

Uned 2 Pellach : Deunyddiau Asesu Enghreifftiol

1)

$$E(X) = 14$$

$$\text{Var}(X) = 5^2$$

$$E(Y) = 12$$

$$\text{Var}(Y) = 3^2$$

$$W = XY$$

$$\text{a) } E(W) = E(X)E(Y)$$

$$= 14 \times 12$$

$$= 168$$

$$\text{b) } \text{Var}(W) = E(W^2) - [E(W)]^2$$

$$= E(W^2) - 168^2$$

$$= E(W^2) - 28224.$$

$$\text{Nawr } \text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$5^2 = E(X^2) - 14^2$$

$$14^2 + 5^2 = E(X^2)$$

$$E(X^2) = 221$$

$$\text{Var}(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

$$3^2 = E(Y^2) - 12^2$$

$$12^2 + 3^2 = E(Y^2)$$

$$E(Y^2) = 153$$

$$E(W^2) = E((XY)^2)$$

$$= E(X^2Y^2)$$

$$= E(X^2) \times E(Y^2)$$

$$= 221 \times 153$$

$$= 33813$$

$$\text{Felly } \text{Var}(W) = 33813 - 28224$$

$$\text{Var}(W) = \underline{5589}$$

Uned 2 Pellach: Deunyddiau Asesu Enghreifftiol

$$2) f(t) = \frac{1}{2500} t(100 - t^2) \quad \text{ar gyfer } 0 \leq t \leq 10$$

$$f(t) = 0 \quad \text{fel arall}$$

$$\begin{aligned} a) ECT) &= \int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt \\ &= \int_0^{10} t \left(\frac{1}{2500} t(100 - t^2) \right) dt \\ &= \frac{1}{2500} \int_0^{10} t^2(100 - t^2) dt \\ &= \frac{1}{2500} \int_0^{10} 100t^2 - t^4 dt \\ &= \frac{1}{2500} \left[\frac{100t^3}{3} - \frac{t^5}{5} \right]_0^{10} \\ &= \frac{1}{2500} \left[\left(\frac{100 \times 10^3}{3} - \frac{10^5}{5} \right) - \left(\frac{100 \times 0^3}{3} - \frac{0^5}{5} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2500} \left[\frac{40000}{3} - 0 \right] \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) i) F(t) &= \int_{-\infty}^t f(u) du \\ &= \int_0^t \frac{1}{2500} u(100 - u^2) du \\ &= \frac{1}{2500} \int_0^t 100u - u^3 du \\ &= \frac{1}{2500} \left[\frac{100u^2}{2} - \frac{u^4}{4} \right]_0^t \\ &= \frac{1}{2500} \left[\left(\frac{50t^2}{2} - \frac{t^4}{4} \right) - \left(\frac{50(0)^2}{2} - \frac{0^4}{4} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2500} \left(\frac{50t^2 - t^4}{4} \right) \\
&= \frac{1}{50} t^2 - \frac{1}{10000} t^4 \\
&= \frac{1}{50} t^2 \left(1 - \frac{1}{200} t^2 \right)
\end{aligned}$$

Felly $F(t) = 0$ ar gyfer $t < 0$

$$F(t) = \frac{1}{50} t^2 \left(1 - \frac{1}{200} t^2 \right) \text{ ar gyfer } 0 \leq t \leq 10$$

$$F(t) = 1 \text{ ar gyfer } t > 10.$$

$$\text{ii) } P(T > 5) = 1 - F(5)$$

$$= 1 - \frac{1}{50} (5^2) \left(1 - \frac{1}{200} (5^2) \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{9}{16}$$

iii) Mae'r canolrif m yn balloni $F(m) = 0.5$

$$\frac{1}{50} m^2 \left(1 - \frac{1}{200} m^2 \right) = 0.5$$

$$m^2 \left(1 - \frac{1}{200} m^2 \right) = 25$$

$$m^2 - \frac{1}{200} m^4 = 25$$

$$200m^2 - m^4 = 5000$$

$$m^4 - 200m^2 + 5000 = 0$$

Gadewch i $n = m^2$.

