Yr Adran Fathemateg

11

Datblygu

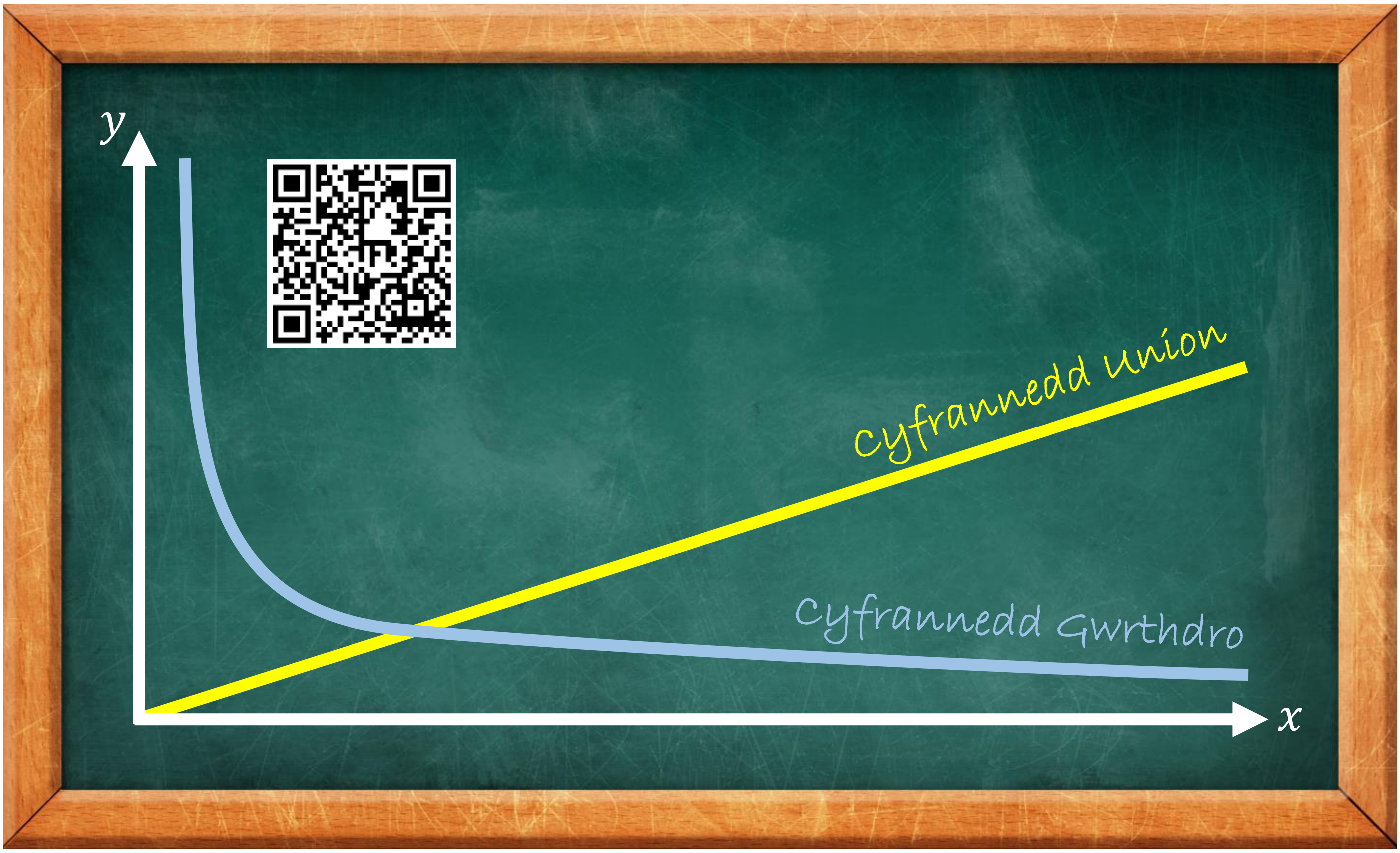
Algebra 3

Haen Uwch

Enw:

Cynnwys

Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Yr Adran Fathemateg	Edrych ar ôl eich gwaith. Cynnwys y pecynnau. Taith ddysgu mathemateg.	3
Cyfrannedd Union a Gwrthdro	Cyfrannedd Union. Cyfrannedd Gwrthdro. Mwy nag un Cyfrannedd. Graffiau Cyfrannedd.	6
Hafaliadau Cyfrannedd	**Cyfrannedd Union. Cyfrannedd Gwrthdro. Darganfod Hafaliadau Cyfrannedd.**	13
Nfed Term Cwadratig	Nfed Term Llinol. Y Gwahaniaeth Cyntaf. Dilyniannau Cwadratig Syml. Dilyniannau Cwadratig Mwy Cymhleth.	17
Anhafaleddau	Symbolau Anhafaleddau. Anhafaleddau ar Linell Rif. Datrys Hafaliadau. Datrys Anhafaleddau.	21
Rhanbarthau Graff	Adolygu plotio graffiau o'r ffurf $x = a$ ag $y = b$. Adolygu plotio graffiau o'r ffurf $y = mx + c$. Plotio graffiau o'r ffurf $ax + by + c = 0$. **Lliwio Rhanbarthau.**	26



Yr Adran Fathemateg

Croeso'n ôl i flwyddyn 11! Dyma atgoffyn o'r canllawiau ar gyfer edrych ar ôl eich gwaith.

- Ar gychwyn bob gwers, ysgrifennwch "Gwaith Dosbarth", y dyddiad a theitl addas ar gyfer y gwaith. Dylid tanlinellu bob un o'r rhain.
- Ni ddylid gadael tudalennau gwag yn y llyfr gwaith.
- Lluniwch ddiagramau efo pensil a, lle bo'n briodol, efo'r offer cywir, e.e. pren mesur, onglydd, cwmpas.
- Dangoswch eich gwaith cyfrifo yn llawn.
- Cofiwch gynnwys unedau perthnasol yn eich atebion, e.e. cm, £, ml.

Cadwch eich gwaith yn y **waled blastig**.
Dylai'r waled gynnwys y pethau canlynol ar bob achlysur:

(a) Eich llyfr coch mathemateg.
(b) Eich llyfr adolygu ar gyfer y flwyddyn.
(c) Eich taflen tracio ar gyfer y flwyddyn.
(ch) Y pecyn gwaith cyfredol.
(d) Y pecyn tasgau ychwanegol cyfredol.
(dd) Unrhyw waith arall sydd ei angen ar hyn o bryd.

Dylid cadw hen becynnau mewn rhywle saff adref.
(Bydd angen cyfeirio atynt yn y dyfodol.)

Offer

- Beiros du, coch a glas.
- Pensil HB.
- Pren mesur (un 30 cm yn well).
- Chwalwr.
- Onglydd.
- Cwmpas.
- Cyfrifiannell wyddonol (Casio fx-83GTCW).
- Amlygwr.

Y Llyfr Adolygu

Hwn fydd sail eich gwaith adolygu ar gyfer eich arholiadau TGAU.

- Llenwch o leiaf 4 tudalen yn eich llyfr adolygu ar gyfer bob uned o waith.
- Dylech gynnwys y pethau fyddwch angen yn y dyfodol ar gyfer cofio gwaith y pecyn yn sydyn. Gall hyn gynnwys nodiadau am y gwaith; enghreifftiau; ffeithiau pwysig; posteri adolygu.

Pecynnau

Cewch 1 copi o'r pecyn gwaith ag 1 copi o'r pecyn tasgau ychwanegol ar gychwyn bob uned newydd o waith. (Os collwch y pecyn, bydd un newydd yn costio 50c.)

Mae copi Saesneg o'r pecyn, a llawer o ddeunyddiau eraill yn cefnogi'r pecyn, ar gael ar wefan yr adran, www.mathemateg.com

Cynnwys y Pecynnau

Pan welwch cod QR (fel yr un ar y chwith), defnyddiwch ap ar eich dyfais symudol i'w sganio a chyrraedd fideo ar ein sianel YouTube.

www.youtube.com/adolygumathemateg

Mae llythrennau mewn cylchoedd, fel (C), yn dangos haen y gwaith yn y fanyleb TGAU.

Haen	Sylfaenol	Canolradd	Uwch
Graddau TGAU	U, G, F, E, D	U, E, D, C, B	U, C, B, A, A*

Mae'r holl becynnau'n cynnwys amryw o ymarferion, wedi'u labelu fel yma.

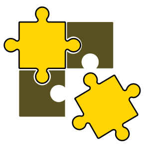
Sgil	Defnyddio	Ymestyn	Adolygu
Ymarferion ar dopig newydd.	Datrys problem neu ateb cwestiwn mewn cyd-destun.	Cwestiwn anoddach.	Adolygu testun o becyn blaenorol.

Gwerthuso

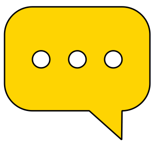
Mae bocsys gwerthuso ar ddiwedd bob pennod er mwyn adolygu'r gwaith a gyflawnwyd.

