

Uned 2 Pellach - Haf 2018

1)  $X \sim B(12, 0.3)$        $Y \sim Po(4)$

Mae  $X$  ag  $Y$  yn annibynnol.

a)  $E(X) = np$        $E(Y) = \lambda$   
 $= 12 \times 0.3$        $= 4$   
 $= 3.6$

$E(XY) = E(X)E(Y)$       gan fod  $X$  ag  $Y$  yn annibynnol  
 $= 3.6 \times 4$   
 $= 14.4$

b)  $Var(XY) = E((XY)^2) - [E(XY)]^2$   
 $= E(X^2Y^2) - 14.4^2$   
 $= E(X^2)E(Y^2) - 207.36$

Nawr  $Var(X) = npq$   
 $= 12 \times 0.3 \times (1-0.3)$   
 $= 2.52$

Hefyd  $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$   
 $2.52 = E(X^2) - 3.6^2$   
 $2.52 + 12.96 = E(X^2)$   
 $E(X^2) = 15.48$

$Var(Y) = \lambda$   
 $= 4$

Hefyd  $Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$   
 $4 = E(Y^2) - 4^2$   
 $4 + 16 = E(Y^2)$

$E(Y^2) = 20$       Felly  $Var(XY) = 15.48 \times 20 - 207.36$   
 $Var(XY) = \underline{102.24}$

## Uned 2 Pellach - Haf 2018

$$2) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ar gyfer } x < 0 \\ \frac{x^3}{432}(8-x) & \text{ar gyfer } 0 \leq x \leq 6 \\ 1 & \text{ar gyfer } x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a) P(X > 5) &= 1 - P(X \leq 5) \\ &= 1 - F(5) \\ &= 1 - \frac{5^3}{432}(8-5) \\ &= \frac{19}{144} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P(\text{tortsh pen yn gweithredu am fwy na 50 awr}) \\ &= P(X > 5) \times P(X > 5) \times P(X > 5) \\ &= \left(\frac{19}{144}\right)^3 \\ &= 0.00229706522 \\ &= 0.002297 \text{ i 4 ffigur ystyron} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) F(4.5) &= \frac{4.5^3}{432}(8-4.5) \\ &= 0.73828125 \\ F(4.6) &= \frac{4.6^3}{432}(8-4.6) \\ &= 0.7660703704 \end{aligned}$$

Mae 0.75 yn gorwedd rhwng 0.738... a 0.766... felly mae'r datbysiad  $F(q) = 0.75$  yn gorwedd rhwng 4.5 a 4.6. ✓

$$\begin{aligned}
\text{ch) } f(x) &= \frac{d}{dx} (F(x)) \\
&= \frac{d}{dx} \left( \frac{x^3(8-x)}{432} \right) \\
&= \frac{d}{dx} \left( \frac{8x^3}{432} - \frac{x^4}{432} \right) \\
&= \frac{d}{dx} \left( \frac{x^3}{54} - \frac{x^4}{432} \right) \\
&= \frac{3x^2}{54} - \frac{4x^3}{432} \\
&= \frac{x^2}{18} - \frac{x^3}{108} \\
&= \frac{x^2}{108} (6 - x)
\end{aligned}$$

$$\text{Felly } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ar gyfer } x < 0 \\ \frac{x^2}{108}(6-x) & \text{ar gyfer } 0 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{ar gyfer } x > 6. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{d) } E(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
&= \int_0^6 x \left( \frac{x^2(6-x)}{108} \right) dx \\
&= \int_0^6 \frac{x^3}{18} - \frac{x^4}{108} dx \\
&= \left[ \frac{x^4}{4 \times 18} - \frac{x^5}{5 \times 108} \right]_0^6 \\
&= \left[ \frac{x^4}{72} - \frac{x^5}{540} \right]_0^6 \\
&= \left( \frac{6^4}{72} - \frac{6^5}{540} \right) - \left( \frac{0^4}{72} - \frac{0^5}{540} \right) \\
&= 3.6
\end{aligned}$$

Felly hyd oes cymedrig y babris yw  $3.6 \times 10$   
 $= \underline{36}$  o oriau

dd) Mewn gwirionedd, gall batri bara mwy na  
60 o oriau, ee. wrth ei ddefnyddio mewn cloc.

