



TAG UG/Uwch

979/51

MATHEMATEG FP3

Mathemateg Bur Bellach

A.M. DYDD IAU, 24 Mehefin 2010

1½ awr

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio ar gyfer $x \geq 0$ gan

$$f(x) = \sinh 2x - 14 \sinh x + 8x.$$

- (a) Dangoswch fod

$$f'(x) = 2(2 \cosh^2 x - 7 \cosh x + 3). \quad [2]$$

- (b) Dangoswch fod un pwynt arhosol ar graff f . Darganfyddwch ei gyfesuryn- x , gan roi eich ateb yn gywir i ddau le degol. [5]
- (c) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer $f''(x)$ a **thrw y hyn**, categoreiddiwch y pwynt arhosol fel naill ai macsimwm (uchafbwynt) neu finimwm (isafbwynt). [3]

2. Defnyddiwch yr amnewid $x = \sinh u$ i enrhifo'r integryn

$$\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

Rhowch eich ateb yn gywir i ddau le degol. [7]

3. (a) Dangoswch fod

$$\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \ln x). \quad [2]$$

- (b) Mae i'r hafaliad $x^x - 2 = 0$ un gwreiddyn positif α .

- (i) Gan ddechrau gyda brasamcan cychwynnol o 1.5, defnyddiwch y fformiwla Newton-Raphson un waith i ddarganfod gwell brasamcan ar gyfer α . Rhowch eich ateb yn gywir i ddau le degol. [5]
- (ii) Profwch mai'r ateb i (b)(i) yw gwerth α yn gywir i ddau le degol. [5]
- (c) (i) Mae'n bosibl ad-drefnu'r hafaliad sydd wedi'i roi yn (b) yn y ffurf

$$x = e^{\frac{\ln 2}{x}}.$$

Trwy enrhifo deilliad (*derivative*) priodol, dangoswch fod y broses iterus sy'n seiliedig ar yr ad-drefniant hwn yn cydgyfeirio (*converge*).

- (ii) Gan ddechrau gyda brasamcan cychwynnol sy'n hafal i'ch ateb i (b)(i), defnyddiwch y broses iterus hon i ddarganfod gwerth α yn gywir i bedwar lle degol. [5]

4. Darganfyddwch hyd yr arc sy'n cysylltu'r pwyntiau (0,0) a (1,1) ar y gromlin â hafaliad

$$y^2 = x^3. \quad [7]$$

5. Ystyriwch y ffwythiant

$$f(x) = \ln(1 + \sinh x).$$

- (a) (i) Darganfyddwch y tri therm cyntaf, nad ydynt yn sero, yn y gyfres Maclaurin ar gyfer $f(x)$.
- (ii) Eglurwch sut mae eich canlyniad yn eich galluogi i ddod i'r casgliad nad yw f yn od-ffwythiant nac ychwaith yn eil-ffwythiant. [10]
- (b) Mae i'r hafaliad

$$\ln(1 + \sinh x) = 10x^2$$

wreiddyn positif bach. Defnyddiwch eich canlyniad yn (a)(i) i ddarganfod bras werth ar ei gyfer, gan roi eich ateb yn gywir i ddau ffigur ystyrlon. [3]

6. Mae gan y gromlin C yr hafaliad pegynlinol

$$r = \cos\theta + 2\sin\theta \quad (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$$

- (a) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwynt ar C lle mae'r tangiad yn berpendicwlar i'r llinell gychwynnol. [7]
- (b) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu rhwng C , y llinell gychwynnol a'r llinell $\theta = \frac{\pi}{2}$. [6]

7. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx.$$

- (a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \left(\frac{n-1}{n}\right) I_{n-2}. \quad [5]$$

- (b) Trwy hyn, enrhifwch

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \, dx,$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin^2 x \, dx. \quad [8]$