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...
Ysgrifennwch y termau mathemategol newydd neu bwysig o'r bennod.	Beth sydd angen i chi gofio wrth wneud y math yma o waith yn y dyfodol?	Ysgrifennwch y topigau y cafoch lwyddiant efo.	Ysgrifennwch y topigau rydych angen edrych arnynt eto.

Hyfedreddau Cwricwlwm i Gymru

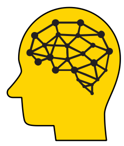


Dealltwriaeth gysyniadol



Cyfathrebu gan ddefnyddio symbolau

Cymhwysedd strategol



Rhesymu rhesymegol

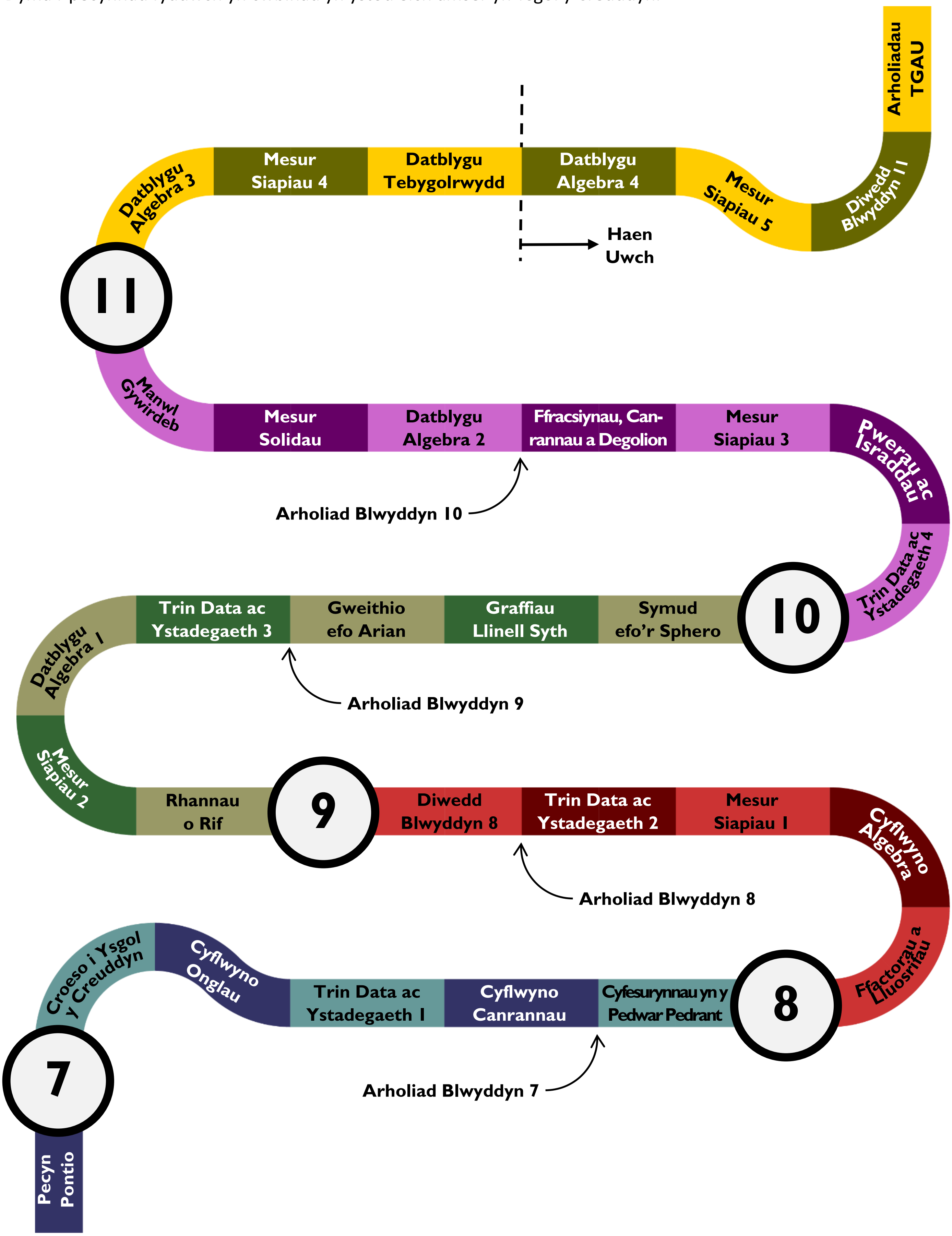
Rhuglder

Deunyddiau cefnogol:

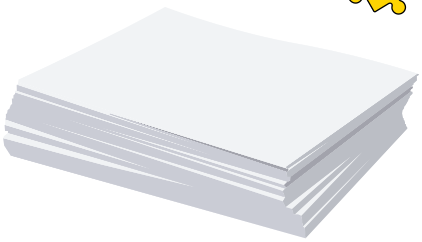
- Diagnostic Questions
  - Cwis ar gyfer bob pecyn ar y wefan www.diagnosticquestions.com.
- Taflen Myfyrio
  - Cyfle i chi asesu eich dealltwriaeth o becyn gwaith, a gweld beth yw trefn y cwestiynau yn y prawf.
- Hen Gwestiynau Arholiad CBAC; Taflenni Gwaith; Ymchwiliadau; Posau
  - Ar gael ar gyfer rhai testunau.

Taith Ddysgu Mathemateg Ysgol y Creuddyn

Dyma'r pecynnau fyddwch yn cwblhau yn ystod eich amser yn Ysgol y Creuddyn.



Cyfrannedd



Mae dau fesur **mewn cyfrannedd â'i gilydd** os oes **cysylltiad** rhwng y ddau fesur. Er enghraifft, y mwyaf o dudalennau o bapur sydd mewn pentwr o bapur, yr uchaf yw'r pentwr. Dywedwn fod uchder y pentwr a'r nifer o dudalennau o bapur yn y pentwr mewn cyfrannedd â'i gilydd.

Mae'r **math** o gyfrannedd yn dibynnu ar y math o gysylltiad rhwng y ddau fesuriad.

Cyfrannedd Union	Cyfrannedd Gwrthdro
Wrth i un mesur gynyddu, mae'r mesur arall hefyd yn cynyddu.	Wrth i un mesur gynyddu, mae'r mesur arall yn lleihau.

Enghraifft

(a) Mae'r pellter y mae car yn ei deithio mewn cyfrannedd union â'r maint o betrol mae'r car yn ei ddefnyddio.

(b) Mae buanedd cyfartalog car ar gyfer taith benodol mewn cyfrannedd gwrthdro â'r amser y mae'r car yn ei gymryd i wneud y daith.

Ymarfer 1

Sgìl C

Nodwch pa fath o gyfrannedd (cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro) mae'r cwestiynau canlynol yn eu disgrifio.

(a) Uchder pentwr o bapur a'r nifer o dudalennau o bapur yn y pentwr.

(b) Hyd darn o linyn a màs y darn o linyn.

(c) Yr amser sy'n cael ei gymryd i adeiladu wal a'r nifer o weithwyr sy'n cael eu defnyddio i adeiladu'r wal.

(ch) Y nifer o duniau o gawl sy'n cael eu prynu a chyfanswm cost y tuniau.

(d) Yr amser sy'n cael ei gymryd i wagio tanc o ddŵr a'r nifer o bympiau dŵr sy'n cael eu defnyddio i wagio'r tanc.

(dd) Y nifer o dudalennau mewn llyfr a'r amser sy'n cael ei gymryd i ddarllen y llyfr.

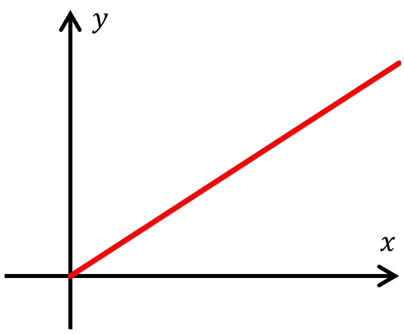
(e) Y pellter y mae car yn ei deithio mewn hanner awr a buanedd cyfartalog y car.

(f) Oedran car a gwerth ariannol y car (yn ystod y degawd cyntaf ar ôl ei brynu).

(ff) Màs darn o aur a gwerth ariannol yr aur.

Cyfrannedd Union

Gyda chyfrannedd union, wrth i un maint gynyddu (e.e. milltiroedd a deithiwyd, x), rhaid i faint arall gynyddu hefyd (e.e. y petrol a ddefnyddiwyd, y). Gallwn ysgrifennu'r berthynas hon fel $y \propto x$. Mae'r symbol $\propto$ yn golygu "mewn cyfrannedd â". Mae'r graff ar y dde yn dangos cyfrannedd union. Gall graddiant y llinell fod yn unrhyw werth positif (lluosydd y cyfrannedd, k).



Enghraifft

Mae peiriant tyllu yn gallu cloddio ffos 560 m mewn 21 diwrnod. Faint o amser y byddai'n cymryd i gloddio ffos 240 m?

