

Cyfenw Atebion	Rhif y Ganolfan	Rhif yr Ymgeisydd
Enw(au) cyntaf		2



TAG UWCH

1300N30-1



S25-1300N30-1

DYDD MERCHER, 4 MEHEFIN 2025 – BORE

MATHEMATEG – U2 uned 3
MATHEMATEG BUR B

2 awr 30 munud

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du. Peidiwch â defnyddio beiro gel na hylif cywiro.

Gallwch chi ddefnyddio pensil ar gyfer graffiau a diagramau yn unig.

Ysgrifennwch eich enw, rhif y ganolfan a'ch rhif ymgeisydd yn y blychau ar ben y dudalen hon.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Ysgrifennwch eich atebion yn y lleoedd gwag priodol yn y llyfryn hwn. Os nad oes digon o le, defnyddiwch y tudalennau ychwanegol yng nghefn y llyfryn, gan wneud yn siŵr eich bod chi'n rhoi'r rhif cywir ar bob cwestiwn.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

120 yw'r marc uchaf ar gyfer y papur hwn.

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

Mae'n bosibl na fydd atebion heb waith cyfrifo yn derbyn marciau llawn.

Os nad yw'r lefel o fanwl gywirdeb yn cael ei nodi yn y cwestiwn, dylech chi dalgrynnu atebion yn briodol.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

I'r Arholwr yn Unig		
Cwestiwn	Marc Uchaf	Marc yr Arholwr
1	11	
2	12	
3	6	
4	6	
5	8	
6	8	
7	5	
8	5	
9	4	
10	3	
11	10	
12	7	
13	11	
14	11	
15	7	
16	6	
Cyfanswm	120	

1300N301
01



JUN251300N30101

Nodyn atgoffa: Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

1. (a) Differwch bob un o'r ffwythiannau canlynol mewn perthynas ag x .

(i) $(e^{-x} + x^2)^3$

[2]

$$y = (e^{-x} + x^2)^3$$

$$\frac{dy}{dx} = 3(e^{-x} + x^2)^2(-e^{-x} + 2x)$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$= 3(e^{-x} + x^2)^2(2x - e^{-x})$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$\begin{aligned} y &= u^3 & u &= e^{-x} + x^2 \\ \frac{dy}{du} &= 3u^2 & \frac{du}{dx} &= -e^{-x} + 2x \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \end{aligned}$$

(ii) $e^{2x} \sin 3x$

[3]

$$y = e^{2x} \sin 3x$$

$$u = e^{2x}$$

$$v = \sin 3x$$

$$\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$= e^{2x}(3\cos 3x) + \sin(3x) 2e^{2x}$$

$$= e^{2x}(3\cos 3x + 2\sin 3x)$$



[3]

(iii) $\frac{\cos 2x}{x^2 + 1}$

$$y = \frac{\cos 2x}{x^2 + 1}$$

$$u = \cos 2x$$

$$v = x^2 + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$= \frac{(x^2 + 1)(-2)\sin 2x - \cos(2x)(2x)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{-2x^2 \sin(2x) - 2\sin(2x) - 4x \cos(2x)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{-2(x^2 \sin(2x) + 2x \cos(2x) + \sin(2x))}{(x^2 + 1)^2}$$

(b) Mae ffwythiant yn cael ei ddiffinio'n ymhlyg (implicitly) gan

$$2x - 3x^2y^3 = 5.$$

[3]

Darganfyddwch $\frac{dy}{dx}$ yn nhermau x ac y .

$$2x - 3x^2y^3 = 5$$

$$2 - 3x^2 \left(3y^2 \frac{dy}{dx} \right) - 6xy^3 = 0$$

$$-9x^2y^2 \frac{dy}{dx} = 6xy^3 - 2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6xy^3 - 2}{-9x^2y^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - 6xy^3}{9x^2y^2}$$



2. (a) Darganfyddwch holl werthoedd x yn yr amrediad $0 \leq x \leq 2\pi$ sy'n bodloni'r hafaliad

$$\cos 2x + \sin x = 0.$$

Rhowch eich atebion yn nhermau π .