## Uned 2 Pellach - Haf 2018

- 3) a) Gadewch i  $X$  gynrychioli elw y chwaraewr.  
Ffall  $X$  fod yn  $-50$ ,  $50$  a  $450$  (mewn ceiniogau).  
colli  $\uparrow$   $100-50$   $500-50$

$$\begin{aligned}P(X = -50) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{52-13}{52} \\&= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{39}{52} \\&= \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \\&= \frac{7}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(X = 50) &= \frac{1}{2} \times \frac{12}{52} \\&= \frac{3}{26}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(X = 450) &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{52} \\&= \frac{1}{104}\end{aligned}$$

Dosraniad Tebygolrmydd

$x$	$-50$	$50$	$450$
$P(X=x)$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{1}{104}$

$$\text{Gwirio: } \frac{7}{8} + \frac{3}{26} + \frac{1}{104} = 1 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } E(X) &= \sum x P(X=x) \\
 &= -50 \times \frac{7}{8} + 50 \times \frac{3}{26} + 450 \times \frac{1}{104} \\
 &= \frac{-875}{26} \\
 &\approx -34 \text{ ceiniog, i'r geiniog agosaf.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= \sum x^2 P(X=x) \\
 &= (-50)^2 \times \frac{7}{8} + 50^2 \times \frac{3}{26} + 450^2 \times \frac{1}{104} \\
 &= \frac{57500}{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\
 &= \frac{57500}{13} - \left(\frac{-875}{26}\right)^2 \\
 &= 3290.495562
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Gwriad safon} &= \sqrt{3290.495562} \\
 &= 57.3628413 \\
 &= 57 \text{ ceiniog, i'r geiniog agosaf}
 \end{aligned}$$

$$\text{c) i) } 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

$$200 \times \frac{1}{8} = \underline{25} \text{ o chwaraeuyr}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii) } &200 \times -E(X) \\
 &= 200 \times -\left(\frac{-875}{26}\right)
 \end{aligned}$$

$$= 200 \times \frac{875}{26}$$

$$= 6730.769231 \rightarrow = \underline{\pounds 67.31}, \text{ i'r geiniog agosaf.}$$

## Uned 2 Pellach - Itaf 2018

4)

Buwch	A	B	C	D	E	F	G
Gwirioneddol	614	1105	718	1001	889	770	682
Amcangyfrifol	700	1300	850	1400	750	900	800

a)

Buwch	A	B	C	D	E	F	G
Trefn G	7	1	5	2	3	4	6
Trefn A	7	1	4	2	6	3	5
Gwahaniaeth	0	0	1	0	-3	1	1
Gwahaniaeth <sup>2</sup>	0	0	1	0	9	1	1

$$\begin{aligned}\text{Cyfanswm y sgwariau} &= 0 + 0 + 1 + 0 + 9 + 1 + 1 \\ &= 12\end{aligned}$$

Cyfernod cydberthyniad trefn restrol Spearman

$$= 1 - \frac{6 \times \text{Cyfanswm y sgwariau}}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 12}{7(7^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{72}{7 \times 48}$$

$$= \frac{11}{14}$$

b)  $H_0$ : Nid oes cysylltiad rhwng y pwysau gwirioneddol a'r pwysau amcangyfrifol yn erbyn

$H_1$ : Mae yna gysylltiad rhwng y pwysau gwirioneddol a'r pwysau amcangyfrifol.

Ōr tablau ystadegol, gwerth critigol 1-gynffon  
5% ar gyfer  $n = 7$  yw 0.6786.

Mae  $\frac{11}{14} \approx 0.7857\dots$  yn fwy na 0.6786

Felly mae tystiolaeth gref i ddweud bod yna  
gysyllbiad rhwng y pwysau gwirioneddol a'r  
pwysau amcangyfrifol. (Rydym yn gwrthod  $H_0$   
ac yn derbyn  $H_1$ .)

c) Mae'r data yma'n dangos bod y cystadleuydd  
hwn yn dda am roi'r buchod mewn bren restrol.  
Efallai bod y cystadleuydd yn bell o amcangyfrif  
y pwysau yn gywir — fel mae'r datb'n ei ddangos  
(er enghraifft, mae buwch D bron i 400kg yn ormod).



## Uned 2 Pellach - Haf 2018

5) a)  $H_0$ : Gall y data gael ei fodelu gan y dosraniad Binomaidd  $B(6, 0.6)$

yn erbyn

$H_1$ : Ni all y data gael ei fodelu gan y dosraniad Binomaidd  $B(6, 0.6)$ .

$$\begin{aligned} \text{b) i) } d &= P(X=3) \times 50 \\ &= 0.27648 \times 50 \\ &= 13.824 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e &= P(X=4) \times 50 \\ &= 0.31104 \times 50 \\ &= 15.552 \end{aligned}$$

ii) Rhaid cyfuno dosbarthiadau efo amlderau drsgwyliedig llai na 5.