Ateb: I gychwyn, rydym yn gosod y wybodaeth allan mewn tabl, gan sicrhau bod y maint sydd angen ei gyfrifo'n ymddangos yn y gwaelod ar y dde.

Hyd y ffos	**Amser**
560 m	21 diwrnod
240 m	?

Trwy luosi neu rannu, mae angen ffeindio swm (neu gyfres o symiau) sy'n newid 560 m i fod yn 240 m.

Dull Unedol (o hyd yn gweithio)

Cychwyn efo 560, rhannu efo 560 i gyrraedd 1, wedyn lluosi efo 240 i gyrraedd 240. Defnyddio'r **un** symiau efo'r amser.

	Hyd y ffos	**Amser**	
÷ 560	560 m	21 diwrnod	÷ 560
	1 m	$\frac{21}{560}$ diwrnod	
× 240	240 m	9 diwrnod	× 240

Dull Archwilio

Cychwyn efo 560, rhannu efo 7 i gyrraedd 80, wedyn lluosi efo 3 i gyrraedd 240. Defnyddio'r **un** symiau efo'r amser.

	Hyd y ffos	**Amser**	
÷ 7	560 m	21 diwrnod	÷ 7
	80 m	3 diwrnod	
× 3	240 m	9 diwrnod	× 3

Ymarfer 2

Defnyddio C

(a) Mae trên yn teithio 165 metr mewn 3 eiliad.
Pa mor bell y byddai'n teithio mewn 8 eiliad?

(b) Mae awyren yn teithio 216 o filltiroedd mewn 27 munud.
Pa mor bell y teithiodd mewn 12 munud?

(c) Mae £50 yn werth \$90. Faint mae £175 yn werth?

(ch) Mae 28 o risiau gan ysgol sydd â'i hyd yn 7 metr.
Faint o risiau fyddai gan ysgol sydd â'i hyd yn 5 metr?

(d) Màs llinyn sydd â'i hyd yn 27 metr yw 351 gram.
Beth yw màs 15 metr o'r llinyn?

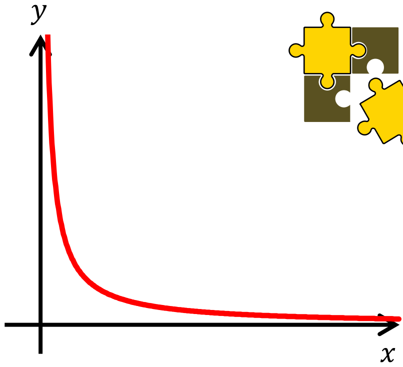
(dd) Gall cwningen gloddio twnnel sydd â'i hyd yn 4 metr mewn cyfanswm o 26 awr. Faint o amser y byddai'n ei gymryd iddi gloddio twnnel sydd â'i hyd yn 7 metr?

(e) Mae garddluniwr yn gallu peintio 15 o baneli ffens mewn 6 awr. Faint o oriau y byddai'n eu cymryd i beintio 40 o baneli ffens?

(f) Cost 12 o getris argraffydd yw £90.
Beth yw cost pump o'r cetris hyn?

(ff) Uchder pentwr o 500 dalen o bapur yw 4.9 cm.
Beth fyddai uchder pentwr o 800 dalen o'r un papur?

Cyfrannedd Gwrthdro



Gyda chyfrannedd gwrthdro, wrth i un maint gynyddu (e.e. buanedd cyfartalog car, x), mae maint arall yn lleihau (e.e. yr amser i gwblhau'r daith, y). Gallwn ysgrifennu'r berthynas hon fel $y \propto \frac{1}{x}$. Darllenir fel "mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x". Mae'r graff ar y dde yn dangos cyfrannedd gwrthdro.

Enghraifft

Os gall tri pheiriant tyllu gloddio twll mewn 8 awr, faint o amser byddai pedwar peiriant yn ei gymryd?

Ateb: I gychwyn, rydym yn gosod y wybodaeth allan mewn tabl, gan sicrhau bod y maint sydd angen ei gyfrifo'n ymddangos yn y gwaelod ar y dde.

Nifer y peiriannau	Amser
3	8 awr
4	?

Trwy luosi neu rannu, mae angen ffeindio swm (neu gyfres o symiau) sy'n newid 3 i fod yn 4.

Dull Unedol (o hyd yn gweithio)

Cychwyn efo 3, rhannu efo 3 i gyrraedd 1, wedyn lluosi efo 4 i gyrraedd 4. Defnyddio'r symiau **gwrthdro** efo'r amser.

	Nifer y peiriannau	Amser	
÷ 3	3	8 awr	× 3
	1	24 awr	
× 4	4	6 awr	÷ 4

Dull Archwilio

Cychwyn efo 3, lluosi efo 4 i gyrraedd 12, wedyn rhannu efo 3 i gyrraedd 4. Defnyddio'r symiau **gwrthdro** efo'r amser.

	Nifer y peiriannau	Amser	
× 4	3	8 awr	÷ 4
	12	2 awr	
÷ 3	4	6 awr	× 3

Ymarfer 3

C

(a) Mae taith yn cymryd 18 munud ar fuanedd cyson o 32 cilometr yr awr. Faint o amser y byddai'r daith yn ei gymryd ar fuanedd cyson o 48 cilometr yr awr?

(b) Mae'n cymryd tîm o 8 person 6 wythnos i beintio pont. Faint o amser y byddai'r peintio'n ei gymryd pe bai 12 person?

(c) Fel arfer caiff pwll ei lenwi gan ddefnyddio 4 falf dŵr mewn cyfnod o 18 awr. Ni all un o'r falfiau gael ei defnyddio. Faint o amser y bydd yn ei gymryd i lenwi'r pwll gan ddefnyddio 3 falf yn unig?

(ch) Gellir cwblhau taith mewn 44 munud ar fuanedd cyfartalog o 50 milltir yr awr. Faint o amser y byddai'r un daith yn ei gymryd ar fuanedd cyfartalog o 40 milltir yr awr?

(d) Mae cyflenwad o wair yn ddigon i fwydo 12 ceffyl am 15 diwrnod. Am faint y byddai'r un cyflenwad yn bwydo 20 ceffyl?

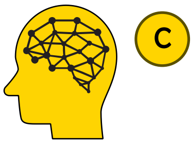
(dd) Mae'n cymryd 3 pheiriant medi 6 awr i fedi cnwd o wenith. Faint o amser y byddai'n ei gymryd i fedi'r gwenith pe bai 2 peiriant yn unig?

(e) Mae'n cymryd tîm o 18 person 21 wythnos i gloddio camlas. Faint o amser y byddai'n ei gymryd i gloddio'r gamlas pe bai 14 person?

(f) Gellir defnyddio 6 phwmp i wagio tanc mewn cyfnod o 18 awr. Faint o amser y bydd yn ei gymryd i wagio'r tanc gan ddefnyddio 8 pwmp?

(ff) Mae criw o 9 o osodwyr brics yn gallu adeiladu wal mewn 20 diwrnod.
Faint o amser y byddai criw o 15 o osodwyr brics yn ei gymryd i adeiladu'r un wal?

Ymarfer 4



Yn yr ymarfer yma, byddwch angen penderfynu pa fath o gyfrannedd mae'r cwestiwn yn ei ddisgrifio, ac yna defnyddio dull priodol i gyfrifo'r ateb.

(a) Uchder pentwr 150 dalen o bapur yw 9 mm.
Faint yw uchder pentwr 350 dalen o'r papur?

(b) Gellir llenwi pwll nofio mewn 9 munud gan ddefnyddio 8 pwmp sydd i gyd yr un fath. Sawl pwmp y byddai eu hangen i lenwi'r pwll mewn 6 munud?

(c) Mae car yn defnyddio 24 litr o danwydd ar gyfer taith o 216 km. Sawl litr o danwydd a ddefnyddir ar gyfer taith o 162 km?

(ch) Mae siop yn gwerthu 8 afal am £1.40. Faint yw pris 12 afal?

(d) Mae llong yn cymryd 12 diwrnod i gwblhau mordaith ar gyflymder o 20 not (1 not = 1 filltir fôr yr awr).
Pa gyflymder sydd ei angen i gwblhau'r fordaith mewn 10 diwrnod?

(dd) Ar gyfer parti Nadolig, mae ysgol yn trefnu bod 2 bwdin Nadolig ar gyfer pob 5 plentyn. Faint o bwdinau Nadolig y bydd yn rhaid eu cael ar gyfer 108 o blant?

(e) Mae car yn teithio 180 km mewn 95 munud. Darganfyddwch yr amser mae'n ei gymryd i deithio 72 km ar yr un cyflymder.

(f) Ar gyflymder 84 km yr awr mae trên yn cymryd 2 awr i gwblhau taith. Faint o amser y byddai'r un daith yn ei gymryd ar gyflymder 96 km yr awr?

(ff) Os gall 12 pwmp, i gyd yr un fath ac yn gweithio gyda'i gilydd, wagio tanc o ddŵr mewn 60 munud, faint o amser a gymerir i wagio'r tanc pan fo dim ond 10 o'r pympiau'n gweithio?