[6]

$$\begin{aligned}\cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 x\end{aligned}$$

$$\cos 2x + \sin x = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$2x - 1 = -2$$

$$2\sin^2 x - 2\sin x + \sin x - 1 = 0$$

$$2\sin x(\sin x - 1) + 1(\sin x - 1) = 0$$

$$(\sin x - 1)(2\sin x + 1) = 0$$

Naill ai $\sin x - 1 = 0$ neu $2\sin x + 1 = 0$

$$\sin x = 1$$

$$2\sin x = -1$$

s	A
T	C

$$x = \sin^{-1}(1)$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x = -\frac{\pi}{6}$$

s	A
T	C

$$\text{neu } x = \pi + \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$\text{neu } x = 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{11\pi}{6}$$



- (b) Darganfyddwch holl werthoedd θ yn yr amrediad $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ sy'n bodloni'r hafaliad

$$2\sec^2\theta - 5 = \tan\theta.$$

[6]

$$2\sec^2\theta - 5 = \tan\theta$$

$$2(\tan^2\theta + 1) - 5 = \tan\theta$$

$$2\tan^2\theta + 2 - 5 - \tan\theta = 0$$

$$2\tan^2\theta - \tan\theta - 3 = 0$$

$$2x - 3 = -6$$

$$2\tan^2\theta - 3\tan\theta + 2\tan\theta - 3 = 0$$

$$\tan\theta(2\tan\theta - 3) + 1(2\tan\theta - 3) = 0$$

$$(2\tan\theta - 3)(\tan\theta + 1) = 0$$

Nail ai $2\tan\theta - 3 = 0$ neu $\tan\theta + 1 = 0$

$$2\tan\theta = 3$$

$$\tan\theta = -1$$

$$\tan\theta = \frac{3}{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(-1)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\theta = 56.31^\circ \text{ i } 21.1^\circ$$

$$\theta = -45^\circ$$

$$\text{neu } \theta = 180^\circ + 56.31^\circ$$

$$\text{neu } \theta = 180^\circ - 45^\circ$$

$$\theta = 236.31^\circ$$

$$\theta = 135^\circ$$

$$\text{neu } \theta = 360^\circ - 45^\circ$$

$$\theta = 315^\circ$$



3. O wybod bod θ yn fach, darganfyddwch amcangyfrif ar gyfer datrysiad yr hafaliad

$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin 2\theta} = 0.8.$$

[6]

$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin 2\theta} = 0.8$$

Os yw θ yn fach, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

Felly

$$\frac{1 - \frac{\theta^2}{2}}{1 + 2\theta} \approx 0.8$$

$$\frac{1 - \theta^2}{2} \approx 0.8(1 + 2\theta)$$

$$\frac{1 - \theta^2}{2} \approx 0.8 + 1.6\theta$$

$$2 - \theta^2 \approx 1.6 + 3.2\theta$$

$$0 \approx \theta^2 + 3.2\theta - 0.4$$

$$\theta \approx \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\theta \approx \frac{-3.2 \pm \sqrt{3.2^2 - 4 \times 1 \times -0.4}}{2 \times 1}$$

$$\text{Naill ai } \theta \approx \frac{-3.2 + \sqrt{11.84}}{2} \text{ neu } \theta \approx \frac{-3.2 - \sqrt{11.84}}{2}$$

$$\theta \approx 0.1204650534 \quad \theta \approx -3.320465053$$

Gan fod θ yn fach, i 2 le degol

$$\theta \approx \underline{\underline{0.12}}$$



Handwriting practice area with 15 horizontal dotted lines.



4. (a) Gan ddefnyddio'r rheol trapesiwm gyda 5 mesuryn, darganfyddwch fras werth ar gyfer

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x \, dx.$$

Dangoswch eich gwaith cyfrifo a rhowch eich ateb yn gywir i dri lle degol. [4]

5 mesuryn

5-1 = 4 trapesium

$$\frac{\pi}{3} \div 4 = \frac{\pi}{12}$$

x	$f(x)$
0	1
$\frac{\pi}{12}$	1.07179677
$\frac{\pi}{6}$	1.33333333
$\frac{\pi}{4}$	2
$\frac{\pi}{3}$	4

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x \, dx \approx \frac{\frac{\pi}{12}}{2} \left\{ 1 + 4 + 2(1.07179677 + 1.3 + 2) \right\}$$

$$= \frac{\pi}{24} \times 13.81026021$$

$$= 1.807758834$$

$$= \underline{\underline{1.808}} \text{ i 3 lle degol}$$



(b) Drwy hyn, diddwythwch fras werth ar gyfer $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\tan^2 x + 2) dx$. [2]

