



TAG

MATHEMATEG BELLACH

UNED 4: MATHEMATEG BUR BELLACH B

DEUNYDDIAU ASESU ENGHREIFFTIOL

(2 awr 30 munud)

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfryn ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol i egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

Os nad yw'r lefel o gywirdeb yn cael ei nodi yn y cwestiwn, dylid talgrynnu atebion yn briodol.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. (a) Enrhifwch yr integryn

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)^5}. \quad [3]$$

- (b) Drwy roi $u = \ln x$, darganfyddwch a oes gan yr integryn canlynol werth meidraidd (*finite value*) ai peidio.

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}. \quad [4]$$

2. Enrhifwch yr integryn

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 4x + 6}}. \quad [6]$$

3. Mae gan y gromlin C hafaliad pegynlinol $r = 3(2 + \cos \theta)$, $0 \leq \theta \leq \pi$. Darganfyddwch yr arwynebedd sydd wedi'i amgáu rhwng C a'r llinell gychwynnol. Rhwng eich ateb ar ffurf $\frac{a}{b}\pi$, lle mae a a b yn gyfanrifau positif sydd angen darganfod eu gwerthoedd. [5]

4. Darganfyddwch dri thrydydd isradd y rhif cymhlyg $2 + 3i$, gan roi eich atebion yn y ffurf Gartesaidd. [9]

5. Darganfyddwch holl wreiddiau'r hafaliad

$$\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta = 0$$

- sydd yn y cyfwng $[0, \pi]$. Rhwng yr holl wreiddiau mewn radianau yn nhermau π . [8]

6. Mae matrices \mathbf{M} wedi'i roi gan

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

(a) Darganfyddwch

(i) matrices atgydiol (*adjugate*) \mathbf{M} ,

(b) Trwy hyn darganfyddwch beth yw'r matrices gwrthdro \mathbf{M}^{-1} . [5]

(b) Defnyddiwch eich canlyniad i ddatrys yr hafaliadau cydamserol

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 13 \\ x + 3y + 2z &= 13 \\ 3x + 2y + 5z &= 22 \end{aligned} \quad [2]$$

7. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{8x^2 + x + 5}{(2x+1)(x^2+3)}.$$

(a) Mynegwch $f(x)$ mewn ffracsiynau rhannol. [4]

(b) Trwy hyn enrhifwch

$$\int_2^3 f(x) dx,$$

gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [6]

8. Mae cromlin $y = 1 + x^3$ wedi'i dynodi gan C .

(a) Mae powlen yn cael ei dylunio drwy gylchdroi arc C sy'n cysylltu pwyntiau $(0,1)$ a $(2,9)$ drwy bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin- y . Cyfrifwch gynhwysedd y bowlen. [5]

(b) Mae powlen arall â chynhwysedd 25 yn cael ei dylunio drwy gylchdroi arc C sy'n cysylltu'r pwyntiau â chyfesurynnau $y = 1$ ac a drwy bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin- y . Cyfrifwch werth a . [5]

9. (a) Defnyddiwch anwythiad mathemategol i brofi Theorem de Moivre, sef

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta,$$

Ile mae n yn gyfanrif positif. [7]

- (b) (i) Defnyddiwch y canlyniad hwn i ddangos bod

$$\sin 5\theta = a \sin^5 \theta - b \sin^3 \theta + c \sin \theta,$$

Ile mae a , b ac c yn gyfanrifau positif i'w darganfod.

- (ii) Trwy hyn darganfyddwch werth $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 5\theta}{\sin \theta}$ [7]

10. Ystyriwch yr hafaliad differol

$$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

- (a) Darganfyddwch ffactor integru ar gyfer yr hafaliad differol hwn. [4]

- (b) Datrysych yr hafaliad differol o wybod bod $y = 0$ pan mae $x = \frac{\pi}{4}$, gan roi eich ateb yn y ffurf $y = f(x)$. [7]

11. (a) Dangoswch fod

$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right), \quad \text{Ile mae } -1 < x < 1. \quad [4]$$

- (b) O wybod bod

$$a \cosh x + b \sinh x \equiv r \cosh(x + \alpha), \quad \text{Ile mae } a > b > 0,$$

dangoswch fod

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{a+b}{a-b} \right)$$

a darganfyddwch fynegiad ar gyfer r yn nhermau a a b . [7]

- (c) Trwy hyn datrysych yr hafaliad

$$5 \cosh x + 4 \sinh x = 10,$$

gan roi eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [6]

12. Mae ffwythiant f wedi'i roi gan

$$f(x) = e^x \cos x.$$

- (a) Dangoswch fod $f''(x) = -2e^x \sin x$. [2]
- (b) Darganfyddwch gyfres Maclaurin ar gyfer $f(x)$ hyd at y term x^4 . [6]
- (c) Trwy hyn, drwy ddifferu eich cyfres, darganfyddwch y gyfres Maclaurin ar gyfer $e^x \sin x$ hyd at y term x^3 . [4]
- (ch) Mae gan yr hafaliad

$$10e^x \sin x - 11x = 0$$

wreiddyn positif bach. Darganfyddwch ei fras werth, gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [4]