



TAG UG/Uwch

0979/51



S16-0979-51

MATHEMATEG – FP3
Mathemateg Bur Bellach

A.M. DYDD MERCHER, 29 Mehefin 2016

1 awr 30 munud

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfr ateb 12 tudalen;
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

1. Mae gan y gromlin C yr hafaliad pegynlinol

$$r = 1 + 2 \tan \theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}.$$

Dangoswch nad oes unrhyw bwynt ar C lle mae'r tangiad yn berpendicwlar i'r llinell gychwynnol. [7]

2. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan $f(x) = \cos x + \cosh x$.

(a) Dangoswch fod $f^{(4)}(x) = f(x)$, lle mae $f^{(4)}(x)$ yn dynodi pedwerydd deilliad (*derivative*) $f(x)$. [2]

(b) (i) Dangoswch fod cyfres Maclaurin $f(x)$ yn cynnwys termau yn y ffurf x^{4n} yn unig, lle mae n yn gyfanrif annegyddol (*non-negative*).

(ii) Darganfyddwch dri therm ansero (*non-zero*) cyntaf y gyfres Maclaurin hon. [3]

(c) (i) Trwy hyn, darganfyddwch fras werth ar gyfer gwreiddyn positif yr hafaliad

$$12(\cos x + \cosh x) - x^4 = 36.$$

Rhowch eich ateb yn gywir i dri ffigur ystyrlon.

(ii) Dangoswch mai'r brasamcan hwn yw gwerth y gwreiddyn yn gywir i dri ffigur ystyrlon. [5]

3. Gan ddefnyddio'r amnewid $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, enrhwfch yr integryn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 + 5\cos x},$$

gan roi eich ateb yn y ffurf $\ln(3^a)$, lle mae a yn rhif cymarebol sydd i'w ddarganfod. [8]

4. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio ar y parth $[0, \infty)$ gan

$$f(\theta) = \cosh 2\theta - 8\cosh \theta.$$

Ystyriwch yr hafaliad $f(\theta) = k$, lle mae k yn gysonyn.

(a) Dangoswch nad oes gan yr hafaliad wreiddiau real os yw $k < -9$. [4]

(b) Datrysych yr hafaliad pan mae $k = -8$, gan roi eich atebion yn gywir i ddau le degol. [3]

(c) Darganfyddwch

(i) werth k fel bod gan yr hafaliad wreiddyn sy'n cael ei ailadrodd,

(ii) set o werthoedd k lle mae gan yr hafaliad un gwreiddyn real yn union. [5]

5. Mae gan y gromlin C yr hafaliad $y = \ln(1 + \cos x)$.

(a) Dangoswch fod

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{2}{1 + \cos x} . \quad [4]$$

(b) Darganfyddwch hyd yr arc sy'n uno'r pwyntiau $(0, \ln 2)$ ac $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ar C.

Rhowch eich ateb yn y ffurf $\ln(a + b\sqrt{2})$, lle mae a, b yn gyfanrifau positif. [6]

6. Mae gan yr hafaliad

$$x^5 + \sinh x = 3$$

wreiddyn α sy'n agos i 1.

(a) Mae'n cael ei awgrymu y gallai dilyniannau iterus yn seiliedig ar yr ad-drefniadau (*re-arrangements*) canlynol o'r hafaliad gael eu defnyddio i ganfod gwerth α .

I. $x = (3 - \sinh x)^{\frac{1}{5}}$

II. $x = \sinh^{-1}(3 - x^5)$

(i) Drwy enrhifo deilliadau priodol, dangoswch fod un o'r dilyniannau hyn yn gydyfeiriol (*convergent*) a'r llall yn ddargyfeiriol (*divergent*).

(ii) Gan gymryd $x_0 = 1$, defnyddiwch y dilyniant cydgyfeiriol i ddarganfod gwerth α yn gywir i dri lle degol. [12]

(b) Defnyddiwch y dull Newton-Raphson i ddarganfod gwerth α yn gywir i chwech lle degol. [6]

7. Mae'r integryn I_n wedi'i roi, ar gyfer $n \geq 0$, gan

$$I_n = \int_0^{\pi} x^n \sin 2x \, dx.$$

(a) Ar gyfer $n \geq 2$, dangoswch fod

$$I_n = -\frac{\pi^n}{2} - \frac{n(n-1)}{4} I_{n-2} . \quad [6]$$

(b) Enrhifwch I_4 , gan roi eich ateb yn gywir i'r cyfanrif agosaf. [4]

DIWEDD Y PAPUR