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x + 2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x - 1 + 2 dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x + 1 dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x dx + \int_0^{\frac{\pi}{3}} 1 dx$$

$$\approx 1.808 + \left[x \right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= 1.808 + \left(\frac{\pi}{3} - 0 \right)$$

$$= 1.808 + \frac{\pi}{3}$$

$$= \underline{\underline{2.855 \text{ i } \frac{\pi}{3} \text{ lle degol}}}$$



5. Mae cromlin yn cael ei diffinio gan $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$.

(a) Darganfyddwch gyfesurynnau'r pwynt arhosol a darganfyddwch ei natur. [6]

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12x + 12$$

$$\text{Pwynt arhosol} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$3x^2 - 12x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x-2) = 0$$

$$\text{Naillai } x-2=0 \text{ neu } x-2=0$$

$$x=2$$

$$x=2$$

$$y = 2^3 - 6(2)^2 + 12(2) - 5$$

$$y = 8 - 24 + 24 - 5$$

$$y = 3$$

Mae pwynt arhosol yn $(2, 3)$.

$$\text{Natur: } \frac{d^2y}{dx^2} = 6x - 12$$

$$\text{Os yw } x=2, \frac{d^2y}{dx^2} = 6(2) - 12 = 0$$

Rhaid ymchwiliu bellach.

$$\text{Os yw } x = 1.9, \frac{dy}{dx} = 3(1.9)^2 - 12(1.9) + 12 = 0.03$$

$$\text{Os yw } x = 2.1, \frac{dy}{dx} = 3(2.1)^2 - 12(2.1) + 12 = 0.03$$

Felly mae $(2, 3)$ yn bwynt ffurfedro cynyddol.



- (b) Darganfyddwch amrediad gwerthoedd x lle mae'r gromlin yn amgrwm (*convex*). [2]

Mae'r gromlin yn amgrwm pan fo $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$

$$6x - 12 > 0$$

$$6x > 12$$

$$\underline{\underline{x > 2}}$$

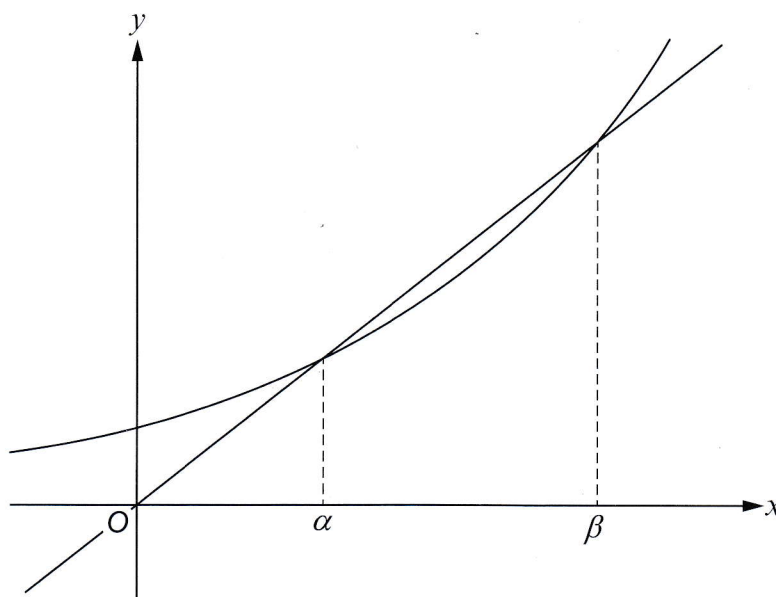


TUDALEN WAG

**PEIDIWCH AG YSGRIFENNU
AR Y DUDALEN HON**



6. Mae'r diagram isod yn dangos braslun o'r gromlin â'r hafaliad $y = e^x$ a'r llinell syth â'r hafaliad $y = 3x$.



Mae'r llinell syth yn croestorri'r gromlin yn y pwyntiau lle mae $x = \alpha$ ac $x = \beta$. Bras werthoedd α a β yw 0.62 ac 1.5 yn y drefn honno.

- (a) Mae'r fformiwla iterus $x_{n+1} = \frac{1}{3}e^{x_n}$ yn cael ei defnyddio i ganfod brasamcan mwy manwl gywir ar gyfer α . Gan gymryd bod $x_0 = 0.62$, defnyddiwch y fformiwla iterus i ganfod gwerthoedd x_1 , x_2 ac x_3 . Rhwng eich atebion yn gywir i dri lle degol. [2]

$$x_0 = 0.62$$

$$x_1 = 0.6196426806$$

$$x_2 = 0.6194213098$$

$$x_3 = 0.6192842032$$

I dri lle degol: $x_1 = 0.620$

$$x_2 = 0.619$$

$$x_3 = 0.619$$



(b) Mae'r dull Newton-Raphson yn cael ei ddefnyddio i ganfod brasamcan mwy manwl gywir ar gyfer β .

