

C2

Cyfres Rifyddol

Dyma enghraifft o gyfres rifyddol :

5,7,9...

Mae a yn dynodi term cyntaf y cyfres. Yn yr enghraifft yma $a = 5$.

Mae d yn dynodi faint mae'n newid. Yn yr enghraifft yma $d = 2$. Er mwyn cyfrifo d mae'n rhaid tynnu term 1 o derm 2... $t_2 - t_1$

t_1	t_2	t_3	t_4	...	
a	$a + d$	$a + 2d$		$a + 3d$...

$$t_{100} \rightarrow a + 99d$$

$$t_n \rightarrow a + 9(n-1)d$$

$$d = t_n - t_{n-1}$$

Enghraifft ffeindio term

Darganfyddwch t_{20} a t_{50} yn y gyfres rifyddol

100,93,86,79...

$$t_{20} = a + 19d \rightarrow t_{20} = 100 + 19(-7) \rightarrow t_{20} = -33$$

$$t_{50} = a + 49d \rightarrow t_{50} = 100 + 49(-7) \rightarrow t_{50} = -243$$

Enghraifft darganfod a a d .

Mewn cyfres rifyddol, mae'r wythfed term ddwywaith y trydydd term. Ugeinfed term y gyfres yw 11.

Darganfyddwch wahaniaeth cyffredin a themm cyntaf y gyfres.

Cam 1: Ysgrifennu beth rydym yn gwybod

$$t_8 = 2t_3 \rightarrow a + 7d = 2(a + 2d) \quad 3d = a$$

$$t_{20} = 11 \rightarrow a + 19d = 11 \quad a = 11 - 19d$$

Cam 2: Darganfod beth yw a a beth yw d trwy ddefnyddio hafaliadau cydamserol

$$(1) 3d = a$$

$$(2) a = 11 - 19d$$

$$3d = 11 - 19d$$

$$22d = 11$$

$$d = 0.5$$

Amnewid d yn hafaliad (1).

$$3d = a \rightarrow 3(0.5) = a \quad a = 1.5$$

Enghraifft darganfod nifer y termau

Darganfyddwch nifer y termau sydd yn y gyfres yma:

5,9,13,17,21,.....,805

$$805 = a + (n-1)d \rightarrow 805 = 5 + (n-1)4 \rightarrow 804 = 4n \rightarrow n = 201$$

Swm cyfres rhifyddol

Rhaid cofio y 'proof' yma : (Mae S_n yn golygu swm yr n term 1^{af})

$$\begin{aligned}
 S_n &= t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_{n-2} + t_{n-1} + t_n \\
 S_n &= a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-3)d) + (a+(n-2)d) + (a+(n-1)d) \\
 \\
 S_n &= t_n + t_{n-1} + t_{n-2} + \dots + t_3 + t_2 + t_1 \\
 S_n &= (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + (a+(n-3)d) + \dots + (a+2d) + (a+d) + a \\
 \\
 t_1 + t_n & & t_2 + t_{n-1} \\
 = a + (a+(n-1)d) & & = (a+d) + (a+(n-2)d) \\
 = 2a + (n-1)d & & = 2a - d + dn \\
 & & = 2a + (n-1)d \\
 \\
 2S_n &= n\{2a + (n-1)d\} \\
 S_n &= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}
 \end{aligned}$$

Enghraifft

Swm ugain term cyntaf cyfres rifyddol yw 540 a swm tri deg term cyntaf y gyfres yw 1260.

- Darganfyddwch derm cyntaf a gwahaniaeth cyffredin y gyfres.
- Cyfrifwch 50fed term y gyfres.

- Cam 1: Ysgrifennu beth rydym yn gwybod

$$S_{20} = 540 \rightarrow 540 = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} \rightarrow 540 = 10\{2a + 19d\} \rightarrow 54 = 2a + 19d$$

$$S_{30} = 1260 \rightarrow 1260 = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} \rightarrow 1260 = 15\{2a + 29d\} \rightarrow 84 = 2a + 29d$$

Cam 2: Darganfod gwerthoedd d ac a

$$\begin{aligned}
 \text{Hafaliadau Cydamserol -} & & (1) \quad 54 - 19d &= 2a \\
 & & (2) \quad 84 - 29d &= 2a \\
 & & 54 - 19d &= 84 - 29d \\
 & & 10d &= 30 \\
 & & d &= 3
 \end{aligned}$$

Amnewid d yn (2).

$$84 - 29d = 2a \rightarrow 84 - 29(3) = 2a \rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

-

$$t_{50} = ?$$

$$t_{50} = a + (n-1)d$$

$$t_{50} = -\frac{3}{2} + 49(3)$$

$$t_{50} = 145.5$$

Cyfres Geometreg

I gael y term nesaf mewn cyfres geometreg rydym yn lluosio efo rhyw rif r . Mae cyfres Geometreg yn parhau wrth lluosio neu rhannu, ond nid ydym yn meddwl bod ni'n rhannu, rydym ond yn lluosio, e.e yn lle rhannu gyda 2, byddem yn lluosio gyda 0.5.

Dyma enghraifft o cyfres geometreg :

1,2,4,8,16...

Mae a yn dynodi rhif cyntaf y gyfres. Yn yr enghraifft yma $a = 1$.

Mae r yn dynodi'r gymhareb cyffredin. Cymhareb cyffredin yw'r rhif sy'n cael ei luosi hefo term i ddarganfod y term nesaf. Yn yr enghraifft yma $r = 2$. Er mwyn cyfrifo r mae'n rhaid rhannu term 2 gyda

therm 1... $\frac{t_2}{t_1}$.

t_1	t_2	t_3	t_4	...
a	ar	ar^2	ar^3	...

$$t_n \rightarrow ar^{n-1}$$

$$r = \frac{t_n}{t_{n-1}}$$

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = \frac{t_4}{t_3} = \dots$$

Prawf o Swm Cyfres Geometreg

$$S_n = a + ar + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$$

$$rS_n = ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

$$S_n - rS_n = a - ar^n$$

$$S_n(1-r) = a(1-r^n)$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

Swm i anfeidredd o Gyfres Geometreg

Os yw r yn fwy nac 1 neu yn llai na -1 mae'r rhifau yn dargyfeirio (mynd yn bellach oddi wrth ei gilydd) ond os yw r rhwng -1 ac 1 mae'r rhifau yn cydgyfeirio (mae'r gwahaniaeth rhwng y cyfansymiau yn lleihau).

Felly os yw $-1 < r < 1$ neu $|r|$ mae yna swm i anfeidredd yn bodoli, sef

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

Enghraifft: Ail term cyfres geometreg yw -4 . Swm i anfeidredd y gyfres yw 9 . Dangoswch fod r , sef cymhareb cyffredin y gyfres, yn bodloni'r hafaliad $9r^2 - 9r - 4 = 0$. Darganfyddwch werth r , gan roi rheswm dros eich ateb.

$$ar = -4$$

$$9 = \frac{a}{1-r}$$

$$a = \frac{-4}{r}$$

$$a = 9 - 9r$$

$$\frac{-4}{r} = 9 - 9r$$

$$-4 = 9r - 9r^2$$

$$9r^2 - 9r - 4 = 0$$

$$9r^2 + 3r - 12r - 4 = 0$$

$$(3r+1)(3r-4) = 0$$

$$r = -\frac{4}{3}, r = \frac{1}{3}$$

Oherywdd bod gan y gyfres geometreg swm i anfeidredd mae hyn yn golygu bod rhaid i'r gymhareb cyffredin fod rhwng -1 ac 1 , felly

$$r = \frac{1}{3}$$

Enghraifft: Mae ail derm cyfres geometreg naw gwaith pedwerydd term y gyfres. Darganfyddwch werthoedd posib ar gyfer y gymhareb cyffredin. O wybod bod y cymhareb cyffredin yn bositif ac mai 12 yw swm i anfeidredd y gyfres, darganfyddwch drydydd term y gyfres.

