



TAG UG/Uwch

979/51

MATHEMATEG FP3

Mathemateg Bur Bellach

P.M. DYDD GWENER, 19 Mehefin 2009

1½ awr

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** a ddefnyddir.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Rhoddir nifer y marciau mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Datrysych yr hafaliad

$$\cosh 2\theta = 6\sinh\theta - 3.$$

Rhowch eich atebion yn y ffurf $\ln(p + \sqrt{q})$, lle mae p, q yn gyfanrifau positif. [7]

2. Darganfyddwch y tri therm cyntaf, nad ydynt yn sero, yn y gyfres Maclaurin ar gyfer $\ln(2 - e^x)$. [9]

3. Defnyddiwch yr amnewid $x = 2 \sinh u$ i enrhifo'r integryn

$$\int_0^2 \frac{dx}{(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}}}.$$

Rhowch eich ateb yn gywir i ddau le degol. [8]

4. Mae'r rhanbarth R wedi'i ffinio gan yr echelin- x , y llinell $x = a$, a'r rhan honno o'r gromlin $y^2 = 4ax$ sydd rhwng y pwyntiau $(0, 0)$ ac $(a, 2a)$. Dangoswch mai arwynebedd arwyneb crwm y solid sy'n cael ei ffurfio pan gaiff R ei gylchdroi trwy 360° o amgylch yr echelin- x yw

$$\frac{8(2\sqrt{2} - 1)}{3} \pi a^2. \quad [7]$$

5. (a) Brasluniwch y gromlin â hafaliad pegynlinol

$$r = 2 + \cos\theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi). \quad [1]$$

- (b) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu rhwng y gromlin, y llinell gychwynnol a'r llinell $\theta = \frac{\pi}{2}$. [6]

- (c) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwynt ar y gromlin lle mae'r tangiad yn baralel i'r llinell gychwynnol. [7]

6. Mae'r integryn I_n wedi'i ddiffinio, ar gyfer $n \geq 0$, gan

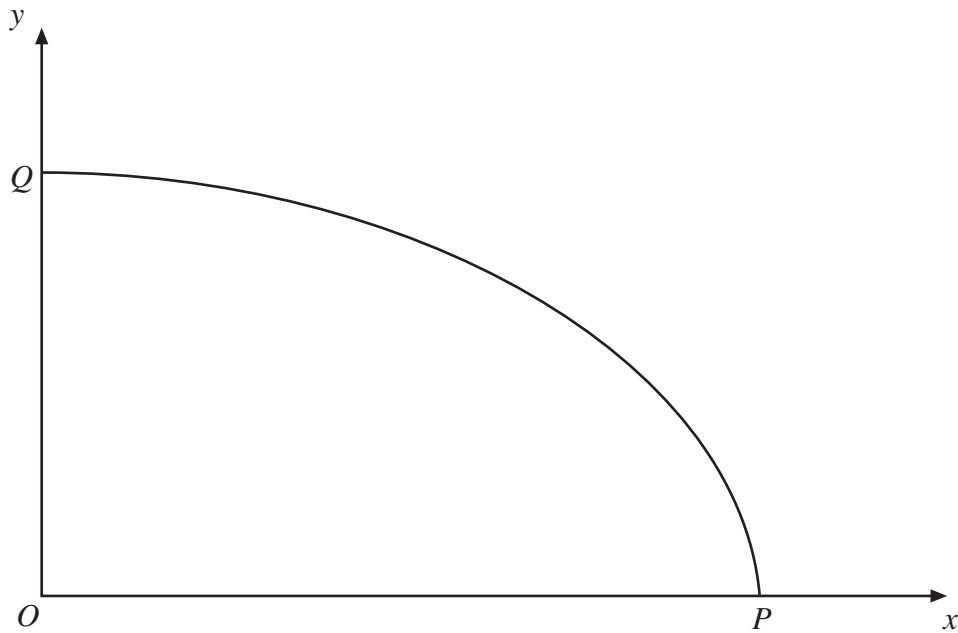
$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx .$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 2$, fod

$$I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2} . \quad [5]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn nhermau π . [5]

7.



Mae'r diagram uchod yn dangos braslun o ran o graff y ffwythiant

$$f(x) = 2\cosh x - x\sinh x .$$

Mae'r graff yn torri'r echelin- x yn P a'r echelin- y yn Q .

(a) (i) Dangoswch fod $f'(0)$ a $f''(0)$ ill dau yn sero.
(ii) Gan roi rheswm, nodwch a yw Q yn bwynt ffurfdro (*inflection*) arhosol ai peidio. [5]

(b) Mae cyfesuryn- x P wedi'i ddynodi gan α .

- (i) Dangoswch fod $\alpha \tanh \alpha = 2$.
(ii) Dangoswch fod α rhwng 2 a $2 \cdot 1$.
(iii) Ystyriwch y dilyniant iterus canlynol sy'n seiliedig ar yr hafaliad uchod yn α .

$$\alpha_{n+1} = \frac{2}{\tanh \alpha_n}; \quad \alpha_0 = 2 \cdot 05 .$$

Trwy enrhifo deilliad (*derivative*) priodol, dangoswch fod y dilyniant hwn yn cydgyfeirio (*converge*).

(iv) Defnyddiwch y dilyniant hwn i ddarganfod gwerth α yn gywir i bedwar lle degol. [9]

(c) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu rhwng y graff a'r ddwy echelin gyfesurynnol. [6]