(i) Gan gymryd bod $f(x) = e^x - 3x$ a gan ddechrau gydag $x_0 = 1.5$, defnyddiwch y dull Newton-Raphson unwaith i gael ail frasmcan, x_1 . Rhwch eich ateb yn gywir i dri lle degol. [3]

(ii) Dangoswch mai x_1 yw gwerth β yn gywir i dri lle degol. [2]

(iii) Esboniwch pam mae'r dull Newton-Raphson yn methu (*fails*) os y gwerth cychwynnol i amcangyfrif β yw $\ln 3$. [1]

(i) Dull Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

$$f'(x) = e^x - 3$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{e^{x_n} - 3x_n}{e^{x_n} - 3}$$

$$x_0 = 1.5$$

$$x_1 = 1.5 - \frac{e^{1.5} - 3(1.5)}{e^{1.5} - 3}$$

$$x_1 = 1.512358146$$

$$x_1 = 1.512 \text{ i 3 lle degol}$$

(ii) Os yw $x = 1.5115$,

$$\begin{aligned} \text{mae } f(x) &= e^{1.5115} - 3 \times 1.5115 \\ &= -0.00097401437 \end{aligned}$$

Os yw $x = 1.5125$,

$$\begin{aligned} \text{mae } f(x) &= e^{1.5125} - 3 \times 1.5125 \\ &= 0.00056177912 \end{aligned}$$



Ma'r newid arwydd yn dangos mai $\beta = 1.512$
yn gywir i 3 lle degol.

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad \text{os yw } x_0 &= \ln(3), \\ \text{mae } f'(x_0) &= e^{\ln(3)} - 3 \\ &= 3 - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ac felly bydd y dull yn methu gan
ein bod angen rhannu efo 0 i ffurfio x_1 .



7. Termau cyntaf ac olaf cyfres rifyddol yw -3 a 61 yn y drefn honno. Swm yr holl dermau yw 957 . Darganfyddwch

(a) nifer y termau,

[2]

$$a = -3$$

$$l = 61$$

$$S_n = 957$$

$$S_n = \frac{1}{2} n (a + l)$$

$$957 = \frac{1}{2} n (-3 + 61)$$

$$957 = \frac{1}{2} n (58)$$

$$957 = 29n$$

$$\frac{957}{29} = n$$

$$\underline{n = 33}$$

(b) y gwahaniaeth cyffredin,

[2]

$$t_{33} = 61$$

$$a + 32d = 61$$

$$-3 + 32d = 61$$

$$32d = 64$$

$$\underline{d = 2}$$



(c) y term canol.

[1]

33 rhif

$$33 + 1 = 34$$

$$34 \div 2 = 17$$

Term 17 yw'r term canol.

$$t_{17} = a + 16d$$

$$= -3 + 16 \times 2$$

$$= -3 + 32$$

$$= \underline{\underline{29}}$$



8. Drwy rannu algebraidd, neu fel arall, symleiddiwch y mynegiad $\frac{x^4 + 5x^3 - 7x^2 - 29x + 30}{3(x+5)(x+3)(x-2)}$. [5]

$$\begin{aligned}
 & 3(x+5)(x+3)(x-2) \\
 &= 3(x^2 + 3x + 5x + 15)(x-2) \\
 &= 3(x^2 + 8x + 15)(x-2) \\
 &= 3(x^3 - 2x^2 + 8x^2 - 16x + 15x - 30) \\
 &= 3(x^3 + 6x^2 - x - 30) \\
 &= 3x^3 + 18x^2 - 3x - 90
 \end{aligned}$$

Rhannu:

$$\begin{array}{r}
 \overline{ x^4 + 5x^3 - 7x^2 - 29x + 30} \\
 \underline{x^4 + 6x^3 - x^2 - 30x} \\
 -x^3 - 6x^2 + x + 90 \\
 \underline{-x^3 - 6x^2 + x + 30} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Felly } & \frac{x^4 + 5x^3 - 7x^2 - 29x + 30}{3(x+5)(x+3)(x-2)} \\
 &= \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$





9. Profwch drwy wrthddywediad nad oes cyfanrifau x ac y sy'n bodloni $3x + 15y = 2$.

[4]

Cymerwch, i'r gwrthwyneb, bod modd darganfod cyfanrifau x ac y fel bod $3x + 15y = 2$.

