromlin â hafaliad  $y^2 = 4a(x - a)$  wedi'i roi gan yr integryn

$$\int_{2a}^{4a} \sqrt{\frac{x}{x-a}} dx.$$

Trwy hyn, enrhifwch yr hyd hwn, gan ddefnyddio'r amnewid  $x = a \cosh^2 u$ . Rhowch eich ateb yn y ffurf  $ka$  lle mae  $k$  wedi'i enrhifo'n gywir i dri ffigur ystyrlon. [14]

4. Mae'r ffwythiant  $f$  wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = e^x \cos x.$$

- (a) Dangoswch fod

$$f''(x) = -2e^x \sin x. \quad [2]$$

- (b) Darganfyddwch gyfres Maclaurin ar gyfer  $f(x)$  hyd at y term yn  $x^4$ . [5]

- (c) Trwy ddifferu eich cyfres, darganfyddwch gyfres Maclaurin ar gyfer  $e^x \sin x$  hyd at y term yn  $x^3$ . [4]

5. Ystyriwch yr hafaliad  $x \sin x - 0.5 = 0$ .

(a) Dangoswch fod i'r hafaliad hwn wreiddyn  $\alpha$  rhwng 0.6 a 0.8. [2]

(b) (i) Dangoswch ei bod yn bosibl ysgrifennu fformiwla iterus Newton-Raphson ar gyfer darganfod gwerth  $\alpha$  yn y ffurf

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 \cos x_n + 0.5}{x_n \cos x_n + \sin x_n}.$$

(ii) Gan ddechrau gydag  $x_0 = 0.7$ , darganfyddwch werth  $\alpha$  yn gywir i bum lle degol. [6]

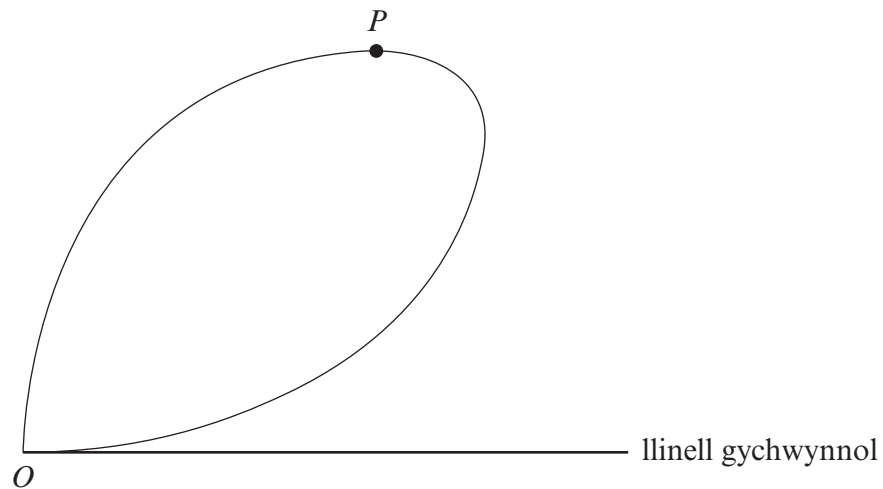
(c) Mae ad-drefniant o'r hafaliad yn arwain at y dilyniant iterus

$$x_{n+1} = f(x_n) \text{ lle mae } f(x) = \sin^{-1}\left(\frac{0.5}{x}\right).$$

(i) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer  $f'(x)$ .

(ii) **Trwy hyn**, darganfyddwch a yw'n bosibl ai peidio defnyddio'r dilyniant i ddarganfod gwerth  $\alpha$ . [4]

6.



Mae'r diagram uchod yn dangos braslun o'r gromlin  $C$  â hafaliad pegynlinol

$$r = \sin 2\theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Y pwynt  $P$ , sydd wedi'i nodi ar y diagram, yw'r pwynt lle mae'r tangiad i  $C$  yn baralel i'r llinell gychwynnol.

(a) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu gan  $C$ . [5]

(b) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwynt  $P$ . [7]

## TROWCH DROSODD

7. Mae'r integryn  $I_n$  wedi'i ddiffinio, ar gyfer  $n \geq 0$ , gan

$$I_n = \int_0^a \tanh^n x \, dx,$$

lle mae  $a = \tanh^{-1} 0.5$ .

(a) Dangoswch, ar gyfer  $n \geq 2$ , fod

$$I_n = I_{n-2} - \frac{0.5^{n-1}}{n-1}. \quad [5]$$

(b) Gan roi eich atebion yn gywir i dri ffigur ystyrlon, enrhifwch

(i)  $I_0$ ,

(ii)  $I_4$ . [5]