



TAG UG/Uwch

979/51

MATHEMATEG FP3

Mathemateg Bur Bellach

A.M. DYDD MERCHER, 18 Mehefin 2008

1½ awr

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** a ddefnyddir.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Rhoddir nifer y marciau mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Atgoffir chi bod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. (a) Trwy fraslunio graffiau priodol, dangoswch fod i'r hafaliad

$$\cosh x = 1 + \sin x$$

ddau wreiddyn, un ohonynt yn bositif. [3]

- (b) Defnyddiwch y dull Newton-Raphson, gyda gwerth cychwynnol $x_0 = 1.5$, i ddarganfod gwerth y gwreiddyn positif yn gywir i bedwar lle degol. [6]

2. Defnyddiwch yr amnewid $x = 1 + \sinh \theta$ i enrhifo'r integryn

$$\int_1^2 \sqrt{x^2 - 2x + 2} \, dx.$$

Rhowch eich ateb yn gywir i ddau lle degol. [8]

3. Rhoddir cyfres Taylor ar gyfer $f(x)$ o amgylch $x = a$ gan

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2}f''(a) + \dots$$

- (a) Darganfyddwch y tri therm cyntaf yn y gyfres Taylor ar gyfer $\frac{1}{\sqrt{x}}$ o amgylch $x = 1$. [4]
- (b) Gan roi $x = \frac{8}{9}$, defnyddiwch eich canlyniad i ddarganfod brasamcan cymarebol (*rational*) ar gyfer $\sqrt{2}$. [4]

4. (a) Gan ddefnyddio diffiniadau priodol yn nhermau ffwythiannau esbonyddol, dangoswch fod

$$\operatorname{sech}^2 x \equiv 1 - \tanh^2 x. \quad [4]$$

- (b) Datrysych yr hafaliad

$$5\operatorname{sech}^2 x = 11 - 13\tanh x$$

gan roi eich ateb fel logarithm naturiol. [8]

5. Diffinnir yr integryn I_n , ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_1^2 x(\ln x)^n \, dx.$$

- (a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 1$, fod

$$I_n = 2(\ln 2)^n - \frac{n}{2}I_{n-1}. \quad [5]$$

- (b) Enrhifwch I_2 , gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [5]

6. (a) Mae gan y gromlin C yr hafaliadau paramedrig

$$x = \cos^3 \theta, y = \sin^3 \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} .$$

Dangoswch fod

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} = \frac{3}{2} \sin 2\theta . \quad [5]$$

- (b) (i) Darganfyddwch hyd arc C .

- (ii) Mae'r gromlin C yn cael ei chylchdroi trwy 360° o amgylch yr echelin- x . Dangoswch y rhoddir arwynebedd arwyneb crwm y solid cylchdro a gynhyrchir gan

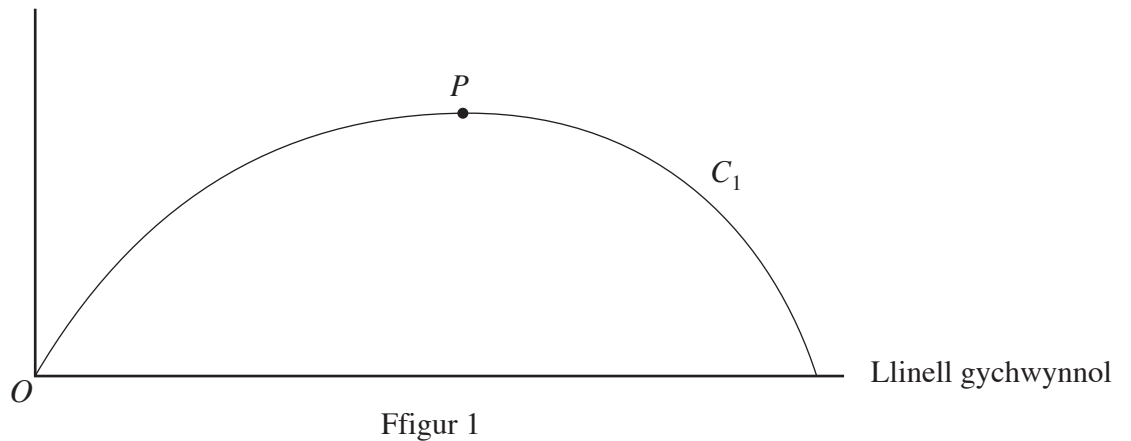
$$6\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 \theta \cos \theta d\theta .$$

Trwy hyn, darganfyddwch yr arwynebedd arwyneb crwm hwn.

[9]

TROSODD AR GYFER CWESTIWN 7

7.



Mae Ffigur 1 uchod yn dangos braslun o'r gromlin C_1 â hafaliad pegynlinol

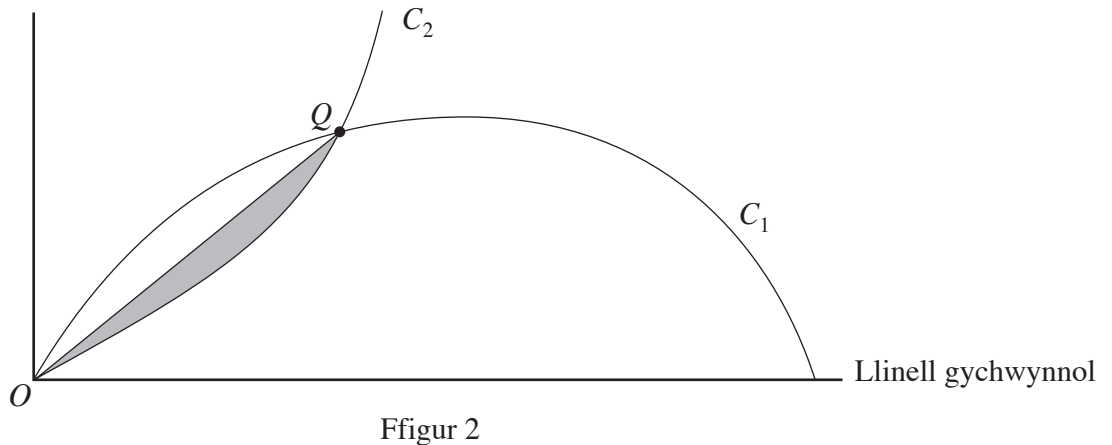
$$r = 1 - \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 1.$$

- (a) (i) O wybod mai P yw'r pwynt ar C_1 lle mae'r tangiad i C_1 yn baralel i'r llinell gychwynnol, dangoswch fod cyfesuryn- θ P yn bodloni'r hafaliad

$$\theta + \tan\theta = 1.$$

- (ii) Dangoswch mai arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu gan C_1 a'r llinell gychwynnol yw $\frac{1}{6}$. [6]

(b)



Mae Ffigur 2 uchod yn dangos braslun o'r gromlin C_1 a rhan o'r gromlin C_2 â hafaliad pegynlinol

$$r = 2\theta^2, \quad 0 \leq \theta \leq 1.$$

- (i) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol Q , sef croestorfan C_1 a C_2 .
- (ii) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth, wedi'i dywyllu yn Ffigur 2, sydd wedi'i amgáu gan C_2 a'r llinell syth OQ . [8]