Datrys ar gyfer x : $3x = 2 - 15y$

$$x = \frac{2 - 15y}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} - \frac{15y}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} - 5y$$

Os yw y yn gyfanrif yna bydd $5y$ yn lluosrif 5. Ond wedyn bydd x ddim yn gyfanrif gan bod $\frac{2}{3}$ tynnu

rhif yn nhabl 5 ddim yn gyfanrif.

Felly nid oes cyfanrifau x ac y yn bodoli sy'n bodloni $3x + 15y = 2$.

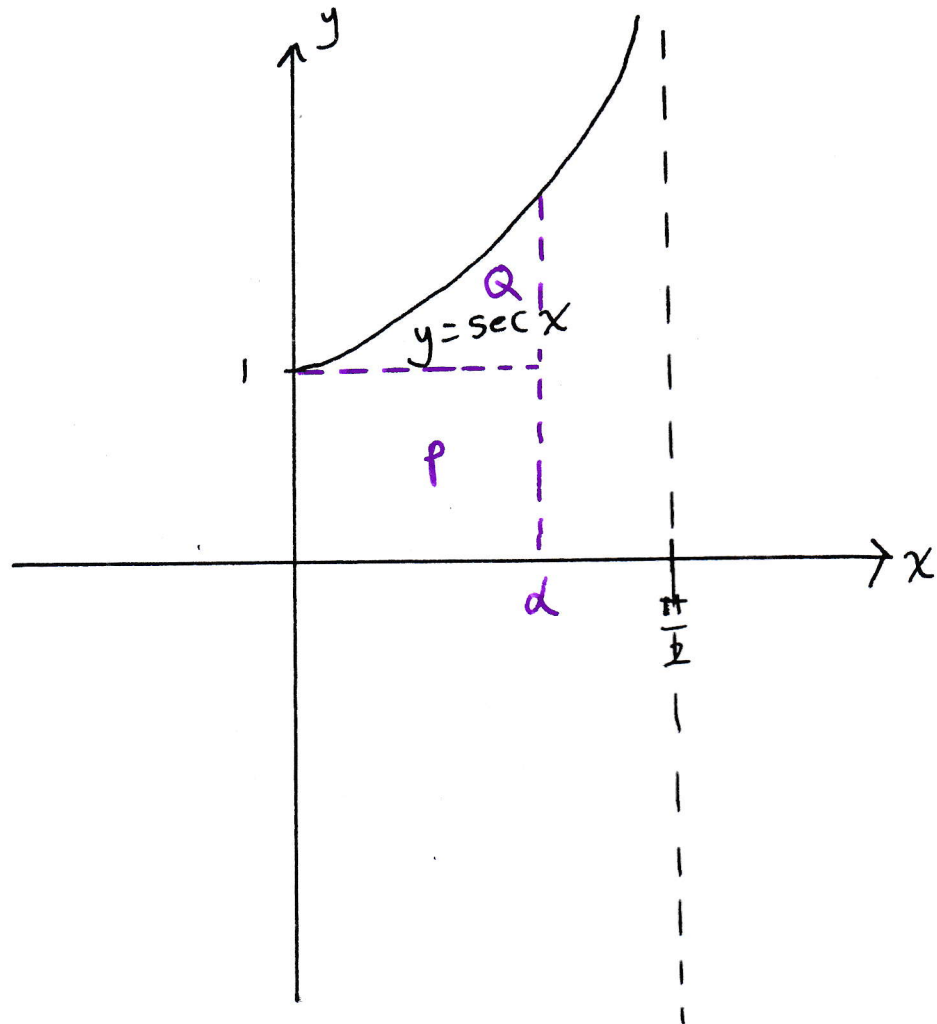


TUDALEN WAG

**PEIDIWCH AG YSGRIFENNU
AR Y DUDALEN HON**



10. (a) Brasluniwch graff $y = \sec x$ ar gyfer $0 \leq x \leq \alpha$, lle mae $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. [1]



(b) Esboniwch pam mae $\int_0^{\alpha} \sec x \, dx > \alpha$.

[2]

Oednch ar y graff, mae

$$\int_0^{\alpha} \sec x \, dx = P + Q$$

$$= 1 \times \alpha + Q$$

$$= \alpha + Q$$

$$\int_0^{\alpha} \sec x \, dx > \alpha$$

gan fod Q yn arwynebedd
positif.



