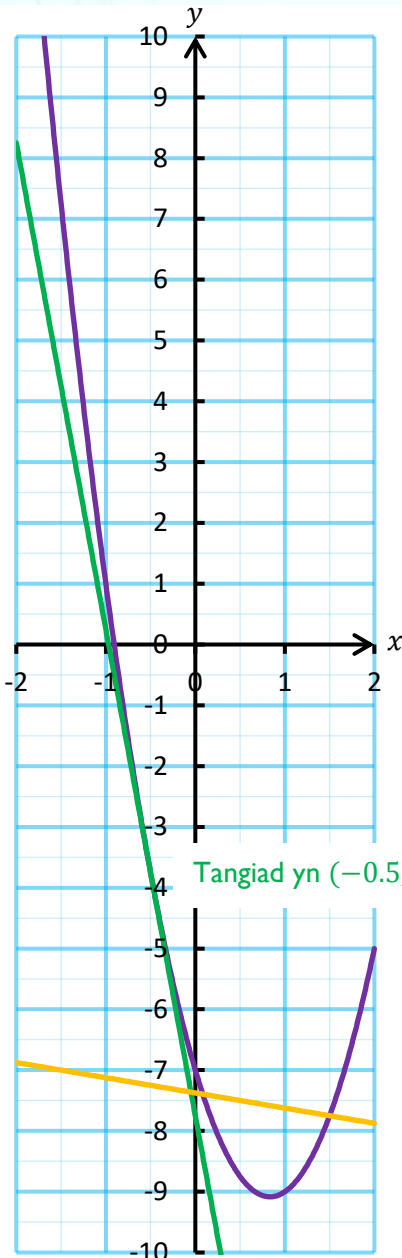




Differu

Sydyn



$$y = 3x^2 - 5x - 7$$

Normal yn  $(1.5, -7.75)$

Enw:

## Cefndir

### Beth yw'r gwaith?

Differu ffwythiant heb fynd o egwyddorion sylfaenol, a defnyddio'r dechneg i ddarganfod hafaliad tangiadau a normalau.

### Beth sydd ei angen cyn cychwyn?

**Gwaith TGAU:** Datrys hafaliadau llinol.  
**Lefel A Uned I:** Datrys hafaliadau cwadratig.

### I ble mae'n arwain?

**Unedau I-4:** Differu amrywiaeth o ffwythiannau.

## Theori

Yn y pecyn gynt, cyflwynwyd y dechneg o ddifferu o egwyddorion sylfaenol. Tybed o wneud y gwaith yma os ydych wedi sylwi ar gysylltiad rhwng pob cwestiwn a'i ateb? Er enghraifft, byddai modd differu o egwyddorion sylfaenol i ddarganfod yr atebion canlynol.



Theori

| $y$              | $\frac{dy}{dx}$ |
|------------------|-----------------|
| $3x^2 + 8x$      | $6x + 8$        |
| $5x^2 - 9x$      | $10x - 9$       |
| $4x^2 + 11x + 3$ | $8x + 11$       |
| $7x^3$           | $21x^2$         |
| $26x + 18$       | $26$            |

Mae'n bosib defnyddio'r rheol ganlynol i ddifferu ffwythiant yn sydyn heb orfod mynd o egwyddorion sylfaenol:

Os yw  $y = ax^n$ , yna  $\frac{dy}{dx} = nax^{n-1}$ .

### Enghraifft I

| $y$           | $a$  | $n$ | $\frac{dy}{dx} = nax^{n-1}$                       |
|---------------|------|-----|---|
| $6x^2$        | 6    | 2   | $2 \times 6 \times x^1 = 12x$                     |
| $4x^3$        | 4    | 3   | $3 \times 4 \times x^2 = 12x^2$                   |
| $-14x$        | -14  | 1   | $1 \times -14 \times x^0 = -14$                   |
| 23            | 23   | 0   | $0 \times 23 \times x^{-1} = 0$                   |
| $4x^{-6}$     | 4    | -6  | $-6 \times 4 \times x^{-7} = -24x^{-7}$           |
| $-643x^{215}$ | -643 | 215 | $215 \times -643 \times x^{214} = -138245x^{214}$ |

O gael ffwythiant sy'n swm neu'n wahaniaeth cyfres o dermau, gallwn ddifferu'r termau unigol i ddifferu'r ffwythiant.