$$ar = 9ar^3$$

$$\frac{ar}{ar} = \frac{9ar^3}{ar}$$

$$1 = 9r^2$$

$$r^2 = \frac{1}{9}$$

$$r = \frac{1}{3}, r = -\frac{1}{3}$$

$$12 = \frac{a}{1-\frac{1}{3}}$$

$$a = 8$$

$$t_3 = ar^2$$

$$t_3 = 8 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$t_3 = \frac{8}{9}$$

Enghraifft: Mewn cyfres geometreg, mae $a = \frac{2}{27}$, $r = 3$, Darganfyddwch werth lleiaf n , fel bod yr

nfed term yn fwy na 125000 .

$$t_n > 125000$$

$$ar^{n-1} > 125000$$

$$\frac{2}{27} \times 3^{n-1} > 125000$$

$$3^{n-1} > 1687500$$

$$\log(3^{n-1}) > \log(1687500)$$

$$(n-1) \times \log(3) > \log(1687500)$$

$$n > 14.05170063$$

Felly gwerth lleiaf n yw 15 . (Rhaid mynd fyny i'r rhif cyfan agosaf)

Enghraifft: Mae nfed term dilyniant yn cael ei ddynodi gan t_n . O wybod bod $t_{n+1} = 2t_n + 1$ a bod $t_4 = 63$.

(a) Enrhifwch t_1 .

$$\begin{array}{lll} t_4 = 2t_3 + 1 & t_3 = 2t_2 + 1 & t_2 = 2t_1 + 1 \\ 63 = 2t_3 + 1 & 31 = 2t_2 + 1 & 15 = 2t_1 + 1 \\ t_3 = 31 & t_2 = 15 & t_1 = 7 \end{array}$$

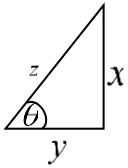
(b) Heb wneud unrhyw waith cyfrifo pellach, eglurwch pam na all 6043582 fod yn un o dermau'r dilyniant rhif hwn.

Mae'r rhifau yn y dilyniant hwn yn odrifau yn unig

Hafaliadau Trigonometreg

Unfathiannau trigonometreg

Ystyriwn triongl ongl sgwâr.



$$\sin \theta = \frac{x}{z}$$

$$\cos \theta = \frac{y}{z}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x/z}{y/z} = \frac{x}{y} = \tan \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

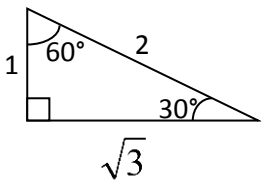
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{x}{z}\right)^2 + \left(\frac{y}{z}\right)^2$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{x^2 + y^2}{z^2} \quad (\text{Theorem Pythagoras})$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{z^2}{z^2}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

Pethau i'w chofio



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

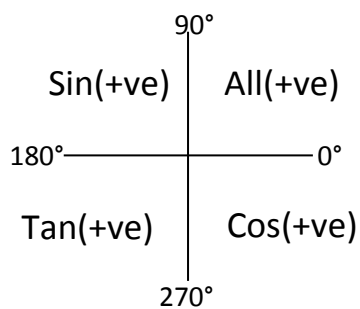
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

Darganfod ongl pan rydym hefo hafaliad



Yn y pedrant cyntaf yr ongl yw θ . Yn yr ail bedrant yr ongl yw $180^\circ - \theta$. Yn y trydydd pedrant yr ongl yw $180^\circ + \theta$. Yn y pedwerydd pedrant yr ongl yw $360^\circ - \theta$.

Enghraifft gyda rhif negatif

Enghraifft: Darganfyddwch holl werthoedd x yn yr amrediad $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ sy'n bodloni:
 $2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$.

Yn gyntaf mae'n rhaid i ni symleiddio'r hafaliad. I wneud hyn rydym yn edrych ar y term x ("COS x "). Mae hyn yn dweud wrthym bod ni angen hafaliad i fod yn nhermau COS. Felly rydym yn ail drefnu'r hafaliad gan ddefnyddio'r unfathiannau trigonometreg.

$$2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) + \cos x - 1 = 0$$

$$2 - 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$2\cos^2 x - 2\cos x + \cos x - 1 = 0$$

$$2\cos x(\cos x - 1) + 1(\cos x - 1) = 0$$

$$(2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

$$2\cos x + 1 = 0 \quad \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{neu} \quad \cos x = 1$$

Rwan rydym yn rhoi hyn yn y cyfrifianell i ddarganfod rhai o werthoedd x .

***Pan rydym hefo rhif negatif ("cos $x = -0.5$ ") rydym yn rhoi y rhif i mewn i'r cyfrifianell heb yr arwydd minws.

Felly,

$$x = 60^\circ \text{ a } x = 0^\circ$$

Rwan rydym yn darganfod gwerthoedd posibl i x yn yr amrediad $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

$x = 60^\circ (-)$	A	$x = 0^\circ$	A
$180^\circ - x = 120^\circ$	S	$180^\circ - x = 180^\circ$	S
$180^\circ + x = 240^\circ$	T	$180^\circ + x = 180^\circ$	T
$360^\circ - x = 300^\circ$	C	$360^\circ - x = 360^\circ$	C

Rwan rydym yn derbyn ac yn gwrthod yr atebion.

Ar gyfer $x = 60^\circ$ rydym eisiau gwerthoedd lle mae cos yn negatif felly:

Derbyn: $120^\circ, 240^\circ$

Gwrthod: $60^\circ, 300^\circ$

Ar gyfer $x = 0^\circ$ rydym eisiau gwerthoedd lle mae cos yn positif felly:

Derbyn: $0^\circ, 360^\circ$

Gwrthod: $180^\circ, 180^\circ$

Felly yr holl werthoedd x yn yr amrediad $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ yw $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$.

Enghraifft gydag amrediad wedi'i addasu

Enghraifft: Darganfyddwch holl werthoedd x yn yr amrediad 0° i 180° sy'n bodloni $\tan 3x = 1$.

$$\tan 3x = 1$$

$$3x = \tan^{-1}(1)$$

$$3x = 45^\circ$$

Rydym yn addasu'r amrediad.

$$0^\circ \leq x \leq 180^\circ$$

$$0^\circ \leq 3x \leq 540^\circ$$

Rwan rydym yn darganfod gwerthoedd posibl i $3x$ yn yr amrediad $0^\circ \leq 3x \leq 540^\circ$.

$$3x = 45^\circ \quad \mathbf{A}$$

$$180^\circ - 3x = 135^\circ \quad \mathbf{S}$$

$$180^\circ + 3x = 225^\circ \quad \mathbf{T}$$

$$360^\circ - 3x = 315^\circ \quad \mathbf{C}$$

Tro yma mae'n rhaid cario ymlaen oherwydd mae'r amrediad yn fwy na 360.

$$360^\circ + 3x = 405^\circ \quad \mathbf{A}$$

$$540^\circ - 3x = 495^\circ \quad \mathbf{S}$$

$$540^\circ + 3x = 585^\circ \quad \mathbf{T} \quad \leftarrow \quad \text{Rhy fawr i'r amrediad}$$

$$720^\circ - 3x = 675^\circ \quad \mathbf{C} \quad \leftarrow \quad \text{Rhy fawr i'r amrediad}$$

Rwan rydym yn derbyn ac yn gwrthod yr atebion.

Ar gyfer $3x = 45^\circ$ rydym eisiau gwerthoedd lle mae tan yn bositif felly:

Derbyn: $45^\circ, 225^\circ, 405^\circ$

Gwrthod: $135^\circ, 315^\circ, 495^\circ$

Y holl werthoedd $3x$ yn yr amrediad $0^\circ \leq 3x \leq 540^\circ$ yw $45^\circ, 225^\circ$ a 405° .

Felly yr holl werthoedd x yn yr amrediad $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ yw $15^\circ, 75^\circ$, a 135° .
(rhannu gyda 3.)