11. Darganfyddwch $\int_1^2 \frac{5x+2}{(x+1)^2(2x-1)} dx$, gan roi eich ateb yn y ffurf $\ln a + b$, lle mae a, b yn gysonion. [10]

$$\text{Ffractsiynau rhannol: } \frac{5x+2}{(x+1)^2(2x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{2x-1}$$

$$\frac{5x+2}{(x+1)^2(2x-1)} = \frac{A(x+1)(2x-1)}{(x+1)^2(2x-1)} + \frac{B(2x-1)}{(x+1)^2(2x-1)} + \frac{C(x+1)^2}{(x+1)^2(2x-1)}$$

$$5x+2 = A(x+1)(2x-1) + B(2x-1) + C(x+1)^2$$

Amnewid $x = -1$:

$$5(-1)+2 = A(-1+1)(2(-1)-1) + B(2(-1)-1) + C(-1+1)^2$$

$$-5+2 = A(0) + B(-2-1) + C(0)^2$$

$$-3 = -3B$$

$$B = 1$$

Amnewid $x = \frac{1}{2}$:

$$5\left(\frac{1}{2}\right)+2 = A\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(2\left(\frac{1}{2}\right)-1\right) + B\left(2\left(\frac{1}{2}\right)-1\right) + C\left(\frac{1}{2}+1\right)^2$$

$$2.5+2 = A(0) + B(0) + C(1.5)^2$$

$$4.5 = 2.25C$$

$$C = 2$$

Yn cymharu cyfermodau x^2 :

$$0 = 2A + C$$

$$0 = 2A + 2$$

$$-2 = 2A$$

$$A = -1$$



$$\begin{aligned}
& \int_1^2 \frac{5x+2}{(x+1)^2(2x-1)} dx \\
&= \int_1^2 \frac{-1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2}{2x-1} dx \\
&= \int_1^2 (x+1)^{-2} - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{2x-1} dx \\
&= \left[-1(x+1)^{-1} - \ln|x+1| + \ln|2x-1| \right]_1^2 \\
&= \left[\ln|2x-1| - \ln|x+1| - \frac{1}{x+1} \right]_1^2 \\
&= \left(\ln|2 \times 2 - 1| - \ln|2+1| - \frac{1}{2+1} \right) \\
&\quad - \left(\ln|2 \times 1 - 1| - \ln|1+1| - \frac{1}{1+1} \right) \\
&= (\ln|3| - \ln|3| - \frac{1}{3}) - (\ln|1| - \ln|2| - \frac{1}{2}) \\
&= -\frac{1}{3} - \left(0 - \ln(2) - \frac{1}{2} \right) \\
&= -\frac{1}{3} + \ln(2) + \frac{1}{2} \\
&= \ln(2) + \frac{1}{6}
\end{aligned}$$

Felly $a=2$, $b=\frac{1}{6}$



12. Ehangwch $\frac{2-x}{\sqrt[3]{1-2x}}$ mewn pwerau esgynnol o x hyd at, a gan gynnwys y term yn x^3 .

Nodwch amrediad y gwerthoedd x fel bod yr ehangiad yn ddilys (valid). [7]

$$\frac{2-x}{\sqrt[3]{1-2x}} = (2-x)(1-2x)^{-\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} (1-2x)^{-\frac{1}{3}} &= 1^{-\frac{1}{3}} + (-\frac{1}{3})(1)^{-\frac{1}{3}-1}(-2x) \\ &\quad + \frac{(-\frac{1}{3})(-\frac{1}{3}-1)}{2 \times 1}(1)^{-\frac{1}{3}-2}(-2x)^2 \\ &\quad + \frac{(-\frac{1}{3})(-\frac{1}{3}-1)(-\frac{1}{3}-2)}{3 \times 2 \times 1}(1)^{-\frac{1}{3}-3}(-2x)^3 \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 + (-\frac{1}{3})(1)(-2x) \\ &\quad + \frac{(-\frac{1}{3})(-\frac{4}{3})}{2}(1)(4x^2) \\ &\quad + \frac{(-\frac{1}{3})(-\frac{4}{3})(-\frac{7}{3})}{6}(1)(-8x^3) + \dots \end{aligned}$$

$$= 1 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{18}(4x^2) + \frac{-14}{81}(-8x^3) + \dots$$