(g) Pan fydd beic yn teithio 145 m, bydd pob olwyn yn cwblhau 58 cylchdro.
Sawl cylchdro mae pob olwyn yn ei chwblhau pan fo'r beic yn mynd ar daith 1,000 m?

(ng) Mae'n costio £1,450 i drwsio darn o balmant 87 m o hyd.
Darganfyddwch gost trwsio darn 72 m o hyd ar yr un gyfradd.

(h) Derbyniodd dyn, sy'n berchen ar 2,400 o gyfranddaliadau mewn cwmni, fuddran derfynol o £128. Derbyniodd menyw fuddran derfynol o £164. Faint o gyfranddaliadau oedd ganddi hi?

(i) Mae tân trydan yn defnyddio 8 uned o drydan mewn 3 awr. Am faint o oriau y bydd yn gweithio wrth ddefnyddio 20 uned?

(j) Mae llong yn cymryd 45 diwrnod i gwblhau taith ar gyflymder 16 not. Faint o amser mae'n ei gymryd i gwblhau'r un daith ar gyflymder 18 not?

(l) Mae'n costio £10.20 i fwydo cath am 14 diwrnod. Darganfyddwch, i'r geiniog agosaf, faint mae'n ei gostio i fwydo'r gath am 30 diwrnod.

(ll) Mae peiriant yn llenwi 580 potel mewn 3 munud. Faint o boteli sy'n cael eu llenwi ganddo mewn 1 awr?

(m) Os yw 14 dyn yn gallu cloddio ffos mewn 11 diwrnod, sawl diwrnod mae 22 dyn yn ei gymryd i gloddio'r un ffos?

(n) Gall briciwr osod 245 o frics mewn 3 awr. Darganfyddwch faint o frics y mae'n gallu eu gosod mewn 7 awr gan weithio ar yr un gyfradd.

John Napier

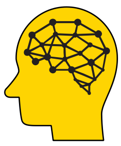
Ganwyd John Napier yng Nghaeredin, Yr Alban, yn 1550. Roedd yn fathemategydd, yn ffisegydd ac yn seryddwr. Napier oedd y person cyntaf i ddefnyddio logarithmau (gwaith Lefel A) a bu'n gyfrifol am boblogeiddio'r defnydd o'r pwynt degol mewn mathemateg. Yn 1570 cyhoeddodd ddogfen a oedd yn cynnwys y rhigwm canlynol.

Multiplication is vexation,
Division is as bad;
The Rule of Three doth puzzle me,
And practice drives me mad.

Sialens!

Defnyddiwch y we i ymchwilio i'r "Rule of Three" mewn cyd-destun mathemateg.

Mwy nag un cyfrannedd



Enghraifft

Mae tyfwr ffrwythau yn gwybod ei bod fel arfer yn cymryd 8 awr i 20 gweithiwr gasglu 420 kg o ffrwythau mefus. Mae angen iddi gasglu 360 kg o'r ffrwythau mefus mewn 5 awr. Beth yw'r nifer lleiaf o weithwyr y dylai hi gyflogi?

Ateb: Yn y cwestiwn yma, mae tri pheth sy'n gallu amrywio, sef yr amser, y nifer o weithwyr, a phwysau'r ffrwythau mefus. Gallwn, trwy ddulliau cyfrannedd, newid dau o'r rhain ar y tro, gan gadw'r trydydd mesur yn gyson.

I gychwyn, gadewch i ni gadw'r nifer o weithwyr yn gyson (20 o weithwyr), ac ystyried faint o ffrwythau mefus maent yn gallu ei gasglu mewn 5 awr. Gan fod amser a phwysau'r ffrwythau mewn cyfrannedd union, gallwn lunio'r tabl canlynol.

	Amser	Pwysau'r ffrwythau	
÷ 8	8 awr	420 kg	÷ 8
	1 awr	420 ÷ 8 = 52.5 kg	
× 5	5 awr	52.5 × 5 = 262.5 kg	× 5

Felly, mae 20 o weithwyr yn gallu casglu 262.5 kg o ffrwythau mefus mewn 5 awr.

Nesaf, gadewch i ni gadw'r amser yn gyson (5 awr), ac ystyried faint o weithwyr sydd eu hangen i gasglu 360 kg o ffrwythau mefus. Gan fod pwysau'r ffrwythau a'r nifer o weithwyr mewn cyfrannedd union, gallwn lunio'r tabl canlynol.

	Pwysau'r ffrwythau	Nifer o weithwyr	
÷ 262.5	262.5 kg	20	÷ 262.5
	1 kg	$20 \div 262.5 = \frac{8}{105}$	
× 360	360 kg	$\frac{8}{105} \times 360 = 27.\dot{4}2857\dot{1}$	× 360

Felly, mae angen $27.\dot{4}2857\dot{1}$ o weithwyr i gasglu 360 kg o ffrwythau mefus mewn 5 awr. Ond rhaid cael nifer cyfan o weithwyr, felly rhaid talgrynnu i fyny i **28 o weithwyr** i sicrhau bod 360 kg o ffrwythau mefus yn cael eu casglu mewn 5 awr.

Ymarfer 5 C

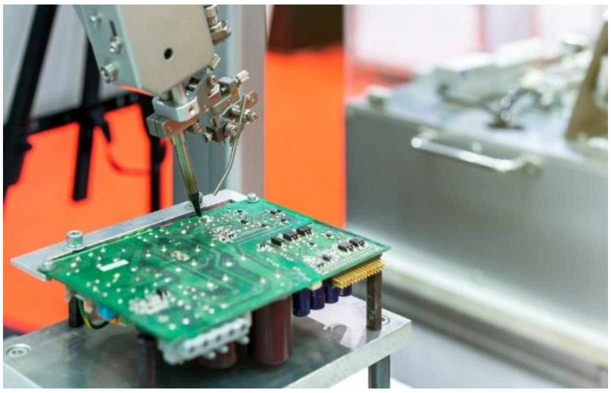
(a) Gall 5 pwmp dŵr diwydiannol unfath (*identical*) ddraenio 600,000 litr o ddŵr mewn 8 awr. Mae cyngor lleol eisiau draenio 450,000 litr o ddŵr o ardal sydd wedi gorlifo. Rhaid i'r gwaith beidio â chymryd mwy na 3 awr i'w gwblhau. Beth fydd y nifer lleiaf o'r pympiau dŵr hyn sy'n angenrheidiol ar gyfer y dasg hon?

(b) Mae argraffydd (*printer*) yn cymryd 12 awr i gwblhau tasg yn argraffu 54,000 o daflenni hysbysebu gan ddefnyddio ei hen beiriant argraffu. Faint o amser bydd e'n ei gymryd i argraffu 72,000 arall o daflenni tebyg gan ddefnyddio peiriant newydd sy'n gweithio dwywaith yn gyflymach na'i hen beiriant?

(c) Mae pwmp yn cael ei ddefnyddio i lenwi tanciau gwag ag olew. Mae'n cymryd 27 munud i lenwi 6 o danciau unfath (*identical*) os yw cyfradd y llif (*flow rate*) yn 5 litr yr eiliad. Cyfrifwch faint o amser byddai'n ei gymryd i lenwi 8 o'r tanciau hyn os yw cyfradd y llif yn 9 litr yr eiliad.

(ch) Bydd llungopïwr newydd mewn ysgol yn copïo 3 gwaith cymaint o ddalennau â'r hen lungopïwr yn yr un amser. Roedd hi'n arfer cymryd 20 munud i gopïo 500 o ddalennau ar yr hen lungopïwr. Faint o amser bydd y llungopïwr newydd yn ei gymryd i gopïo 600 o ddalennau tebyg?

(d) Mae'n cymryd 6 awr i 8 tractor aredig (*plough*) arwynebedd o 38 o erwau (*acres*). Beth yw'r nifer lleiaf o dractorau bydd ei angen i aredig 76 o erwau mewn llai na 9 awr? Gallwch chi dybio bod pob tractor yn gweithio ar yr un gyfradd a bod yr holl amodau eraill yn debyg.



(dd) Mae Peiriant A dair gwaith yn gyflymach na Pheiriant B yn cydosod byrddau cylched unfath (*assembling identical circuit boards*). Mae Peiriant A yn cael dwywaith a hanner yn fwy o'r byrddau cylched hyn i'w cydosod nag sy'n cael ei roi i Beiriant B. Roedd hi'n cymryd 4 awr i Beiriant B gydosod ei holl fyrddau cylched ef. Faint o amser gymerodd Peiriant A i gwblhau ei fyrddau cylched ef? Rhowch eich ateb mewn oriau a munudau.

Graffiau Cyfrannedd

Mae angen i chi adnabod a dehongli graffiau sy'n dangos cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro.

Ymarfer 6

(a) Pa fath o gyfrannedd (cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro) sy'n cael ei ddangos yn y graff ar y dde?

(b) Taldra Siwan yw 60 modfedd. Beth yw taldra Siwan mewn centimetrau?

(c) Taldra Ben yw 120 cm. Beth yw taldra Ben mewn modfeddi?