### Enghraifft 2

| $y$                                  | $\frac{dy}{dx}$                        |
|--------------------------------------|--|
| $7x^4 + 8x^2 - 4$                    | $28x^3 + 16x$                          |
| $10x^5 + 8x^{\frac{1}{2}} - 7x^{-3}$ | $50x^4 + 4x^{-\frac{1}{2}} + 21x^{-4}$ |

### Ymarfer 1

Cwblhewch y tabl canlynol.

| $y$                        | $\frac{dy}{dx}$ |
|----------------------------|-----------------|
| $11x^3$                    |                 |
| $5x^2 + 3$                 |                 |
| $18x^3 - 24x^2 + 18x - 2$  |                 |
| $28x^{\frac{1}{2}}$        |                 |
| $6 + 2x^{-1}$              |                 |
| $19x^3 - 3 + 4x^2 - 19x$   |                 |
| $24x^{-\frac{3}{4}}$       |                 |
| $8$                        |                 |
| $\sqrt{x} + \frac{4}{x^2}$ |                 |

Gallwn ddefnyddio'r broses o ddifferu i ddarganfod hafaliad y **tangiad** neu'r **normal** i gromlin mewn pwynt penodol.



Theori

### Enghraifft 3

Mae'r gromlin ar gyfer  $y = 2x^3 - 3x$  yn cael ei ddangos ar y dde.

(a) Darganfyddwch hafaliad y tangiad i'r gromlin yn y pwynt ble mae  $x = 1$ .

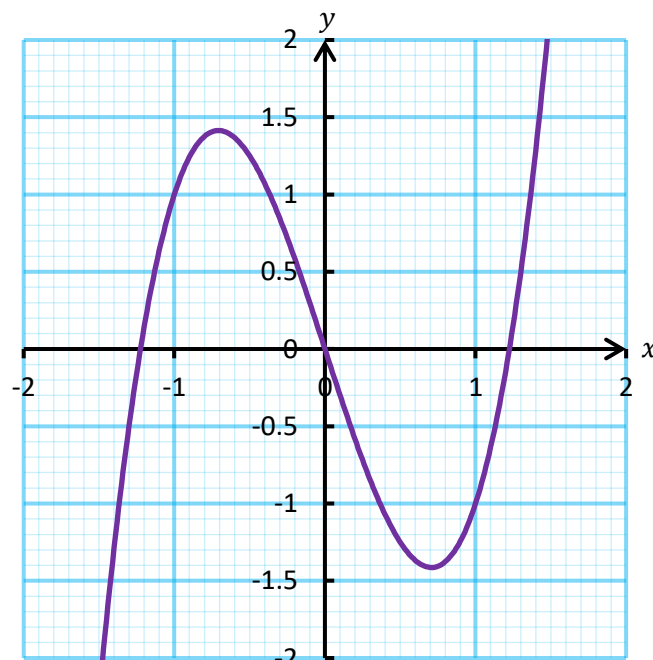
(b) Darganfyddwch hafaliad y normal i'r gromlin yn y pwynt ble mae  $x = -1$ .

Ateb: (a) Os yw  $y = 2x^3 - 3x$ , yna  $\frac{dy}{dx} = 6x^2 - 3$ .

Pan fo  $x = 1$ , mae  $y = 2(1^3) - 3(1) = -1$ , ac mae  $\frac{dy}{dx} = 6(1^2) - 3 = 3$ .

Gallwn ddefnyddio  $y - y_1 = m(x - x_1)$  i ddarganfod hafaliad y tangiad i'r gromlin:

$$\begin{aligned} y - (-1) &= 3(x - 1) \\ y + 1 &= 3x - 3 \\ y &= 3x - 4 \end{aligned}$$







(CI Haf 2016, Cwestiwn 8)

- (b) O wybod bod  $y = 4\sqrt{x} + \frac{45}{x}$ , darganfyddwch werth  $\frac{dy}{dx}$  pan mae  $x = 9$ . [4]

(CI Gaeaf 2008)

3. Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = 2x^2 - 10x + 16$ . Mae gan y pwynt  $P$  gyfesurynnau (3, 4) ac mae ar  $C$ . Darganfyddwch hafaliad y tangiad i  $C$  yn  $P$ . [4]

(CI Gaeaf 2005)

8. Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = 3x^{\frac{3}{2}} - \frac{32}{x}$ .