$$= 1 + \frac{2}{3}x + \frac{8}{9}x^2 + \frac{112}{81}x^3 + \dots$$

$$\begin{aligned} (2-x)(1-2x)^{-\frac{1}{3}} &= (2-x)\left(1 + \frac{2}{3}x + \frac{8}{9}x^2 + \frac{112}{81}x^3 + \dots\right) \end{aligned}$$

$$= 2 + \frac{4}{3}x + \frac{16}{9}x^2 + \frac{224}{81}x^3 - x - \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{9}x^3 + \dots$$



$$= 2 + \frac{1}{3}x + \frac{10}{9}x^2 + \frac{152}{81}x^3 + \dots$$

Ma'r ehangiad yn ddilys pan fo $\left| \frac{bx}{a} \right| < 1$

$$\left| \frac{-2x}{1} \right| < 1$$

$$1 - 2|x| < 1$$

$$2|x| < 1$$

$$|x| < \frac{1}{2}$$



13. Mae cromlin yn cael ei diffinio'n barametrig gan

$$x = 2t^3 + 1, \quad y = 3t^2$$

(a) Dangoswch mai graddiant y gromlin yn y pwynt sydd â'r paramedr p yw $\frac{1}{p}$. [4]

$$x = 2t^3 + 1$$

$$y = 3t^2$$

$$\frac{dx}{dt} = 6t^2$$

$$\frac{dy}{dt} = 6t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$$

$$= 6t \times \frac{1}{6t^2}$$

$$= \frac{t}{t^2}$$

$$= \frac{1}{t}$$

Felly graddiant y gromlin yn y pwynt sydd â'r paramedr p yw $\frac{1}{p}$ ✓

(b) Darganfyddwch hafaliad y normal i'r gromlin yn y pwynt sydd â'r paramedr t , lle mae $t = 1$. [4]

Graddiant y normal: $-t$ (negatif cilydd $\frac{dy}{dx}$)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3t^2 = -t(x - (2t^3 + 1))$$

$$y - 3t^2 = -tx + 2t^4 + t$$

$$\text{Os yw } t = 1, \quad y - 3(1)^2 = -1x + 2(1)^4 + 1$$

$$y - 3(1) = -x + 2(1) + 1$$



$$y - 3 = -x + 2 + 1$$

$$y = -x + 6$$

$$y = 6 - x$$

- (c) Darganfyddwch hafaliad y tangiad i'r gromlin yn y pwynt sydd â'r paramedr t , lle mae $t = 0$.

[3]

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3t^2 = \frac{1}{t}(x - (2t^3 + 1))$$

$$y - 3t^2 = \frac{x}{t} - \frac{2t^3}{t} - \frac{1}{t}$$

Os yw $t = 0$, rhaid rhannu efo 0, felly nid yw'n bosib cael hafaliad o'r uchod.

$$x = 2(0)^3 + 1 \quad y = 3(0)^2 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{0}$$

$$x = 2(0) + 1 \quad y = 0$$

$$x = 1$$

Felly hafaliad y tangiad yw $x = 1$
(linell fertigol)



14. (a) Defnyddiwch integru fesul rhan i ganfod union werth $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x \, dx$.

[6]

$$u = x^2$$

$$\frac{dv}{dx} = \cos x$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$v = \sin x$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x \, dx &= \left[x^2 \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin x \, dx \\ &= \left[\left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) - 0^2 \sin(0) \right] - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin x \, dx \\ &= \left(\frac{\pi^2}{4} (1) - 0 \right) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin x \, dx \\ &= \frac{\pi^2}{4} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin x \, dx \end{aligned}$$

$$u = 2x$$

$$\frac{dv}{dx} = \sin x$$

$$\frac{du}{dx} = 2$$

$$v = -\cos x$$

$$dx$$

$$\begin{aligned} \text{Yr ateb yw } & \frac{\pi^2}{4} - \left(\left[-2x \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -2 \cos x \, dx \right) \\ &= \frac{\pi^2}{4} - \left(\left[2 \left(\frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - 2(0) \cos(0) \right] - \left[-2 \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \right) \\ &= \frac{\pi^2}{4} - \left(\left[\pi(0) - 0 \right] - \left[-2 \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) + 2 \sin(0) \right] \right) \\ &= \frac{\pi^2}{4} - \left([0] - [-2(1) + 2(0)] \right) \\ &= \frac{\pi^2}{4} - 2 \quad \text{uned sgwâr} \end{aligned}$$



(b) Defnyddiwch yr amnewid $u = 1 + \ln x$ i ganfod $\int \frac{\ln x}{x(1+\ln x)^2} dx$.