(ch) Taldra Huw yw 170 cm. Beth yw taldra Huw mewn troedfeddi a modfeddi?

Ymarfer 7

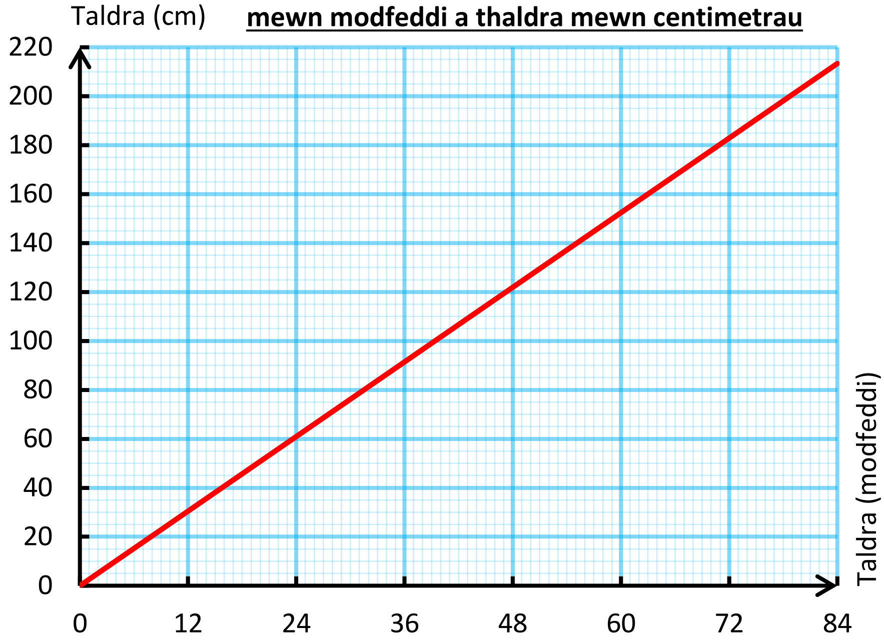
(a) Pa fath o gyfrannedd (cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro) sy'n cael ei ddangos yn y graff ar y dde?

(b) Os oes 8 o weithwyr ar gael i adeiladu'r wal, sawl diwrnod fydd y gwaith yn ei gymryd?

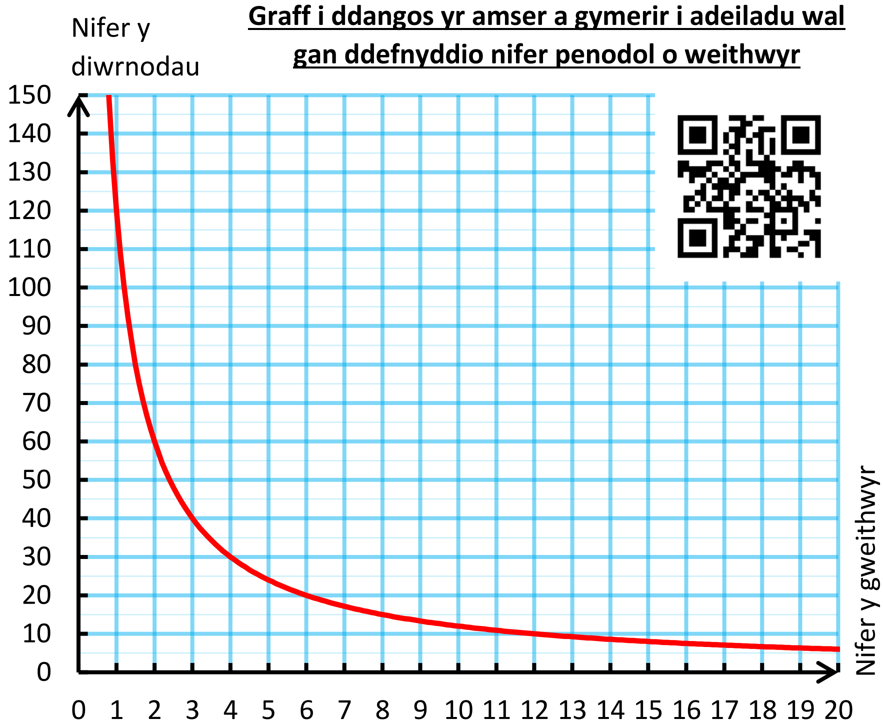
(c) Mae Alan yn dymuno cwblhau'r wal mewn llai na 10 diwrnod. Beth yw'r nifer lleiaf o weithwyr fydd raid i Alan gyflogi?

(ch) Faint o amser y bydd un person yn ei gymryd i adeiladu'r wal?

Graff trawsnewid ar gyfer newid rhwng taldra mewn modfeddi a thaldra mewn centimetrau



Graff i ddangos yr amser a gymerir i adeiladu wal gan ddefnyddio nifer penodol o weithwyr



Gwerthuso

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

Hafaliadau Cyfrannedd

Haen Uwch

Cyfrannedd Union

Os yw dau fesur x ag y mewn **cyfrannedd union** â'i gilydd, yna mae'n bosib ysgrifennu'r berthynas rhwng x ag y fel $y \propto x$. Mewn ffurf **hafaliad** gallwn ysgrifennu'r berthynas fel $y = kx$, ble mae k yn cynrychioli **lluosydd** y gyfrannedd. O gael gwerth y ar gyfer gwerth penodol o x, mae'n bosib datrys yr hafaliad i ddarganfod k, ac felly ysgrifennu'r hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Enghraifft

Mae y mewn cyfrannedd union ag x. O wybod bod $y = 8$ pan fo $x = 2$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb: Os yw y mewn cyfrannedd union ag x, yna mae $y \propto x$, neu $y = kx$ ar gyfer lluosydd k y gyfrannedd. Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer x ag y o'r cwestiwn, gwelwn fod $8 = k \times 2$, ac felly $k = \frac{8}{2}$, sef $k = 4$. Felly'r hafaliad sy'n cysylltu x ag y yw $y = 4x$.

Ymarfer 8

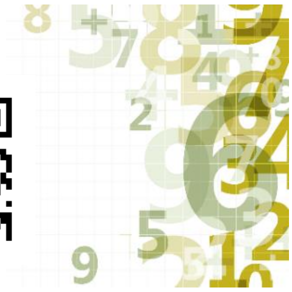
Sgìl U

(a) Mae y mewn cyfrannedd union ag x. O wybod bod $y = 12$ pan fo $x = 3$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(b) Mae y mewn cyfrannedd union ag x. O wybod bod $y = 35$ pan fo $x = 5$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(c) Mae y mewn cyfrannedd union ag x. O wybod bod $y = 2$ pan fo $x = 8$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(ch) Mae y mewn cyfrannedd union ag x. O wybod bod $y = \frac{1}{3}$ pan fo $x = 7$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.



Enghraifft

Mae y mewn cyfrannedd union ag x^2. O wybod bod $y = 45$ pan fo $x = 3$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb: Os yw y mewn cyfrannedd union ag x^2, yna mae $y \propto x^2$, neu $y = kx^2$ ar gyfer lluosydd k y gyfrannedd. Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer x ag y o'r cwestiwn, gwelwn fod $45 = k \times 3^2$, ac felly $k = \frac{45}{3^2}$, sef $k = 5$. Felly'r hafaliad sy'n cysylltu x ag y yw $y = 5x^2$.

Ymarfer 9

U

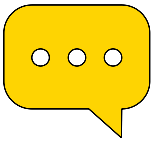
(a) Mae y mewn cyfrannedd union ag x^2. O wybod bod $y = 80$ pan fo $x = 4$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(b) Mae y mewn cyfrannedd union ag x^3. O wybod bod $y = 500$ pan fo $x = 5$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(c) Mae y mewn cyfrannedd union ag x^2. O wybod bod $y = 16$ pan fo $x = 8$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(ch) Mae y mewn cyfrannedd union ag $\sqrt{x}$. O wybod bod $y = 30$ pan fo $x = 25$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Cyfrannedd Gwrthdro



Os yw dau fesur x ag y mewn **cyfrannedd gwrthdro** â'i gilydd, yna mae'n bosib ysgrifennu'r berthynas rhwng x ag y fel $y \propto \frac{1}{x}$. Mewn ffurf **hafaliad** gallwn ysgrifennu'r berthynas fel $y = \frac{k}{x}$, ble mae k yn cynrychioli lluosydd y gyfrannedd. O gael gwerth y ar gyfer gwerth penodol o x, mae'n bosib datrys yr hafaliad i ddarganfod k, ac felly ysgrifennu'r hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Enghraifft

Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x. O wybod bod $y = 4$ pan fo $x = 5$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb: Os yw y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x, yna mae $y \propto \frac{1}{x}$, neu $y = \frac{k}{x}$ ar gyfer lluosydd k y gyfrannedd. Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer x ag y o'r cwestiwn, gwelwn fod $4 = \frac{k}{5}$, ac felly $k = 4 \times 5$, sef $k = 20$. Felly'r hafaliad sy'n cysylltu x ag y yw $y = \frac{20}{x}$.