Rydym angen datrys $n^2 - 200n + 5000 = 0$

Fformiwla Kwadratig: $n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$n = \frac{200 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(5000)}}{2 \times 1}$$

$$n = \frac{200 \pm \sqrt{20000}}{2}$$

$$n = \frac{200 \pm \sqrt{2 \times 10000}}{2}$$

$$n = \frac{200 \pm 100\sqrt{2}}{2}$$

$$n = 100 \pm 50\sqrt{2}$$

Nail ai $n = 100 + 50\sqrt{2}$ neu $n = 100 - 50\sqrt{2}$

$$n = 170.7106781$$

$$n = 29.28932188$$

Felly $m^2 = 170.7106781$ neu $m^2 = 29.28932188$

$$m = \sqrt{170.7106781}$$

$$m = \sqrt{29.28932188}$$

$$m = 13.06562965$$

$$m = 5.411961001$$

Ddim yn ateb dilys gan

$$m = 5.41 \text{ munud}$$

ei fod yn fwy na 10.

i 2 ledegol

Uned 2 Pellach - Deunyddiau Aesu Enghreifftiol

3)

Myfyriwr	A	B	C	D	E	F	G	H
Itanes	73	59	83	49	57	82	67	60
Daearyddiaeth	55	51	58	59	44	66	49	67

a)

Myfyriwr	A	B	C	D	E	F	G	H
Trefn Itanes	3	6	1	8	7	2	4	5
Trefn Daeuar	5	6	4	3	8	2	7	✓
Gwahaniaeth	-2	0	-3	5	-1	0	-3	4
Gwahaniaeth ²	4	0	9	25	1	0	9	16

$$\begin{aligned} \text{Cyfanswm y sgwariau} &= 4 + 0 + 9 + 25 + 1 + 0 + 9 + 16 \\ &= 64 \end{aligned}$$

Cyfernod Cydberthyniad trefnvestrol Spearman

$$= 1 - \frac{6 \times \text{Cyfanswm y sgwariau}}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 64}{8(8^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 64}{8 \times 63}$$

$$= \frac{5}{21}$$

$$= 0.2380952381$$

b) O'r tablau ystadegol, gwerth critigol

1-gynffon 5% ar gyfer $n = 8$ yw 0.6429

Gan fod 0.238... yn llai na 0.6429 mae hyn yn awgrymu nad oes cysylltiad positif rhwng marciau meun Itanes a marciau meun Daearyddiaeth.

c) Nid yw'r data o reidruydd yn dilyn dosraniad normal deunewidyn.

Uned 2 Pellach - Deunyddiau Asesu Enghreifftiol

- 4) a) Mae'r dystiolaeth yn awgrymu bod rhagolygon da i raddedigion yn gysylltiedig ag ansawdd ymchwil da a safonau mynediad uchel. Mae'r dystiolaeth hefyd yn awgrymu nad yw rhagolygon da i raddedigion yn gysylltiedig â boddhad myfyrwyr.

$$\begin{aligned} b) \quad \sum x &= 22.24 & \sum y &= 2522 \\ S_{xx} &= 1.0542 & S_{yy} &= 20193.5 & S_{xy} &= 122.72 \end{aligned}$$

Afafalad y llinell atdmel sgwariau lleiaf:
 $y = a + bx$.

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \frac{122.72}{1.0542}$$

$$b = 116.4105483$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = \frac{2522}{7} - 116.4105483 \times \frac{22.24}{7}$$

$$a = -9.567227742$$

Felly $y = -9.567 + 116.411x$ i 3 lle degol

$$\begin{aligned} c) \quad y &= -9.567 + 116.411 \times 3.00 \\ y &= 339.6644172 \end{aligned}$$

Safon mynediad y brifysgol hon yw 340 pwynt UCAS, i'r rhif cyfan agsaf.

Uned 2 Pellach - Deunyddiau Aseu Enghreifftiol

5) a) H_0 : Mae'n bosib i ni fodolir data gyda dosraniad Poisson cymedr 2

yn erbyn

H_1 : Nid yw'n bosib i ni fodolir data gyda dosraniad Poisson cymedr 2.

b) Gadewch i $X \sim Po(2)$.

x	$P(X=x)$	$50 \times P(X=x)$
0	0.1353	6.767
1	0.2707	13.534
2	0.2707	13.534
3	0.1804	9.022

$$P(X \leq 3) = 0.8571234644$$

$$P(X \geq 4) = 1 - 0.8571234644$$

$$= 0.1428765356$$

$$50 \times P(X \geq 4) = 7.144$$

Data o'r gyfnewid

Goliau a gafodd eu sgorio	Amllder (Arsylwad)	Amllder Disgwyliedig	$\frac{(A-D)^2}{D}$
0	6	6.767	0.0869
1	11	13.534	0.4744
2	15	13.534	0.1587
3	10	9.022	0.1060
4 neu fwy	8	7.144	0.1025
Cyfanswm	50		0.929

Yr ystadegyn prawf yw $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(A_i - D_i)^2}{D_i}$

$$= 0.929$$

$v =$ Nifero categorïau $- 1$

$v = 5 - 1$

$v = 4$

Gan ddefnyddio'r tablau ystadegol, y gwerth critigol ar lefel arwyddocâd 5% (felly $p = 0.95$ yn y tablau) yw 9.488.