(a) Darganfyddwch hafaliad y tangiad i  $C$  yn y pwynt lle mae  $x = 4$ . [7]

(b) Darganfyddwch hafaliad y normal i  $C$  yn y pwynt lle mae  $x = 4$ . [2]

(CI Gaeaf 2009)

3. Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = x^2 - 9x + 13$ .

(a) Mae gan y pwynt  $P$  gyfesurynnau  $(6, -5)$  ac mae ar  $C$ . Darganfyddwch hafaliad y **tangiad** i  $C$  yn  $P$ . [4]

(b) Mae'r pwynt  $Q$  ar  $C$  ac mae fel mai  $\frac{1}{7}$  yw graddiant y **normal** i  $C$  yn  $Q$ .

Darganfyddwch gyfesuryn- $x$   $Q$ . [3]



(CI Haf 2013)

3. Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = 2x^2 - 10x + 7$ .

- (a) Cyfesurynnau'r pwynt  $P$  yw  $(3, -5)$  ac mae  $P$  ar  $C$ . Darganfyddwch hafaliad y **normal** i  $C$  yn  $P$ . [5]
- (b) Mae'r pwynt  $Q$  ar  $C$  ac mae fel bod y **tangiad** i  $C$  yn  $Q$  yn baralel i'r echelin- $x$ . Darganfyddwch gyfesuryn- $x$   $Q$ . [2]

(CI Haf 2010)

3. Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = x^2 - 8x + 10$ .

(a) Cyfesurynnau'r pwynt  $P$  yw  $(3, -5)$  ac mae  $P$  ar  $C$ . Darganfyddwch hafaliad y **normal** i  $C$  yn  $P$ . [5]

(b) Mae'r pwynt  $Q$  ar  $C$  ac mae fel mai hafaliad y **tangiad** i  $C$  yn  $Q$  yw

$$y = 4x + c,$$

lle mae  $c$  yn gysonyn. Darganfyddwch gyfesurynnau  $Q$  a gwerth  $c$ . [4]

Area with horizontal dotted lines for student response.

(CI Gaeaf 2011)

8. Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = x^2 - 6x + 7$ .

- (a) Cyfesuryn- $x$  y pwynt  $P$  yw 5 ac mae  $P$  ar y gromlin  $C$ . Darganfyddwch hafaliad y tangiad i  $C$  yn  $P$ . [5]

Hafaliad y llinell  $L$  yw  $y = \frac{1}{2}x - 2$ .

- (b) (i) Darganfyddwch gyfesurynnau dau groestorfan  $C$  ac  $L$ .  
(ii) Gwireddwch mai  $L$  mewn gwirionedd yw'r normal i  $C$  yn un o'r croestorfannau hyn. [8]

A series of horizontal dotted lines for writing.

(Uned I Haf 2023, Cwestiwn 9)

**b)** Mae'r ffwythiant  $f$  wedi'i ddiffinio gan  $f(x) = 4x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{\sqrt{x}}$  ar gyfer  $x > 0$ .

**i)** Darganfyddwch  $f'(x)$ . [2]

**ii)** Pan mae  $x > k$ , mae  $f(x)$  yn ffwythiant cynyddol. Darganfyddwch y gwerth lleiaf posibl ar gyfer  $k$ . Rhwch eich ateb yn gywir i ddau le degol. [4]



## Cwestiwn Adolygu

(Uned I Haf 2018)

|   |   |
|---|---|
| 1 | 6 |
|---|---|

Hafaliad y gromlin  $C$  yw  $y = 7 + 13x - 2x^2$ . Mae'r pwynt  $P$  ar  $C$  ac mae fel bod gan y tangiad i  $C$  yn  $P$  yr hafaliad  $y = x + c$ , lle mae  $c$  yn gysonyn. Darganfyddwch gyfesurynnau  $P$  a gwerth  $c$ . [5]