Ymarfer 10 U

(a) Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x. O wybod bod $y = 6$ pan fo $x = 8$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(b) Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x. O wybod bod $y = 2$ pan fo $x = 14$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(c) Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x. O wybod bod $y = \frac{2}{5}$ pan fo $x = 8$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Enghraifft

Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x^2. O wybod bod $y = 3$ pan fo $x = 6$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb: Os yw y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x^2, yna mae $y \propto \frac{1}{x^2}$, neu $y = \frac{k}{x^2}$ ar gyfer lluosydd k y gyfrannedd. Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer x ag y o'r cwestiwn, gwelwn fod $3 = \frac{k}{6^2}$, ac felly $k = 3 \times 6^2$, sef $k = 108$. Felly'r hafaliad sy'n cysylltu x ag y yw $y = \frac{108}{x^2}$.

Ymarfer 11 U

(a) Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x^2. O wybod bod $y = 4$ pan fo $x = 5$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(b) Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x^2. O wybod bod $y = 15$ pan fo $x = 10$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

(c) Mae y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x^3. O wybod bod $y = \frac{3}{4}$ pan fo $x = 2$, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ymarfer 12 U

O wybod bod $y = 5$ pan fo $x = 4$, ysgrifennwch hafaliad i ddangos pob un o'r perthnasoedd canlynol.

(a) $y \propto x$ (b) $y \propto x^2$ (c) $y \propto \sqrt{x}$ (ch) $y \propto \frac{1}{x}$ (d) $y \propto \frac{1}{x^3}$ (dd) $y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$

Ymarfer 13

U

(a) O wybod bod y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x, a bod $y = 6$ pan fo $x = 4$,
- (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer y yn nhermau x,
- (ii) cyfrifwch y pan fo $x = 2$,
- (iii) cyfrifwch x pan fo $y = 3$.

(b) O wybod bod y mewn cyfrannedd ag x, a bod $y = 18$ pan fo $x = 2$,
- (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer y yn nhermau x,
- (ii) cyfrifwch y pan fo $x = 7$,
- (iii) cyfrifwch x pan fo $y = 27$.

Os nad yw'r math o gyfrannedd wedi'i nodi, defnyddiwch gyfrannedd union.

(c) O wybod bod y mewn cyfrannedd union ag x^2, a bod $y = 36$ pan fo $x = 3$,
- (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer y yn nhermau x,
- (ii) cyfrifwch y pan fo $x = 4$,
- (iii) cyfrifwch y ddau werth posib ar gyfer x pan fo $y = 256$.

(ch) O wybod bod y mewn cyfrannedd gwrthdro ag x^3, a bod $y = 5$ pan fo $x = 4$,
- (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer y yn nhermau x,
- (ii) cyfrifwch y pan fo $x = 8$,
- (iii) cyfrifwch x pan fo $y = 40$.

Ymarfer 14

Defnyddio

U

(a) Mewn arbrawf gwyddoniaeth, mae Susan yn cymryd mesuriadau ar gyfer t ac m.
Mae'r tabl isod yn dangos ei chanlyniadau.

t	2	6	8
m	4	108	256

Mae Susan yn credu naill ai bod m mewn cyfrannedd â t^2 neu fod m mewn cyfrannedd â t^3.
Drwy ystyried y ddau bosibilrwydd, darganfyddwch fynegiad ar gyfer m yn nhermau t.
Dangoswch eich holl waith cyfrifo.

(b) Mewn arbrawf, gwelodd gwyddonydd fod y grym, G, rhwng dau ronyn (*two particles*) mewn cyfrannedd gwrthdro â sgwâr y pellter, p, rhyngddyn nhw. Unedau'r grym yw Newtonau ac unedau'r pellter yw milimetrau. Pan oedd y gronynnau 5 mm i ffwrdd o'i gilydd, y grym rhyngddyn nhw oedd 8 Newton. Pa mor bell i ffwrdd o'i gilydd oedd y gronynnau pan oedd y grym rhyngddyn nhw yn 12.5 Newton?

(c) Mae Cerys yn mynd â phobl ar deithiau hedfan mewn balŵn. Mae hi'n gwybod bod y gwasgedd, wedi'i fesur mewn atmosfferau, yn y balŵn mewn cyfrannedd gwrthdro ag ail isradd uchder y balŵn uwchben y ddaear. Pan fydd y balŵn ar uchder o 36 metr, bydd y gwasgedd yn 2 atmosffer.

(i) Ysgrifennwch y wybodaeth hon fel hafaliad.

(ii) Mae Cerys yn hedfan ei balŵn hyd at uchder o 400 m ac wedyn yn disgyn i uchder o 256 m. Cyfrifwch y newid mewn gwasgedd yn ystod y disgyniad hwn.

(ch) Mae Awel eisiau peintio'r waliau yn ei hystafell wely.
Arwynebedd y waliau yw 75 m². Mae'r paent yn costio £6.80 y litr ac mae 2 litr o baent yn gorchuddio 30 m².
Ysgrifennwch fformiwla yn cysylltu arwynebedd y wal, A m², a nifer y litrau o baent mae ei angen, L.
Defnyddiwch y fformiwla i gyfrifo cost peintio'r waliau yn ystafell wely Awel.

Darganfod Hafaliadau Cyfrannedd

Enghraifft

Mae'r tabl isod yn dangos dau fesuriad x ag y.
Darganfyddwch yr hafaliad sy'n dangos y gyfrannedd sydd rhwng y mesuriadau.

x	6	8
y	18	32

Ateb: Wrth i x gynyddu, mae y hefyd yn cynyddu, felly cyfrannedd union sydd rhwng y mesuriadau. Yn ystyried yn gyntaf os yw'r gyfrannedd o'r ffurf $y \propto x$, neu $y = kx$, gadewch i ni amnewid y data o'r golofn gyntaf: $18 = k \times 6$, $k = \frac{18}{6}$, $k = 3$. I wirio os yw'r gyfrannedd o'r ffurf $y = 3x$, rhaid ystyried y data o'r ail golofn. Nid yw'r hafaliad yn gweithio ar gyfer y data yma ($y = 3 \times 8 = 24$, nid 32) felly rhaid ystyried cyfrannedd o fath gwahanol. Yn ystyried os yw'r gyfrannedd o'r ffurf $y \propto x^2$, neu $y = kx^2$, rhaid eto amnewid y data o'r golofn gyntaf i ddarganfod lluosydd y gyfrannedd: $18 = k \times 6^2$, $k = \frac{18}{6^2}$, $k = \frac{1}{2}$. I wirio os yw'r gyfrannedd o'r ffurf $y = \frac{1}{2}x^2$, rhaid eto ystyried y data o'r ail golofn. Y tro hyn, mae'r hafaliad yn gweithio ar gyfer y data yma ($y = \frac{1}{2} \times 8^2 = 32$), felly'r hafaliad sy'n dangos y gyfrannedd sydd rhwng y mesuriadau x ag y yw $y = \frac{1}{2}x^2$.

Ymarfer 15

Sgìl

U

Mae'r tablau isod yn dangos mesuriadau x ag y.
Darganfyddwch yr hafaliad sy'n dangos y gyfrannedd sydd rhwng y mesuriadau.

(a)

x	4	6
y	12	18

(b)

x	4	6
y	3	2

(c)

x	10	6
y	15	9

(ch)

x	20	15
y	3	4

(d)

x	2	3
y	20	45

(dd)

x	2	3
y	18	8

(e)

x	2	3
y	32	108

(f)

x	4	9
y	14	21

Gwerthuso

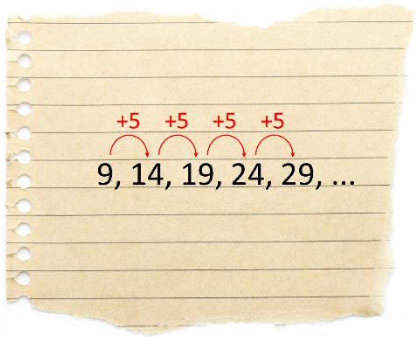
Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

Nfed Term Cwadratig

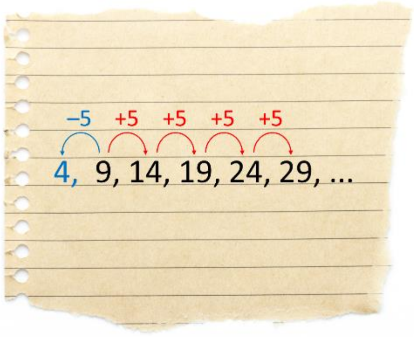
Nfed Term Llinol

Yn y pecyn Datblygu Algebra 1, fe ddysgom sut i ddarganfod fformiwla ar gyfer $n$fed term dilyniant llinol fel 9, 14, 19, 24, 29, ...

