

979/51

MATHEMATEG FP3

Mathemateg Bur Bellach

A.M. DYDD GWENER, 22 Mehefin 2007

(1½ awr)

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Atebwch **bob** cwestiwn.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Rhoddir nifer y marciau mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Atgoffir chi bod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. (a) Defnyddiwch yr amnewid $x = 2\sinh\theta - 1$ i enrhifo'r integryn

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}.$$

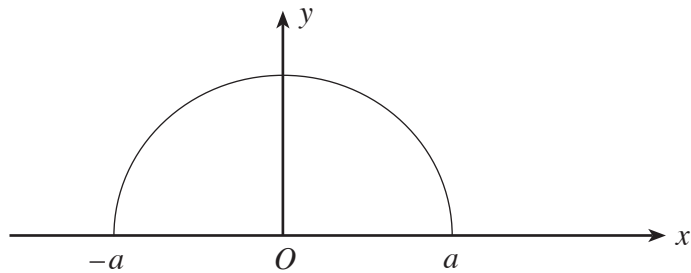
[8]

2. Diffinnir y ffwythiant f gan

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x - 5.$$

- (a) Dangoswch fod f yn ffwythiant cynyddol caeth (*strictly increasing*) ar gyfer pob gwerth o x . Diddwythwch nifer gwreiddiau real yr hafaliad $f(x) = 0$. [4]
- (b) (i) Dangoswch fod i'r hafaliad $f(x) = 0$ wreiddyn yn y cyfwng $[0, 1]$.
- (ii) Defnyddiwch y dull Newton-Raphson i ddarganfod gwerth y gwreiddyn hwn yn gywir i bedwar lle degol. [7]

- 3.



Mae'r diagram uchod yn dangos hanner uchaf y cylch â hafaliad $x^2 + y^2 = a^2$.

- (a) Dangoswch fod

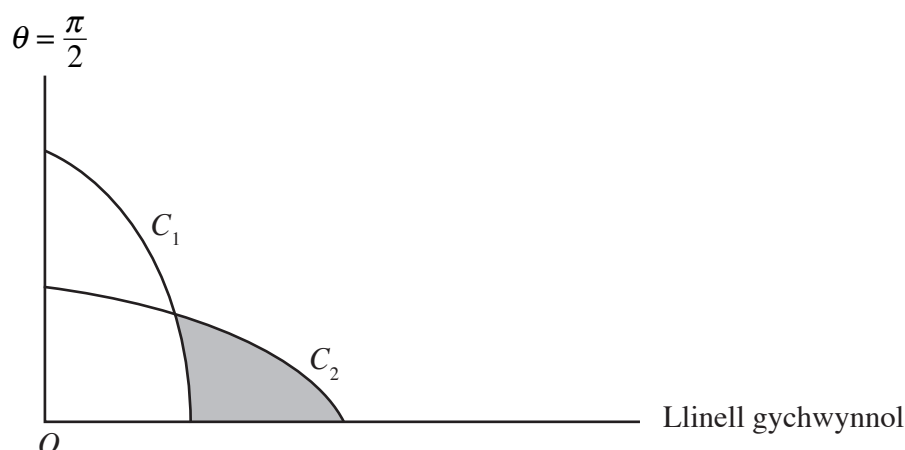
$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{a^2}{y^2}$$

ar y gromlin hon.

[4]

- (b) Trwy hyn, dangoswch fod arwynebedd arwyneb crwm sffêr, radiws a , yn hafal i $4\pi a^2$. [4]

4.



Mae'r diagram yn dangos y llinell gychwynol, y llinell $\theta = \frac{\pi}{2}$ a'r cromliniau C_1 , C_2 â hafaliadau

$$C_1 : r = e^\theta \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right),$$

$$C_2 : r = 2e^{-\theta} \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right).$$

- (a) Darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol croestorfan C_1 a C_2 . [4]
- (b) Darganfyddwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i dywyllu. [5]

5. (a) O wybod bod

$$a \cosh x + b \sinh x \equiv r \cosh(x + \alpha) \text{ lle mae } a > b > 0, r > 0,$$

dangoswch fod

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{a+b}{a-b} \right)$$

a darganfyddwch fynegiad ar gyfer r yn nhermau a a b . [8]

(b) Trwy hyn, neu fel arall, datrysych yr hafaliad

$$5 \cosh x + 3 \sinh x = 4,$$

gan roi eich ateb fel logarithm naturiol. [4]

6. Diffinnir y ffwythiant f gan

$$f(x) = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right).$$

(a) Dangoswch fod

$$f'(x) = 2 \sec 2x. \quad [4]$$

(b) Darganfyddwch y ddau derm cyntaf, nad ydynt yn sero, yn ehangiad Maclaurin ar gyfer f .

[7]

(c) Mae i'r hafaliad

$$f(x) = 10x^3$$

wreiddyn positif bach. Darganfyddwch fras werth ar ei gyfer.

[3]

7. Diffinnir yr integryn I_n , ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^1 x^n (1-x)^{\frac{3}{2}} dx.$$

(a) Dangoswch, ar gyfer $n \geq 1$, fod

$$I_n = \left(\frac{2n}{2n+5}\right) I_{n-1}. \quad [7]$$

(b) Enrhifwch I_2 .

[6]