Enghraifft arall

Enghraifft: Darganfyddwch holl werthoedd x rhwng 0° a 180° sy'n bodloni $\sin(2x + 12^\circ) = -0.53$.

$$2x + 12^\circ = \sin^{-1}(-0.53)$$

$$2x + 12^\circ = 32^\circ \text{ r.c.a}$$

(Negatif)

Rydym yn addasu'r amrediad.

$$0^\circ \leq x \leq 180^\circ$$

$$0^\circ \leq 2x + 12^\circ \leq 372^\circ$$

Rwan rydym yn darganfod gwerthoedd posibl i $2x + 12^\circ$ yn yr amrediad

$$0^\circ \leq 2x + 12^\circ \leq 372^\circ .$$

$$2x + 12^\circ = 32^\circ (-) \quad \mathbf{A}$$

$$180^\circ - (2x + 12^\circ) = 148^\circ \quad \mathbf{S}$$

$$180^\circ + (2x + 12^\circ) = 212^\circ \quad \mathbf{T}$$

$$360^\circ - (2x + 12^\circ) = 328^\circ \quad \mathbf{C}$$

Mae'n rhaid cario ymlaen oherwydd mae'r amrediad yn fwy na 360° .

$$360^\circ + (2x + 12^\circ) = 392^\circ \quad \mathbf{A} \quad \leftarrow \text{Rhy fawr i'r amrediad}$$

Rwan rydym yn derbyn ac yn gwrthod yr atebion.

Ar gyferl $2x + 12^\circ = 32^\circ$ rydym eisiau gwerthoedd lle mae sin yn negatif felly:

Derbyn: $212^\circ, 328^\circ,$

Gwrthod: $32^\circ, 148^\circ,$

Y holl werthoedd $2x + 12^\circ$ yn yr amrediad $0^\circ \leq 2x + 12^\circ \leq 372^\circ$ yw 212° a 328° .

Felly yr holl werthoedd x yn yr amrediad $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ yw 100° a 158° . (Tynnu 12 a rhannu gyda 2.)

Logarithm

$$a^c = b$$

$$\log_a b = c$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (a^n) = n$$

Deddfau Logs

Pan rydych yn adio logs, mae nhw'n lluosu.

$$\text{Boed } \log_a b = x \quad \text{a} \quad \log_a c = y$$

$$a^x = b \quad a^y = c$$

$$a^x \times a^y = b \times c$$

$$a^{x+y} = bc$$

$$x + y = \log_a (bc)$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$$

Pan rydych yn tynnu logs, mae nhw'n rhannu

$$\text{Boed } \log_a b = x \quad \text{a} \quad \log_a c = y$$

$$a^x = b \quad a^y = c$$

$$a^x \div a^y = b \div c$$

$$a^{x-y} = b \div c$$

$$x - y = \log_a (b \div c)$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a (b \div c)$$

Mae log i'r pŵer, yn hafal i lluosu â'r log

$$\log_a b^n = z$$

$$a^z = b^n$$

$$\sqrt[n]{a^z} = \sqrt[n]{b^n}$$

$$b = a^{z/n}$$

$$\log_a b = z/n$$

$$n \log_a b = z$$

$$n \log_a b = \log_a b^n$$

Datrys Hafaliadau Esbonyddol

$$y = e^x \quad \rightarrow \text{Natural Logs}$$

$$\log_e = \ln$$

Enghraifft: Defnyddiwch yr amnewid $3^x = u$ i ddatrys yr hafaliad $3^{2x} - 3^{x+2} + 14 = 0$

$$(3^x)^2 - (3^x \times 3^2) + 14 = 0$$

$$u^2 - 9u + 14 = 0$$

$$(u - 2)(u - 7) = 0$$

$$u = 2, u = 7$$

$$3^x = 2$$

$$3^x = 7$$

$$\log(3^x) = \log 2$$

$$\log(3^x) = \log 7$$

$$x \log 3 = \log 2$$

$$x \log 3 = \log 7$$

$$x = \frac{\log 2}{\log 3}$$

$$x = \frac{\log 7}{\log 3}$$

$$x = 0.631(3.l.d)$$

$$x = 1.771(3.l.d)$$

Enghraifft: Mynegwch $\log_9(3x-1) + \log_9(x+4) - 2\log_9(x+1)$ fel un logarithm sengl.

$$\log_9(3x-1) + \log_9(x+4) - 2\log_9(x+1)$$

$$= \log_9[(3x-1)(x+4)] - \log_9[(x+1)^2]$$

$$= \log_9(3x^2 - x + 12x - 4) - \log_9(x^2 + 2x + 1)$$

$$= \log_9\left(\frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 + 2x + 1}\right)$$

Enghraifft: Ail-ysgrifennwch yr hafaliad $3^x = 2^x + 1$ yn y ffurf $c^x = d$ lle mae gwerthoedd y cysonion c a d i'w darganfod.

$$\log(3^x) = \log(2^x) + \log 1$$

$$x \log 3 - x \log 2 = \log 1$$

$$x(\log 3 - \log 2) = \log 1$$

$$x \log \frac{3}{2} = \log 1$$

$$\log 1.5^x = \log 1$$

$$1.5^x = 1$$

$$c = 1.5, d = 1$$

Enghraifft: Datrysych yr hafaliad $6^{2y-1} = 4$

$$\log(6^{2y-1}) = \log 4$$

$$(2y - 1)\log 6 = \log 4$$

$$2y - 1 = \frac{\log 4}{\log 6}$$

$$y = \frac{\frac{\log 4}{\log 6} + 1}{2}$$

$$y = 0.887(3.l.l.d)$$

Enghraifft: Darganfyddwch holl werthoedd x sy'n bodloni'r hafaliad

$$\log_{10}(x^2 + 48) = \log_{10} x + 2\log_{10} 4$$

$$\log_{10}(x^2 + 48) = \log_{10} x + \log_{10} 16$$

$$\log_{10}(x^2 + 48) = \log_{10}(16x)$$

$$x^2 + 48 = 16x$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$(x - 12)(x - 4) = 0$$

$$x = 12, x = 4$$

Hyd Arc ac Arwynebedd Sector

Er mwyn gwneud gwaith hyd arc ac arwynebedd sector mae'n rhaid i ni wybod amdan y radian. Mae'r radian yn ffordd arall o fesur onglau.

RHAI COFIO BOD AR "RADIAN MODE" AR Y CYFRIFIANNELL YN Y GWAITH YMA.

Er mwyn troi gradd i mewn i radian rydym yn lluosu gyda $\frac{\pi}{180}$

Er mwyn troi radian i mewn i radd rydym yn rhannu gyda $\frac{\pi}{180}$. (Neu lluosu gyda $\frac{180}{\pi}$)

$$\pi^c = 180^\circ$$

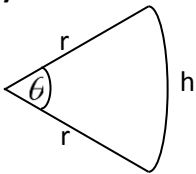
$$120^\circ = \frac{2\pi^c}{3}$$

$$135^\circ = \frac{3\pi^c}{4}$$

$$38^\circ = \frac{19\pi^c}{90}$$

$$\frac{5\pi^c}{12} = 75^\circ$$

Hyd arc

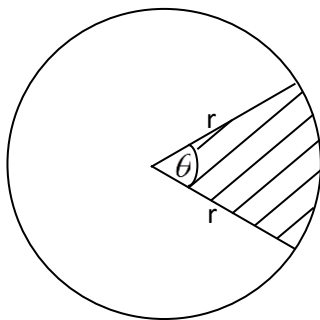


θ mewn radian

$$\frac{h}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$h = r\theta$$

Arwynebedd Sector

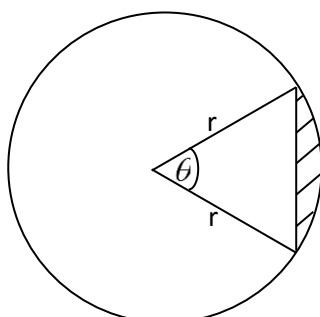


θ mewn radian

$$\frac{\theta}{2\pi} \times \pi r^2$$

$$\frac{1}{2} r^2 \theta$$

Arwynebedd Segment



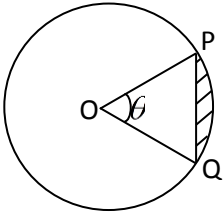
θ mewn radian

$$A^{rdd} \text{Sector} - A^{rdd} \text{Triangl}$$

$$\frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

$$\frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

Enghraifft



Mae'r diagram yn dangos dau bwynt P a Q ar gylch, canol O a radiws 4cm, fel bod $\widehat{POQ} = \theta$ radian. Perimetr ac arwynebedd y sector POQ yw x cm ac A cm^2 , yn ôl eu trefn. O wybod bod $x = 3A$,