[5]

$$u = 1 + \ln(x)$$

$$u - 1 = \ln(x)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$x du = dx$$

$$\int \frac{\ln x}{x(1+\ln x)^2} dx = \int \frac{u-1}{x(u)^2} du$$

$$= \int \frac{u-1}{u^2} du$$

$$= \int u^{-1} - u^{-2} du$$

$$= \ln|u| + u^{-1} + c$$

$$= \ln|u| + \frac{1}{u} + c$$

$$= \ln|1+\ln(x)| + \frac{1}{1+\ln(x)} + c$$



15. Mae ffwythiant f yn cael ei ddiffinio gan $f(x) = \frac{9}{(x-3)^2}$, lle mae $x > 3$.

(a) Darganfyddwch amrediad f .

[2]

$$f(3.001) = \frac{9}{(3.001-3)^2} = 9,000,000$$

$$f(5000) = \frac{9}{(5000-3)^2} = 0.00000036043$$

$$\text{Amrediad } f = (0, \infty)$$



[5]

(b) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer $f^{-1}(x)$.

$$y = \frac{9}{(x-3)^2}$$

$$y(x-3)^2 = 9$$

$$(x-3)^2 = \frac{9}{y}$$

$$x-3 = \pm \sqrt{\frac{9}{y}}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{\frac{9}{y}}$$

$$x = 3 \pm \frac{3}{\sqrt{y}}$$

Gan fod $x > 3$ mae $x = 3 + \frac{3}{\sqrt{y}}$

Felly $f^{-1}(x) = 3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

$$f^{-1}(x) = 3(1 + x^{-\frac{1}{2}})$$



16. Mae unigolyn yn benthyca £50 000 i'w ad-dalu dros 20 mlynedd mewn 20 rhandal (*instalment*) blyneddol hafal. Mae'r benthyciwr yn codi cyfradd adlog flynyddol o 5% sy'n aros yn gyson drwy gydol cyfnod y benthyciad. Mae'r llog yn cael ei ychwanegu ar ddiwedd pob blwyddyn.

Mae pob rhandal yn cael ei dalu ar ôl i'r llog gael ei ychwanegu at y cyfrif, a'r rhandal cyntaf yn cael ei dalu flwyddyn ar ôl i'r benthyciad gael ei gymryd.

Cyfrifwch faint yw un rhandal blyneddol. ← x

[6]

Cychwyn efo dyfled £50,000

Cynyddu 5%: 1.05×50000

Tynnu ad-daliad: $1.05 \times 50000 - x$

Cynyddu 5%: $1.05(1.05 \times 50000 - x)$

$$= 1.05^2 \times 50000 - 1.05x$$

Tynnu ad-daliad: $1.05^2 \times 50000 - 1.05x - x$

Cynyddu 5%: $1.05^3 \times 50000 - 1.05^2x - 1.05x$

Tynnu ad-daliad: $1.05^3 \times 50000 - 1.05^2x - 1.05x - x$

⋮

Ar ôl 20 mlynedd:

$$1.05^{20} \times 50000 - 1.05^{19}x - 1.05^{18}x - \dots - 1.05x - x$$

$$= 1.05^{20} \times 50000 - x(1.05^{19} + 1.05^{18} + \dots + 1.05 + 1)$$

cyfres geometrig efo $a=1$, $r=1.05$,
 $n=20$

$$S_{20} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_{20} = \frac{1(1-1.05^{20})}{1-1.05}$$

$$S_{20} = 33.0659541$$

Nid oes arian ar ôl i'w dalu ar y diwedd felly

$$1.05^{20} \times 50000 - x(33.0659541) = 0$$

$$1.05^{20} \times 50000 = 33.0659541x$$



$$x = \frac{1.05^{20} \times 50000}{33.0659941}$$

$$x = \underline{\underline{\pounds 4,012.13}} \text{ i'r gciniog agosaf}$$

DIWEDD Y PAPUR



[illegible]

Tudalen ychwanegol, os oes ei hangen.
Ysgrifennwch rifau'r cwestiynau ar ymyl chwith y dudalen.

Rhif y
Cwestiwn



[illegible]Arholwr
yn unig

[illegible]Arholwr
yn unig

TUDALEN WAG

**PEIDIWCH AG YSGRIFENNU
AR Y DUDALEN HON**