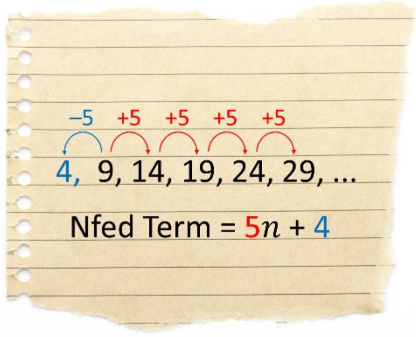
1. Ystyriwch beth yw'r rheol ar gyfer darganfod y rhif nesaf. Yma, rhaid **adio pump** er mwyn ffeindio'r rhif nesaf.



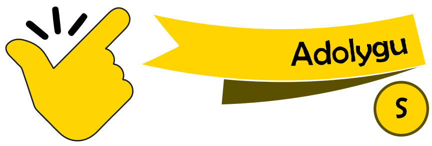
2. Pe bai rhif arall ar gychwyn y dilyniant, beth fyddai'n rhaid i'r rhif yma fod? Yma, rhaid i'r rhif yma fod yn 9 – 5 = 4.



3. Yr ***n*fed term** ar gyfer y dilyniant yma yw $5n + 4$. (Mae'r 5 a'r 4 yn dod o'r camau blaenorol.)



Ymarfer 16



Darganfyddwch $n$fed term y dilyniannau llinol canlynol.

(a) 4, 6, 8, 10, 12, ...

(b) 13, 15, 17, 19, 21, ...

(c) 14, 17, 20, 23, 26, ...

(ch) 20, 18, 16, 14, 12, ...

(d) 34, 31, 28, 25, 22, ...

(dd) 10, 14, 18, 22, 26, ...

(e) 5, 5.5, 6, 6.5, 7, ...

(f) 8, 9, 10, 11, 12, ...

(ff) 3, 6, 9, 12, 15, ...

(g) –12, –10, –8, –6, –4, ...

(ng) –7, –9, –11, –13, –15, ...

(h) –3, –1, 1, 3, 5, ...

(i) –26, –30, –34, –38, –42, ...

(j) 2, 7, 12, 17, 22, ...

(l) 10, 9.75, 9.5, 9.25, 9, ...

Y Gwahaniaeth Cyntaf

Mae'r dilyniannau yn Ymarfer 16 yn ddilyniannau llinol gan fod y gwahaniaeth rhwng unrhyw ddau rif dilynol yr un peth. Er enghraifft, y gwahaniaeth cyffredin yng nghwestiwn (a) yw 2.

+2 +2 +2 +2

4, 6, 8, 10, 12, ...

Mewn dilyniant cwadratig, nid yw'r gwahaniaeth rhwng unrhyw ddau rif dilynol yn gyson. Er enghraifft, yn y dilyniant cwadratig 4, 15, 30, 49, 72, ... mae'r gwahaniaeth rhwng dau rif dilynol yn cynyddu.

+11 +15 +19 +23

4, 15, 30, 49, 72, ...

Gallwn ddefnyddio'r **gwahaniaeth cyntaf** yma i benderfynu os yw dilyniant penodol yn ddilyniant llinol ai peidio.

Ymarfer 17

Sgìl C

A yw'r dilyniannau canlynol yn ddilyniannau llinol ai peidio?

(a) 9, 11, 13, 15, 17, ...

(b) 1, 4, 9, 16, 25, ...

(c) 16, 14, 12, 10, 8, ...

(ch) 3, 6, 11, 18, 27, ...

(d) 5, 7, 5, –1, –11, ...

(dd) –20, –10, 0, 10, 20, ...

(e) 9, 8, 7, 6, 5, ...

(f) 11, 23, 43, 71, 107, ...

(ff) 8, 7.5, 7, 6.5, 6, ...

Dilyniannau Cwadratig Syml

Y dilyniant cwadratig mwyaf syml yw'r dilyniant o rifau sgwâr

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

Yr $n$fed term ar gyfer y dilyniant yma yw n^2. Gallwn ffurfio dilyniant cwadratig arall trwy adio neu dynnu'r un rhif o bob un o'r rhifau sgwâr. Er enghraifft:

Dilyniant	Nfed Term
4, 7, 12, 19, 28, ...	$n^2 + 3$
–1, 2, 7, 14, 23, ...	$n^2 - 2$

Mae dilyniannau cwadratig o'r ffurf yma efo'r $n$fed term $n^2 + a$, ble mae a yn rhif penodol.

Ymarfer 18

C

Darganfyddwch $n$fed term bob un o'r dilyniannau cwadratig syml canlynol.

(a) 2, 5, 10, 17, 26, ...

(b) 11, 14, 19, 26, 35, ...

(c) 7, 10, 15, 22, 31, ...

(ch) –4, –1, 4, 11, 20, ...

(d) –9, –6, –1, 6, 15, ...

(dd) 0, 3, 8, 15, 24, ...

(e) 1.5, 4.5, 9.5, 16.5, 25.5, ...

(f) 1, 4, 9, 16, 25, ...

(ff) –25, –22, –17, –10, –1, ...

Ymarfer 19

C

Ysgrifennwch 5 term cyntaf y dilyniannau cwadratig canlynol.

(a) $n^2 + 4$

(b) $n^2 - 6$

(c) $n^2 + 13$

(ch) $n^2 - \frac{1}{4}$

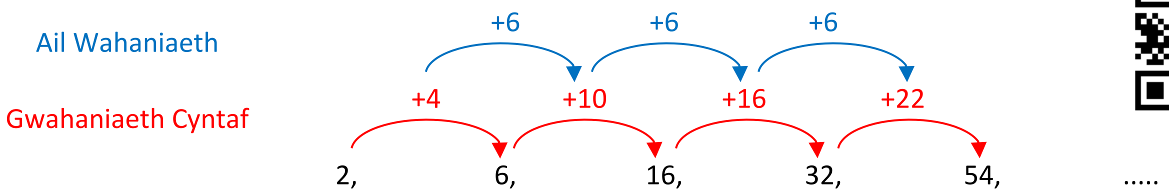
(d) $n^2 + 27$

(dd) $n^2 - 50$

Dilyniannau Cwadratig Mwy Cymhleth

Ystyriwch y dilyniant cwadratig 2, 6, 16, 32, 54, ... Nid yw'n bosib ffurfio'r dilyniant hwn trwy adio neu dynnu'r un rhif o'r rhestr o'r rhifau sgwâr, felly mae'n rhaid defnyddio dull gwahanol er mwyn darganfod $n$fed term y dilyniant.

Cam 1: Darganfyddwch yr **ail wahaniaeth** ar gyfer y dilyniant.



Cam 2: Hanerwch yr ail wahaniaeth i ddarganfod cyfernod[1] yr n^2 yn fformiwla yr $n$fed term.

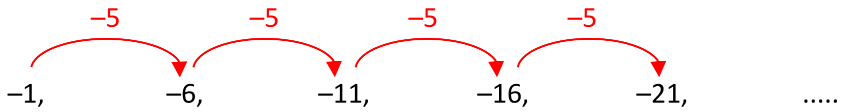
Mae 6 ÷ 2 = 3, felly mae'r $n$fed term ar gyfer y dilyniant yn cynnwys y term $3n^2$.

[1] Cyfernod term yw'r rhif sy'n ymddangos ar gychwyn y term.

Cam 3: Ffurfiwch dabl i ddarganfod y gwahaniaeth rhwng $3n^2$ a'r dilyniant gwreiddiol.

Dilyniant Gwreiddiol	2,	6,	16,	32,	54,	.....
n^2	1,	4,	9,	16,	25,	.....
$3n^2$	3,	12,	27,	48,	75,	.....
Dilyniant Gwreiddiol $-\ 3n^2$	−1,	−6,	−11,	−16,	−21,	.....

Cam 4: Darganfyddwch $n$fed term y dilyniant llinol yn rhes olaf y tabl.



$n$fed term y dilyniant llinol yw $-5n + 4$, felly'r $n$fed term ar gyfer y dilyniant cwadratig yw $3n^2 - 5n + 4$.
(Gellid gwirio hwn trwy amnewid i mewn i'r fformiwla, neu trwy ddefnyddio'r *Table Mode* ar gyfrifiannell.)