- Dangoswch for $\theta = 0.4$
- Cyfrifwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i dywyllu, gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol.

a) Arwynebedd sector:

$$\frac{1}{2}r^2\theta = A$$

$$8\theta = A$$

$$8 + 4\theta = 3(8\theta)$$

$$8 = 20\theta$$

$$\theta = 0.4$$

b) $\frac{1}{2}r^2(\theta - \sin\theta)$

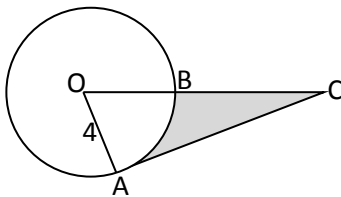
$$8(0.4 - \sin 0.4) = 0.085cm^2$$

Perimetr sector:

$$r + r + r\theta = x$$

$$8 + 4\theta = x$$

Enghraifft



Yn y diagram, mae'r pwyntiau A a B ar gylch, canol O a radiws 4cm. Mae'r tangiad i'r cylch yn A yn croestorri'r llinell OB wedi'i ymestyn yn y pwynt C . Hyd yr arc AB yw 3cm.

- Darganfyddwch \widehat{AOB} mewn radianau.
- Cyfrifwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i dywyllu. Rhowch eich ateb yn gywir i ddau lle degol.

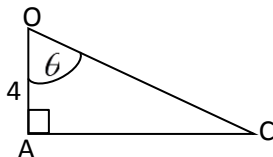
a) Hyd arc: $h = r\theta \rightarrow 3 = 4\theta$

$$\theta = 0.75^c$$

b) Arwynebedd y sector:

$$\frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 4^2 \times 0.75 = 6cm^2$$

Arwynebedd y triongl ongl sgwâr:



Mae'r radiws a'r tangiad yn berpendicwlar felly mae'n creu ongl sgwar.

$$\tan 0.75 = \frac{AC}{4}$$

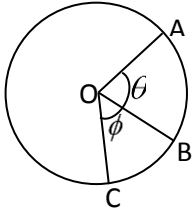
$$AC = 3.72638584cm$$

$$A^{rdd} \text{triongl} = \frac{1}{2} \times 3.72638584 \times 4 = 7.45277168cm^2$$

Arwynebedd y rhanbarth sydd wedi ei dywyllu:

$$A^{rdd} \text{triongl} - A^{rdd} \text{sector} = 7.45277168 - 6 = 1.45cm^2 \text{ i 2 lle degol.}$$

Enghraifft



Mae'r diagram yn dangos cylch â chanol O a radiws 4cm. Mae'r pwyntiau A , B a C ar y cylch, fel y dangosir, ac mae'r onglau θ a ϕ wedi'u mesur mewn radianau. Swm arwynebeddau'r sectorau AOB a BOC yw 15.2cm^2 .

a. Dangoswch fod $\theta + \phi = 1.9$

b. O wybod bod hyd yr arc AB 3.2cm yn fwy na hyd yr arc BC , darganfyddwch werthoedd θ a ϕ .

$$\text{a) } \frac{1}{2}r^2(\theta + \phi) = 15.2$$

$$\theta + \phi = 1.9$$

$$\text{b) Hafaliadau Cydamserol: } 4\theta = 3.2 + 4\phi \quad \text{a} \quad \theta + \phi = 1.9$$

$$\frac{3.2 + 4\phi}{4} = 1.9 - \phi$$

$$0.8 + \phi = 1.9 - \phi$$

$$2\phi = 1.1$$

$$\phi = 0.55^{\circ}$$

Amnewid 0.55° yn $\theta + \phi = 1.9$.

$$\theta + 0.55^{\circ} = 1.9^{\circ}$$

$$\theta = 1.35^{\circ}$$

Integru

- Integru yw gwrthdro differu.
- Wrth integru mae'n rhaid cofio'r frawddeg syml "adio un i'r pŵer a rhannu â'r pŵer newydd".
- Mae'r dx ar y diwedd yn cynrychioli "mewn perthynas ag x ".
- Pan rydym yn differu mae unrhyw gysonyn yn cael ei ddileu, does dim modd gwybod beth yw'r cysonyn hwn wrth integru yn ôl felly defnyddiwn "k" i gynrychioli hwn.
- Mae integru ffwythiant yn rhoi arwynebedd o dan y graff i'r ffwythiant hwnnw.

Enghraifft Darganfod

Integrwch $3\sqrt{x} - \frac{6}{x^4} - 1$ mewn perthynas ag x .

Cam 1: Yn gyntaf mae angen ysgrifennu yr integryn

$$\int 3\sqrt{x} - \frac{6}{x^4} - 1 dx$$

Cam 2: Defnyddio rheol indecsau i gael termau i'r pŵer rhywbeth

$$\int 3x^{\frac{1}{2}} - 6x^{-4} - 1x^0 dx$$

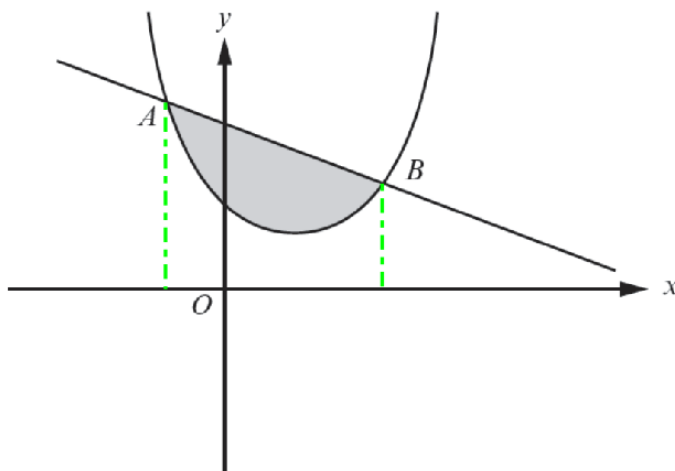
Cam 3: Integru'r mynegiad "adio un i'r pŵer a rhannu â'r pŵer newydd" (cofio adio k)

$$\frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{6x^{-3}}{-3} - \frac{1x^1}{1} + k$$

$$2x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-3} - x + k$$

Enghraifft Graffiau

Mae'r diagram yn dangos braslun o'r gromlin $y = x^2 - 4x + 6$ a'r llinell $y = -x + 10$. Mae'r gromlin a'r llinell yn croestorri yn y pwyntiau A a B.



Ardd y rhanbarth wedi'i dywyllu = Ardd o dan y llinell – Ardd o dan y gromlin (rhngwng A a B)

i) Darganfyddwch gyfesurynnau A a B.