Polisiau wedi'u gwerthu	Amlder (arsylwed)	Amlder Disgwyliedig	$\frac{(A-D)^2}{D}$
0, 1 neu 2	13	8.96	1.8216
3	12	13.824	0.2407
4	15	15.552	0.0196
5 neu 6	10	11.664	0.2374
Cyfanswm	50		2.3193

$$\begin{aligned} \text{Yr ystadegyn prawf yw } \chi^2 &= \sum_{i=1}^n \frac{(A_i - D_i)^2}{D_i} \\ &= 2.319 \text{ i 3 lle degol} \end{aligned}$$

$v$  = Nifer o gategoriâu

$$v = 4 - 1$$

$$v = 3$$

Gan ddefnyddio'r tablau ystadegol, y gwerth critigol ar lefel arwyddocâd 10% (felly  $p = 0.9$  yn y tablau) yw 6.251.

Gan fod  $2.319 < 6.251$ , nid oes tystiolaeth digonol ar gyfer gwrthod  $H_0$ . Felly rydym yn derbyn bod y data yn gallu cael ei fodelu gan y dosraniad Binomaidd  $B(6, 0.6)$ .

- c) 6 yw'r nifer o gleientiaid mae'r gwerthwr yswiriant bywyd yn ei weld bob dydd.  
0.6 yw'r tebygolrwydd o werthu yswiriant bywyd i bob person unigol.

## Uned 2 Pellach - Haf 2018

- 6) a)  $H_0$ : Nid oes cysylltiad rhwng y lefel uchaf o addysg wedi'i chyrraedd ar cyflog sy'n cael ei ennill yn erbyn  
 $H_1$ : Mae gna gysylltiad rhwng y lefel uchaf o addysg wedi'i chyrraedd ar cyflog sy'n cael ei ennill.

b)  $E_{i,j} = \frac{\text{cyfanswm mes } i \times \text{cyfanswm colofn } j}{\text{maint y sampl}}$

$$E_{1,1} = \frac{108 \times 71}{664}$$

$$E_{1,1} = \frac{1917}{166}$$

$$E_{1,1} = 11.55 \text{ i 2 le degol}$$

c) Cyfraniadau  $\chi^2$ :  $\frac{(\text{Amlder} - \text{Amlder Disgwyliedig})^2}{\text{Amlder Disgwyliedig}}$

$$m = \frac{(32 - 24.23)^2}{24.23}$$

$$m = 2.4916591$$

$$n = \frac{(5 - 9.20)^2}{9.20}$$

$$n = 1.917391304$$

- ch) i) Cafodd y cyfraniadau  $\chi^2$  eu hadio i gael 19.61301.  
ii) Mae'r cyfraniadau mwyaf yn y golofn 'Llai na 5 TGAU'. Mae hyn yn dangos bod mwy na'r disgwyf yn y categori 'Llai na £20,000' a llai na'r disgwyf yn y categori 'Mwy na £60,000'.

d) Mae'r gwerth-p yn llai na 0.05 sy'n awgrymu bod cysylltiad rhwng y lefel uchaf o addysg wedi chyrraedd ar cyflog sy'n cael ei ennill.  
(Mae hyn ar lefel arwyddocaâd 5%.)

## Uned 2 Pellach - Haf 2018

7) a)  $\Sigma x = 46.2$        $\Sigma y = 898$   
 $S_{xx} = 3.48$        $S_{xy} = 49.45$        $S_{yy} = 1437.714$   
 $n = 14$

Hafaliad y llinell atchwel sgwariau lleiaf:

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \frac{49.45}{3.48}$$

$$b = 14.20977011$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = \frac{898}{14} - 14.20977011 \times \frac{46.2}{14}$$

$$a = 17.25061576$$

Felly  $y = 17.251 + 14.210x$  i 3 lle degol

b) Mae 90 tu allan i amrediad y data sydd wedi'i gasglu.

Nid yw'n bosib ail-drefnwr llinell atchwel

i roi  $x$ ; maen'n haid cyfrifo hafaliad atchwel

$x$  yn nhermau  $y$ , h.y.  $x = a + by$

gan ddefnyddio  $b = \frac{S_{xy}}{S_{yy}}$  ag  $a = \bar{x} - b\bar{y}$ .