Prawf

Proof

YSGOL CREUDDYN
DAWN DYSG DAIONI

@mathemateg

YouTube /adolygumathemateg

Prawf / *Proof*

Rydych angen gwybod sut i ysgrifennu tri math o brawf.
You need to know how to write three types of proof.

1) Prawf trwy ddiddwytho / *Proof by deduction.*
2) Prawf trwy ddisbyddu / *Proof by exhaustion.*
3) Gwrthbrawf drwy gwrthenghraifft / *Disproof by counter-example.*

Prawf trwy ddiddwytho

Mae'r math yma o brawf yn defnyddio algebra i benderfynu os yw gosodiad yn gywir neu'n anghywir.

Enghraifft

Profwch fod cyfanswm tri chyfanrif dilynol yn lluosrif 3.

Prawf

Gadewch i'r cyfanrif gyntaf gael ei gynrychioli gan y newidyn n.
Mae'n dilyn mai'r ail gyfanrif yw $n+1$ a'r trydydd cyfanrif yw $n+2$.

Swm y tri chyfanrif dilynol yw

$$\begin{aligned} & n+(n+1)+(n+2) \\ & =3n+3 \\ & =3(n+1) \end{aligned}$$

Mae'r swm yma'n lluosrif tri (mae'n 3 lluosi efo $n+1$) felly mae'r gosodiad yn wir.

QED.

Quod Erat Demonstrandum:
O'r Lladin: "Rwyf wedi dangos beth sydd angen ei ddangos".

Proof by deduction

This type of proof uses algebra to decide whether a statement is true or false.

Example

Prove that the sum of three consecutive whole numbers is a multiple of 3.

Proof

Let the first whole number be represented by the variable n.
It follows that the second whole number is $n+1$ and the third whole number is $n+2$.

The sum of the three consecutive whole numbers is

$$n + (n+1) + (n+2)$$
$$= 3n + 3$$
$$= 3(n+1)$$

This sum is a multiple of three (it is 3 multiplied by $n+1$) so the statement is true.

QED.

Quod Erat Demonstrandum:
From the Latin: "I have shown what needed to be shown".

Prawf trwy ddisbyddu

Mae'r math yma o brawf yn edrych ar bob achos posib, yn ei dro, ac yn profi bob un.
Mae'n gweithio dim ond os oes nifer fach o achosion i ystyried.

Enghraifft

Profwch, os yw n yn gyfanrif rhwng 1 a 5, bod $n^2 + 3n + 1$ o hyd yn rhif cysefin.

Prawf

Gadewch i ni ffurfio tabl i ystyried pob achos, yn ei dro.

n	$n^2 + 3n + 1$
1	$1^2 + 3 \times 1 + 1 = 5$
2	$2^2 + 3 \times 2 + 1 = 11$
3	$3^2 + 3 \times 3 + 1 = 19$
4	$4^2 + 3 \times 4 + 1 = 29$
5	$5^2 + 3 \times 5 + 1 = 41$

Mae'r rhifau 5, 11, 19, 29 a 41 i gyd yn rhifau cysefin, felly rydym wedi profi'r gosodiad.

QED.

Proof by exhaustion

This type of proof looks at every case, in turn, and proves each one.
It only works if there are a small number of cases to consider.

Example

Prove, if n is a whole number between 1 and 5, that $n^2 + 3n + 1$ is always a prime number.

Proof

Let us form a table to consider each case, in turn.

n	$n^2 + 3n + 1$
1	$1^2 + 3 \times 1 + 1 = 5$
2	$2^2 + 3 \times 2 + 1 = 11$
3	$3^2 + 3 \times 3 + 1 = 19$
4	$4^2 + 3 \times 4 + 1 = 29$
5	$5^2 + 3 \times 5 + 1 = 41$

The numbers 5, 11, 19, 29 and 41 are all prime numbers, so we have proven the statement.

QED.

Gwrthbrawf drwy gwrthenghraifft

Mae'r math yma o brawf yn profi bod rhywbeth ddim yn wir trwy roi enghraifft lle nad yw'n wir.

Enghraifft

Gadewch i'r newidyn n gynrychioli cyfanrif. Mae Twm yn meddwl bod $n^2 + 3n + 1$ o hyd yn rhif cysefin. Profwch, trwy roi gwrthenghraifft briodol, fod hyn yn anghywir.

Prawf

Gadewch i ni ystyried yr achos $n = 6$.

Mae $6^2 + 3 \times 6 + 1 = 55$.

Nid yw 55 yn rhif cysefin (ei ffactorau yw 1, 5, 11 a 55), felly nid yw'r gosodiad yn wir.

QED.

Disproof by counter-example

This type of proof proves that something is false by giving an example where it is false.

Example

Let the variable n represent a whole number. Twm thinks that $n^2 + 3n + 1$ is always a prime number. Prove, by giving an appropriate counter-example, that this is false.

Proof

Let us consider the case $n = 6$.

$6^2 + 3 \times 6 + 1 = 55$.

55 is not a prime number (its factors are 1, 5, 11 and 55), so the statement is false.

QED.

Prawf / *Proof*

Cwblhau DAE Cwestiwn 6. / *Complete SAMs Question 6.*

Cwblhau ymarferion o'r gwerslyfr. / *Complete exercises from the book.*