Cam 1: Rhoi'r ddau hafaliad yn hafal i'w gilydd a darganfod y cyfesurynnau

$$x^2 - 4x + 6 = -x + 10$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4, x = -1$$

Os yw $x = 4$

$$y = -(4) + 10$$

$$y = 6$$

$$(4, 6)$$

Os yw $x = -1$

$$y = -(-1) + 10$$

$$y = 11$$

$$(-1, 11)$$

Cam 2: Penderfynwch trwy edrych ar y diagram, pa gyfesuryn yw pa bwynt.

$$A = (-1, 11) \quad B = (4, 6)$$

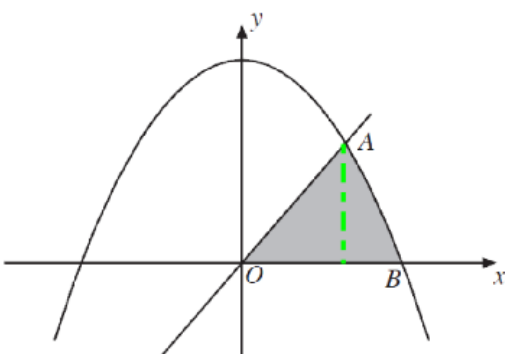
(ii) Darganfod arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i dywyllu

Cam 1: Trio darganfod pa hafaliad fydd yn rhoi eich ateb iddoch. Yn yr enghraifft yma gwelwn bydd

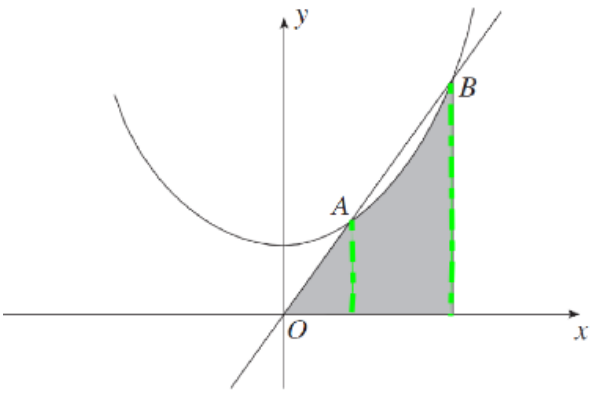
Arwynebedd o dan y llinell $y = -x + 10$ tynnu'r arwynebedd o dan y cromlin $y = x^2 - 4x + 6$ yn hafal i'r rhan sydd wedi'i dywyllu. (os yw x rhwng -1 a 4)

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^4 -x + 10 dx - \int_{-1}^4 x^2 - 4x + 6 dx \\ &= \left[\frac{-x^2}{2} + 10x \right]_{-1}^4 - \left[\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 6x \right]_{-1}^4 \\ &= \left[\frac{-(4)^2}{2} + 10(4) \right] - \left[\frac{-(-1)^2}{2} + 10(-1) \right] - \left[\frac{(4)^3}{3} - \frac{4(4)^2}{2} + 6(4) \right] + \left[\frac{(-1)^3}{3} - \frac{4(-1)^2}{2} + 6(-1) \right] \\ &= (32) - (-10.5) - \left(\frac{40}{3} \right) + \left(\frac{-25}{3} \right) \\ &= \frac{125}{6} \text{ uned}^2 \end{aligned}$$

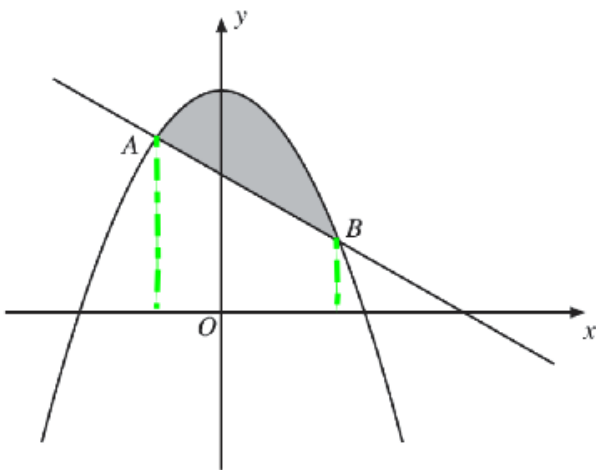
Gwahanol fathau o ranbarthau sydd wedi'i dywyllu



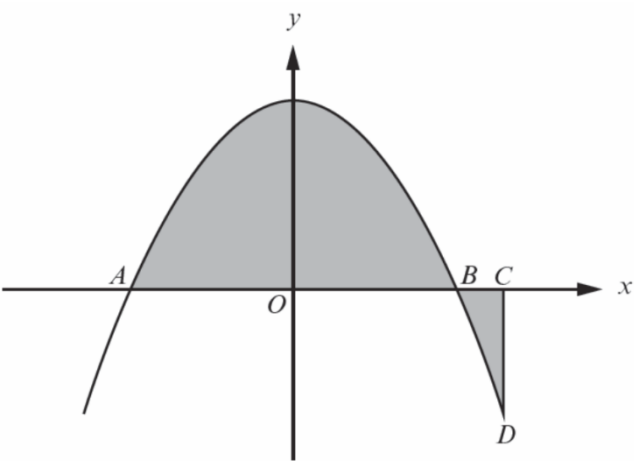
Ardd y rhanbarth wedi 'i dywyllu = Ardd o dan y cromlin (rhwng A a B) + Ardd o dan y llinell (rhwng 0 ag A)



Ardd y rhanbarth wedi'i dywyllu = Ardd o dan y gromlin (rhwng A a B) + Ardd o dan y llinell (rhwng O a A)



Ardd y rhanbarth wedi'i dywyllu = Ardd o dan y gromlin (rhwng A a B) - Ardd o dan y llinell (rhwng A a B)



Ardd y rhanbarth wedi'i dywyllu = Ardd o dan y gromlin (rhwng A a B) - Ardd uwchben y gromlin (sef + Ardd BCD, rhwng B a C)

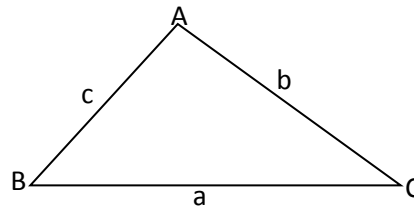
Rheol Sin, Rheol Cosin, Arwynebedd Triongl

Rheol Sin

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Rheol Cos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



Arwynebedd Triongl

$$\text{Arwynebedd} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Gwahanol fathau o onglau:

Lem- Ongl sy'n llai na 90°

Aflem- Ongl sy'n fwy na 90° ond yn llai na 180°

Atblyg- Ongl sy'n fwy na 180°

Ongl fwyaf triongl yw'r ongl gyferbyn â'r ochr hiraf

Enghraifft yn defnyddio rheol sin

Gallwn ddefnyddio'r rheol sin:

- I ddarganfod ongl os oes gennym ni hyd cyferbyn a'r ongl rydym yn ceisio darganfod. Hefyd mae'n rhaid i ni wybod hyd ochr arall a'r ongl sy'n gyferbyn iddo.
- I ddarganfod hyd os oes gennym ni yr ongl gyferbyn â'r hyd rydym yn ceisio darganfod. Hefyd mae'n rhaid i ni wybod hyd ochr arall a'r ongl sy'n gyferbyn iddo.

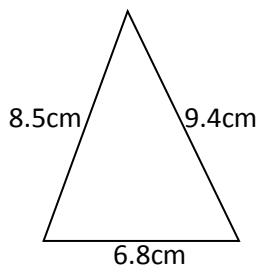
Enghraifft yn defnyddio rheol cos

Gallwn ddefnyddio'r rheol cos:

- I ddarganfod ongl os oes gennym ni hyd y tair ochr.
- I ddarganfod hyd os oes gennym ni hyd dwy ochr a'r ongl rhyngddynt.

Enghraifft hefo'r tair ochr

Hydoedd tair ochr triongl yw 8.5cm, 6.8cm a 9.4cm. Darganfyddwch, yn gywir i un lle degol, ongl fwyaf y triongl.



Ongl fwyaf triongl yw'r ongl sydd gyferbyn â'r hyd fwyaf.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$9.4^2 = 8.5^2 + 6.8^2 - 2(8.5)(6.8) \cos A$$

$$\frac{8.5^2 + 6.8^2 - 9.4^2}{2(8.5)(6.8)} = \cos A$$

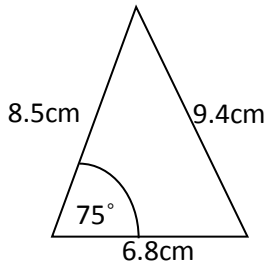
$$\cos A = \frac{3013}{11560}$$

$$A = 74.9^\circ \text{ i un lle degol}$$

Enghraifft yn darganfod arwynebedd triongl

Gallwn ddefnyddio'r fformiwla ar gyfer arwynebedd triongl os oes gennym ni hyd dwy ochr a'r ongl rhyngddynt.