Gan fod ein ystadegyn prawf, 0.929, yn llai na 9.488, rydym yn dod i'r casgliad ei bod yn bosib i ni fodelu'r data gyda dosraniad Poisson â chymedr 2.
(Rydym yn derbyn H_0 .)

Uned 2 Pellach - Deunyddiau Asesu Enghreifftiol

6) a) 11:00 → 11:15 felly $t = 15$ munud.
 $0.5t = 7.5$

Mae'r nifer o bobl sy'n cyrraedd rhwng 11:00 a 11:15, X , yn dilyn dosraniad Poisson.
 $X \sim P_0(7.5)$.

$$\begin{aligned}P(X=5) &= \frac{e^{-7.5} \times 7.5^5}{5!} \\&= 0.1093745947\dots \\&= \underline{0.1094} \text{ i 4 lle degol.}\end{aligned}$$

b) Mae'r nifer o bobl sy'n cyrraedd mewn t munud ar ôl llam, Y , yn dilyn dosraniad Poisson.
 $Y \sim P_0(0.5t)$.

$$\begin{aligned}P(T > t) &= P(\text{Dim cwsmeriaid yn cyrraedd rhwng llam a } t \text{ munud ar ôl llam}) \\&= P(Y=0) \\&= \frac{e^{-0.5t} \times (0.5t)^0}{0!} \\&= \frac{e^{-0.5t} \times 1}{1}\end{aligned}$$

$$P(T > t) = e^{-0.5t} \quad \checkmark$$

ii) Ffwrthiant dosraniad cronus T yw

$$\begin{aligned}F(t) &= P(T \leq t) \\&= 1 - P(T > t) \\&= 1 - e^{-0.5t}\end{aligned}$$

Ffwrthiant dwysedd tebygolrwydd T yw $f(t)$.

$$\begin{aligned}f(t) &= \frac{d}{dt}(F(t)) \\&= \frac{d}{dt}(1 - e^{-0.5t}) \\&= 0 - (-0.5)e^{-0.5t} \\f(t) &= 0.5e^{-0.5t}\end{aligned}$$

iii) Yn cymharu efiwr dosraniad esbonyddol:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{os } yw x > 0 \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases}$$

gwelwn fod $f(t)$ yn dilyn dosraniad esbonyddol
efo $\lambda = 0.5$.

$$\text{Felly } E(T) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{Var}(T) = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$E(T) = \frac{1}{0.5}$$

$$\text{Var}(T) = \frac{1}{0.5^2}$$

$$E(T) = \underline{\underline{2}}$$

$$\text{Var}(T) = 4$$

felly'r gwyriad safonol
yw $\sqrt{4} = \underline{\underline{2}}$

Uned 2 Pellach - Deunyddiau Aesü Enghreifftiol

7) a) i) H_0 : Nid oes cysylltiad rhwng rhieni'n gwybod cyfrinair cyfryngau cymdeithasol eu plentyn ac oedran y plentyn yn ebyn

H_1 : Mae yna gysylltiad rhwng rhieni'n gwybod cyfrinair cyfryngau cymdeithasol eu plentyn ac oedran y plentyn.

ii) $E_{ij} = \frac{\text{cyfanswm rhes } i \times \text{cyfanswm colofn } j}{\text{maint y sampl}}$

$$E_{2,1} = \frac{275 \times 142}{493}$$

$$E_{2,1} = 79.20892495$$

$$E_{2,1} = \underline{79.21} \quad \text{i 2 lle degol}$$

iii) Cyfraniadau χ^2 : $\frac{(\text{Amlder} - \text{Amlder Disgwyliedig})^2}{\text{Amlder Disgwyliedig}}$

Ar gyfer 'Ydy', 13 oed: $\frac{(76 - 62.79)^2}{62.79}$
 $= 2.77917025$
 $= 2.779 \text{ i 3 lle degol}$

Ar gyfer 'Nac Ydy', 14 oed: $\frac{(103 - 99.29)^2}{99.29}$
 $= 0.1386252392$
 $= 0.139 \text{ i 3 lle degol}$

iv) Graddau Rhyddid = $(\text{Nifer o goldrau} - 1) \times (\text{Nifer o resi} - 1)$
 $= (3 - 1) \times (2 - 1)$
 $= 2 \times 1$
 $= 2 \quad \checkmark$

v) Gan fod y gwerth p yn llai na 0.05, mae tystiolaeth gref i awgrymu bod cysylltiad rhwng rhieni'n gwybod cyfrinair cyfryngau cymdeithasol plentyn ac oedran y plentyn. (Rydym yn gwrthod H_0 .)

b) Mae'r cyfraniad mwyaf ar gyfer plant 13 oed, yn enwedig yn achos 'ydy'.

Mae'n ymddangos bod mwy o rieni'n ddisgwyll yn gwybod cyfrinciriau eu plant 13 oed.