Enghraifft yn darganfod arwynebedd triongl



Beth yw arwynebedd y triongl?

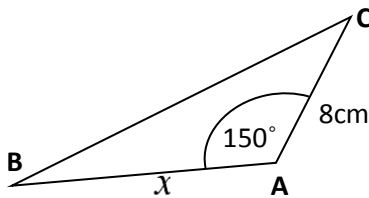
$$\text{Arwynebedd} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\text{Arwynebedd} = \frac{1}{2} (8.5)(6.8) \sin 75$$

$$\text{Arwynebedd} = 27.92 \text{cm}^2 \text{ (2.l.l.d)}$$

Enghraifft yn gweithio yn ôl

Mae'r diagram isod yn dangos y triongl ABC, gydag $AB = x \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ a $\hat{BAC} = 150^\circ$.



O wybod mai arwynebedd y triongl ABC yw 10 cm^2 , darganfyddwch x .

$$\frac{1}{2} bc \sin A = 10$$

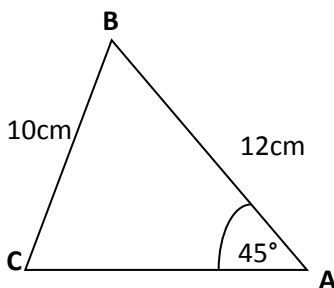
$$0.5 \times 8 \times x \times \sin 150 = 10$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

Enghraifft hefo dau driongl

Gallwn gael dau driongl pan rydym yn defnyddio'r rheol sin i ddarganfod ongl. Weithiau bydd dau ongl yn gweithio i'r un swm. Mae'r cyfrifiannell yn rhoi gwerth ongl lem i swm sin ond hefyd mae yna ongl aflem i'r un swm. Felly pan rydym yn defnyddio'r rheol sin rhaid darganfod yr ongl lem ac yna gwneud y swm $180 - (\text{Ongl Lem}) = ?$ Weithiau bydd yr ongl yma yn gwneud y triongl yn amhosib (oherwydd bydd yr onglau yn adio i fyny i mwy na 180°)

Mae'r triongl ABC fel bod $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$ a $\hat{CAB} = 45^\circ$. Darganfyddwch y gwerthoedd posibl ar gyfer \hat{BCA} ac \hat{ABC} .



$$\hat{BCA}: \frac{10}{\sin 45^\circ} = \frac{12}{\sin C}$$

$$\sin C = \frac{12 \times \sin 45^\circ}{10}$$

$$C = 58.05^\circ \text{ (2.l.l.d)}$$

Hefyd gwerth posib yw:

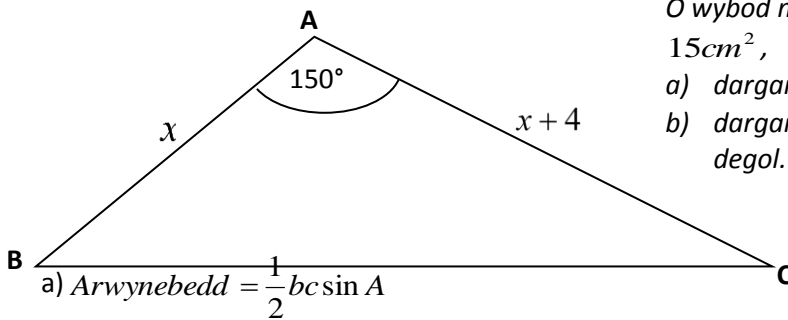
$$180^\circ - 58.05^\circ = 121.95^\circ$$

$$\hat{ABC}: \quad 180^\circ - (45^\circ + 58.05^\circ) = 76.95^\circ$$

Hefyd gwerth posib yw: $180^\circ - (45^\circ + 121.95^\circ) = 13.05^\circ$

Cwestiynau Eraill

1. Mae'r diagram isod yn dangos y triongl ABC gydag $AB = x$ cm, $AC = (x + 4)$ cm a $\hat{BAC} = 150^\circ$.



O wybod mai arwynebedd y triongl ABC yw 15cm^2 ,

- a) darganfyddwch werth x
 b) darganfyddwch hyd BC yn gywir i un lle degol.

a) Arwynebedd = $\frac{1}{2}bc \sin A$

$$15 = \frac{1}{2}(x + 4)(x) \sin 150$$

$$(x + 4)(x) = 60$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x - 6)(x + 10) = 0$$

$$x = -10 \text{ neu } x = 6$$

Felly $x = 6\text{cm}$ oherwydd ni all hyd fod yn rhif negatif.

b) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$$a = ?$$

$$b = 10$$

$$c = 6$$

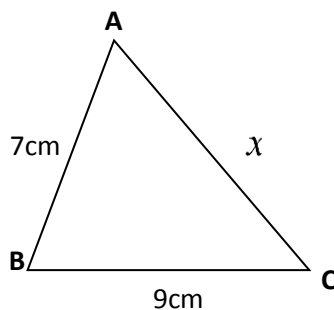
$$a^2 = 10^2 + 6^2 - 2(10)(6) \cos 150^\circ$$

$$a^2 = 239.9230485$$

$$a = 15.5\text{cm}(1.\text{ll}.d)$$

2. Mae'r diagram isod yn dangos braslun o'r triongl ABC gydag $AB = 7$ cm, $AC = x$ cm, $BC = 9$ cm

a $\cos \hat{BAC} = \frac{2}{7}$



- a) Ysgrifennwch a symleiddiwch hafaliad cwadratig y mae x yn ei fodloni. Trwy hyn, enrhifwch x .

- b) i) Mynegwch $\sin \hat{BAC}$ yn y ffurf $\frac{\sqrt{m}}{n}$, lle mae m , n yn gyfanrifau y mae'n rhaid darganfod eu gwerthoedd.

- ii) Mynegwch $\sin \hat{ACB}$ yn y ffurf $\frac{\sqrt{p}}{3}$, lle mae p yn gyfanrif y mae'n rhaid darganfod ei werth.

a)

$$9^2 = x^2 + 7^2 - 2(x)(7)\frac{2}{7}$$

$$81 = x^2 + 49 - 4x$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$x^2 - 8x + 4x - 32 = 0$$

$$x(x - 8) + 4(x - 8) = 0$$

$$x = -4 \text{ neu } x = 8$$

Felly $x = 8\text{cm}$ oherwydd ni all hyd fod yn rhif negatif.

b)

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$$

$$\sin^2 A = 1 - \left(\frac{2}{7}\right)^2$$

$$\sin^2 A = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{49}}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{45}}{7}$$

$$m = 45, n = 7$$

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

c)

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\sin C = \frac{7 \times \sqrt{45} / 7}{9}$$

$$\sin C = \frac{3\sqrt{5}}{9}$$

$$\sin C = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Rheol y Trapesiwm

$$\frac{h}{2} \{y_0 + y_{n-1} + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-2})\} \quad h = \frac{b-a}{n-1}$$

Enghraifft: Defnyddiwch Rheol y trapesiwm gyda phum mesuryn i ddarganfod bras werth ar gyfer yr integryn $\int_{1.6}^2 \frac{1}{9-x^3} dx$.

Cam 1: Yn cyntaf mae angen dewis ein mesurynnau. Mae'r cwestiwn yma yn dweud "pump mesuryn" felly mae angen dewis pump gwerth i x . Mae'r cwestiwn yn rhoi'r terfynau iddyn, sef 1.6 a 2.

Rydym angen darganfod gwerth h . $\frac{2-1.6}{5-1} = 0.1$

Felly gwerthoedd y mesurynnau yw 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 a 2.

Cam 2: Rhoi'r mesurynnau i mewn i'r ffwythiant

$$f(x) = \frac{1}{9-x^3} = y$$

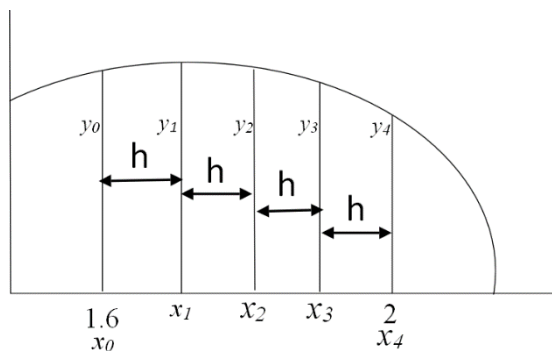
$$f(1.6) = \frac{1}{9-(1.6)^3} = y_0 = 0.2039151713$$

$$f(1.7) = \frac{1}{9-(1.7)^3} = y_1 = 0.2446782481$$

$$f(1.8) = \frac{1}{9-(1.8)^3} = y_2 = 0.3156565657$$

$$f(1.9) = \frac{1}{9-(1.9)^3} = y_3 = 0.4670714619$$

$$f(2) = \frac{1}{9-(2)^3} = y_4 = 1$$



**Mae'n bosib defnyddio TABLE MODE ar gyfrifiannell CASIO i wirio'r rhain*

Cam 3: Defnyddio rheol y trapesiwm ar gyfer pump mesuryn

$$\begin{aligned} & \frac{h}{2} \{y_0 + y_4 + 2(y_1 + y_2 + y_3)\} \\ &= \frac{0.1}{2} \{0.2039151713 + 1 + 2(0.2446782481 + 0.3156565657 + 0.4670714619)\} \\ &= 0.163(3.ll.d) \end{aligned}$$

Hafaliad Cylch

Yn yr uned gwaith yma rydym yn defnyddio llawer o'r gwaith geometreg o fodiwl C1.

Nodweddion Cylch yn defnyddio Geometreg.

Darganfod radiws hefo un pwynt ar y cylchyn.

Enghraifft : Mae'r pwynt $(4, -3)$ ar gylch, canol $(-2, 5)$. Darganfyddwch radiws y cylch. Rydym yn darganfod radiws y cylch yn yr enghraifft yma trwy ddefnyddio hafaliad hyd llinell.

$$\sqrt{(5+3)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{64+36}$$

$$\sqrt{100} = 10$$

Felly 10 yw radiws y cylch.

Darganfod radiws hefo dau bwynt ar y cylchyn.

Enghraifft : Diamedr cylch yw llinell MN. Cyfesurynnau M ac N yw $(6, -4)$ a $(0, -2)$ yn eu trefn. Darganfyddwch radiws y cylch.

Rydym yn darganfod radiws y cylch yn yr enghraifft yma trwy ddefnyddio hafaliad hyd llinell a wedyn haneru.

$$\sqrt{(6-0)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{36+4}$$

$$\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

Felly $\sqrt{10}$ yw radiws y cylch.

Darganfod cyfesurynnau canol cylch.

Enghraifft : Diamedr cylch, canol C, yw'r llinell QR. Cyfesurynnau Q ac R yw $(11, 12)$ a $(-5, 0)$ yn ôl eu trefn. Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwynt C.

Rydym yn darganfod cyfesurynnau canol y cylch yn yr enghraifft yma trwy ddefnyddio hafaliad canolbwynt llinell.

$$\left(\frac{11-5}{2}, \frac{12+0}{2}\right) = (3, 6)$$

Cwestiynau eraill

- 1) Mae'r llinell $y = 2x - 8$ yn cyfarfod yr echelinau cyfesurynnol yn A a B. Diamedr cylch yw'r llinell AB. Darganfyddwch hafaliad y cylch.

Mae'r llinell $y = 2x - 8$ yn croesi'r echelin- y yn y pwynt $(0, -8)$.

Mae'r llinell $y = 2x - 8$ yn croesi'r echelin- x yn y pwynt $(4, 0)$.

Canolbwynt llinell: $\left(\frac{0+4}{2}, \frac{-8+0}{2}\right) = (2, -4)$ ← Cyfesuryn Canol y Cylch.

Hyd llinell AB: $\sqrt{(4-0)^2 + (0+8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

Felly'r radiws yw $2\sqrt{5}$.

$$C = (2, -4) \quad r = 2\sqrt{5}$$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = 20$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$$

2) Mae cylch efo canol $(8,10)$ yn cyfarfod yr echelin- x yn $(4,0)$ ac yn $(a,0)$.

a. Darganfyddwch radiws y cylch. **b.** Darganfyddwch werth a .

a) Hyd radiws: $\sqrt{(8-4)^2 + (10-0)^2} = \sqrt{16+100} = 2\sqrt{29}$

$$\sqrt{(8-a)^2 + (10-0)^2} = 2\sqrt{29}$$

$$(8-a)^2 + (10-0)^2 = 116$$

b) Felly: $a^2 - 16a + 64 + 100 = 116$

$$a^2 - 16a + 48 = 0$$

$$(a-4)(a-12) = 0$$

$$a = 4 \qquad a = 12$$

Felly $a = 12$ oherwydd rydym hefo $a = 4$ yn barod.

3) Mae'r cylch $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 121$ yn cyfarfod echelin- y yn $(0,m)$ ac yn $(0,n)$.
Darganfyddwch werthoedd m ac n .

$$(x+4)^2 + (y-7)^2 = 121 \rightarrow x^2 + y^2 + 8x - 14y = 56$$

$$x=0 \rightarrow y^2 - 14y - 56 = 0$$

$$y^2 - 14y - 56 = 0$$

$$y = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4(1)(-56)}}{2}$$

$$y = 17.25(2.ll.d) \quad \text{neu} \quad y = -3.25(2.ll.d)$$

Felly $m = 17.25$ ac $n = -3.25$ (i 2 le degol)

Nodweddion Cylch yn defnyddio dulliau eraill.

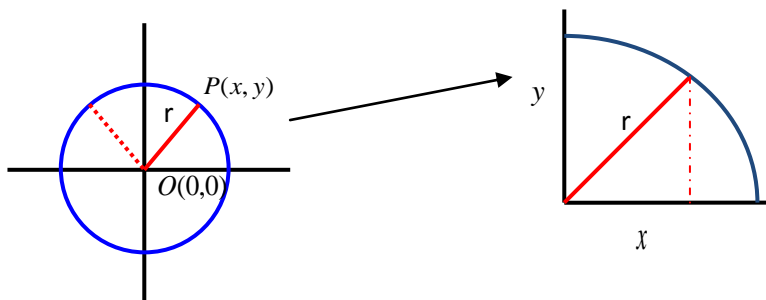
$$x^2 + y^2 + 2fx + 2gy + c = 0$$

$$\text{Canol Cylch} = (-f, -g)$$

$$r = \sqrt{(-f)^2 + (-g)^2 - c}$$

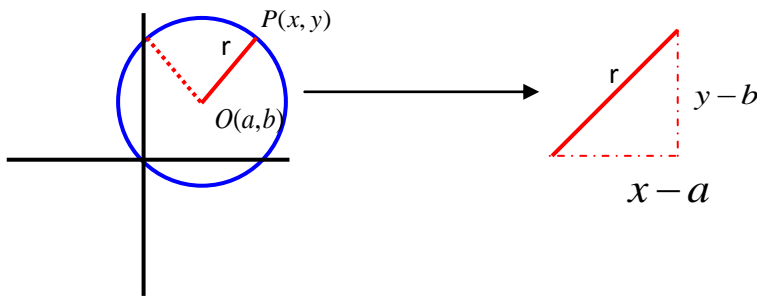
Trwy ddefnyddio Theorem Pythagoras gallwn weld bod hafaliad cylch yn:

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ os ydi cyfesurynnau canol y cylch yn } (0,0).$$



Trwy ddefnyddio Theorem Pythagoras gallwn weld bod hafaliad y cylch yn:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \text{ os ydi cyfesurynnau canol y cylch yn } (a,b).$$



Darganfod hafaliad cylch pan rydym yn gwybod y radiws a chanol y cylch.

Enghraifft: Beth yw hafaliad cylch efo canol (5,7) a radiws 4?

*Rydym yn darganfod yr ateb trwy ddefnyddio hafaliad y cylch-

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 *$$

$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = 4^2$$

← Amnewid

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 14y + 49 = 16$$

← Ehangu

$$x^2 - 10x + y^2 - 14y + 58 = 0$$

← Symleiddio

Darganfod radiws a chanol y cylch pan rydym yn gwybod hafaliad y cylch.

Enghraifft: Beth yw canol a radiws cylch sydd efo'r hafaliad yma:

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0 ?$$

Darqanfod canol y cylch:

$$x^2 + y^2 + 2fx + 2gy + c = 0 \quad \text{Rydym yn rhannu cyfernod yr } x \text{ a'r } y \text{ hefo } -2.$$

$$\text{Canol Cylch} = (-f, -g)$$

$$\dots 4x - 6y \dots$$

$$4 \div -2 = -2 \quad -2 \text{ yw'r cyfesuryn-}x.$$

$$-6 \div -2 = 3 \quad 3 \text{ yw'r cyfesuryn-}y.$$

Felly cyfesuryn canol y cylch yw $(-2,3)$.

Darqanfod y radiws:

Rydym yn defnyddio'r hafaliad yma:

$$x^2 + y^2 + 2fx + 2gy + c = 0$$

$$r = \sqrt{(-f)^2 + (-g)^2 - c}$$

$$r = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 - 12}$$

$$r = \sqrt{1} = 1$$

Sut i benderfynu os yw hafaliad yn hafaliad cylch.

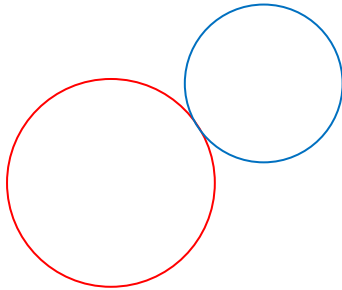
Os yw hafaliad yn hafaliad cylch mae'n rhaid:

- I gyfernod yr x^2 fod yn hafal i gyfernod yr y^2 .
- Cael $x^2 + y^2$ yn yr hafaliad.
- Ni all yr hafaliad gael " xy " os yw'n hafaliad cylch.

Cylchoedd yn cyffwrdd.

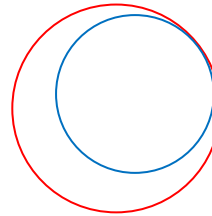
C_1C_2 yw hyd y llinell sy'n cysylltu y ddau canol cylch.

Cyffwrdd yn allanol:



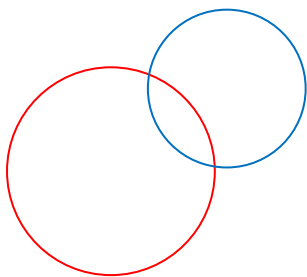
$$C_1C_2 = r_1 + r_2$$

Cyffwrdd yn fewnol:



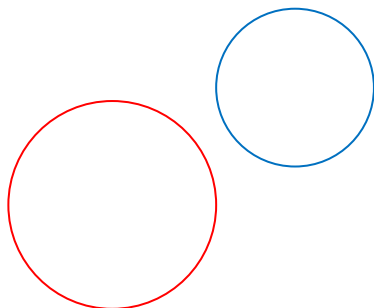
$$C_1C_2 = r_1 - r_2$$

Croestorri

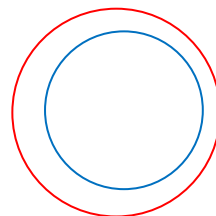


$$C_1C_2 < r_1 + r_2$$

Ddim yn cyffwrdd



$$C_1C_2 > r_1 + r_2$$



$$C_1C_2 < r_1 - r_2$$

Cwestiynau enghreifftiol o gylchoedd yn cyffwrdd

Enghraifft: O wybod bod C_1 [canol $(-2,1)$, radiws 5] a C_2 [canol $(10,6)$, radiws r] yn gylchoedd sy'n cyffwrdd yn allanol, darganfyddwch r .

$$\text{Hyd } C_1C_2 = \sqrt{(10+2)^2 + (6-1)^2} = 13$$

$$r_1 + r_2 = C_1C_2$$

$$5 + r_2 = 13$$

$$r_2 = 8$$

Gwirio os yw pwynt ar y cylch neu ddim

Enghraifft: Gwiriwch fod y pwynt $R(4,11)$ ar y cylch $x^2 + y^2 - 10x - 6y - 31 = 0$.

$$(x-5)^2 + (y-3)^2 = 65$$

$$L.H.S. = (4-5)^2 + (11-3)^2 = 65$$

$$R.H.S. = 65$$

$$L.H.S. = R.H.S. \therefore R \text{ ar y cylch.}$$

Tangiad Cyffredin

Enghraifft: O wybod bod y cylchoedd $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 75 = 0$ a

$x^2 + y^2 + 12x - 16y + 75 = 0$ yn cyffwrdd â'i gilydd yn y pwynt $P(-3,4)$, darganfyddwch hafaliad y tangiad cyffredin.

$$m(\text{radiws}) = \frac{4-8}{-3+6} = \frac{-4}{3}$$

$$m(\text{tangiad}) = \frac{3}{4}$$

$$y - 4 = \frac{3}{4}(x + 3)$$

$$4y - 16 = 3x + 9$$

$$4y = 3x + 25$$

Darganfod croestorfanau.

Enghraifft: Mae'r llinell $y = x + 2$ a'r cylch $x^2 + y^2 + 4x - 16y + 18 = 0$ yn croestorri yn y pwyntiau B a C . Darganfyddwch gyfesurynnau B a C .

$$x^2 + y^2 + 4x - 16y + 18 = 0$$

$$x^2 + (x+2)^2 + 4x - 16(x+2) + 18 = 0$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 + 4x - 16x - 32 + 18 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x^2 - 5x + x - 5 = 0$$

$$x(x-5) + 1(x-5) = 0$$

$$x = -1 \text{ a } x = 5$$

$$y = -1 + 2 \quad y = 5 + 2$$

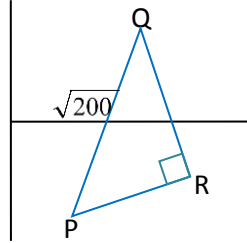
$$y = 1 \quad y = 7$$

$$(-1,1) \quad (5,7)$$

Cwestiwn onglau

Enghraifft: Mae'r pwyntiau $P(3,8)$ a $Q(5,6)$ ar naill ben a llall diamedr o $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 50$. Mae'r pwynt $R(9,-6)$ ar y cylchyn.

Darganfyddwch \hat{PQR} .



$$QR = \sqrt{(5-9)^2 + (6+6)^2}$$

$$QR = 4\sqrt{10}$$

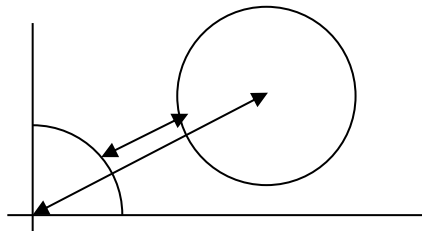
$$\cos \theta = \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{200}}$$

$$\theta = 26.6^\circ \text{ i 1 lle degol}$$

Cwestiynau eraill

Enghraifft: Mae'r pwynt Q ar $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0 [C_1]$ ac mae'r pwynt R ar C_2 [cylch canol $(11,14)$, radiws 8]. Darganfyddwch y gwerth lleiaf posibl ar gyfer hyd y llinell QR .

$$\text{Hyd } C_1 C_2 = \sqrt{(11-3)^2 + (14+1)^2} = 17$$



$$17 = r_1 + r_2 + x$$

$$17 = 5 + 8 + x$$

$$x = 4$$

Pedwar yw'r hyd lleiaf.