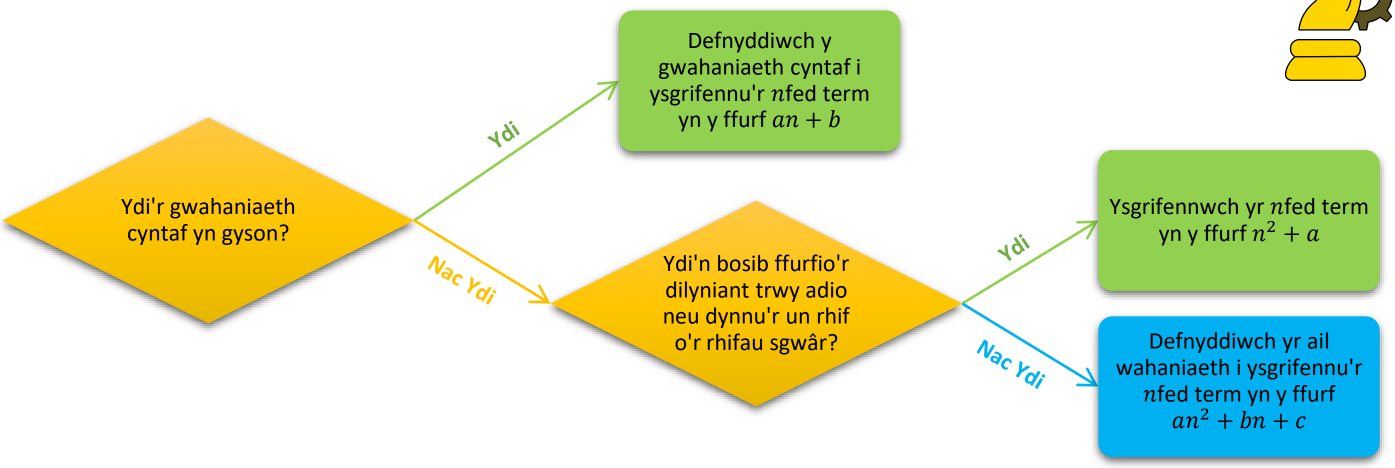
Ymarfer 20

C

Darganfyddwch $n$fed term y dilyniannau cwadratig canlynol.

(a) 6, 11, 18, 27, 38, ...
(b) 0, 5, 12, 21, 32, ...
(c) 2, 3, 6, 11, 18, ...
(ch) −4, −3, 0, 5, 12, ...
(d) 11, 22, 37, 56, 79, ...
(dd) 1, 2, 7, 16, 29
(e) 9, 18, 31, 48, 69, ...
(f) 6, 11, 20, 33, 50, ...
(ff) 4, 18, 38, 64, 96, ...
(g) 6, 15, 32, 57, 90, ...
(ng) −3, 8, 29, 60, 101, ...
(h) 10, 31, 64, 109, 166, ...
(i) 10, 40, 90, 160, 250, ...
(j) 8, 14, 24, 38, 56, ...
(l) 8, 22, 42, 68, 100, ...
(ll) 9, 12, 13, 12, 9, ...
(m) 10, 9, 4, −5, −18, ...
(n) 3, −10, −29, −54, −85, ...
(o) 4, −8, −30, −62, −104, ...
(p) −15, −28, −49, −78, −115, ...
(ph) 10.5, 17, 27.5, 42, 60.5, ...

Siart Llif: Darganfod $n$fed term dilyniant llinol neu gwadratig



Ymarfer 21

C

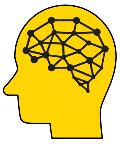
Ysgrifennwch 5 term cyntaf y dilyniannau efo'r $n$fed term canlynol.

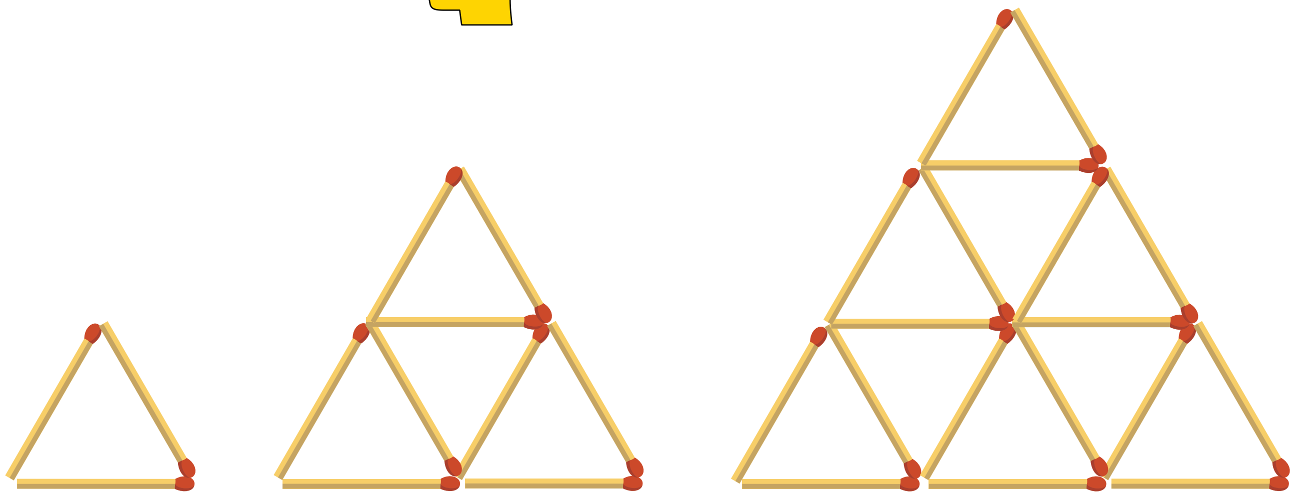
(a) $4n + 3$
(b) $n^2 + 9$
(c) $4n^2$
(ch) $2n^2 + 6n + 5$
(d) $5n^2 - 3n + 7$
(dd) $-3n^2 + 10n - 4$
(e) $n^3 + 2$
(f) n^4
(ff) $\frac{1}{n}$

Defnyddio
C

Ymarfer 22

Dyma ddilyniant o batrymau matsis.





Patrwm 1 Patrwm 2 Patrwm 3

(a) Lluniwch Batrwm 4 yn eich llyfrau.

(b) Copïwch a chwblhewch y tabl canlynol.

Rhif y patrwm	1	2	3	4	5	6
Nifer y trionglau	1	4				
Nifer y matsis	3	9				

(c) Ystyriwch y dilyniant ar gyfer nifer y trionglau. Beth yw'r $n$fed term ar gyfer y dilyniant yma?

(ch) Ystyriwch y dilyniant ar gyfer nifer y matsis. Beth yw'r $n$fed term ar gyfer y dilyniant yma?

(d) Sawl matsien sydd eu hangen i wneud Patrwm 20?

(dd) Beth yw rhif y patrwm sy'n cynnwys 100 o drionglau?

(e) Mae gan Steffan 1,000 o fatsis. Beth yw'r patrwm mwyaf all Steffan ei greu?

(f) Mae Lisa'n creu patrwm sy'n cynnwys 225 o drionglau. Sawl matsien sydd ym mhatrwm Lisa?

Gwerthuso

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

Anhafaleddau

Os ydych am brynu pecyn o felysion sy'n costio 79 ceiniog, mae angen **o leiaf** 79 ceiniog arnoch.

Efallai fod gennych fwy na hynny yn eich poced. Rhaid i'r swm yn eich poced fod yn fwy na neu'n hafal i 79 ceiniog.

Os x yw'r swm sydd yn eich poced, gallwn ysgrifennu'r **anhafaledd** $x \geq 79$ i ddangos pryd y gallwn brynu'r pecyn o felysion.

Symbolau Anhafaleddau

- Ystyr y symbol $\geq$ yw 'yn fwy na neu'n hafal i'.
- Ystyr y symbol $>$ yw 'yn fwy na'.
- Ystyr y symbol $\leq$ yw 'yn llai na neu'n hafal i'.
- Ystyr y symbol $<$ yw 'yn llai na'.

Mewn llawysgrifen, gallwn ysgrifennu'r symbolau $\geq$ a $\leq$ fel $\geqslant$ a $\leqslant$.

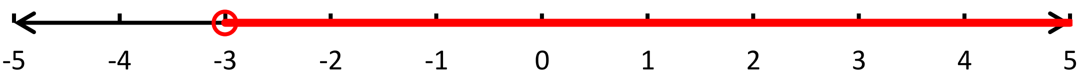
Anhafaleddau ar Linell Rif

Enghraifft

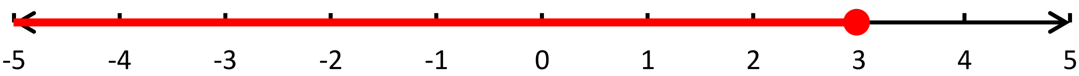
Arddangoswch yr anhafaleddau canlynol ar linell rif.

(a) $x > -3$ (b) $y \leq 3$ (c) $2 \leq x < 4$

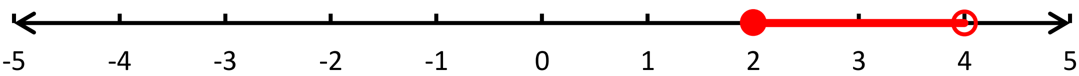
Ateb: (a)



(b)



(c)

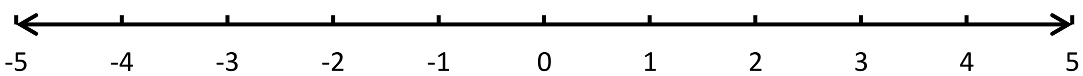


Ymarfer 23

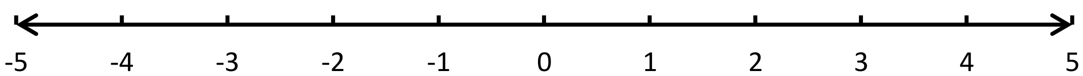
Sgìl C

Defnyddiwch y llinellau rhif isod i arddangos yr anhafaleddau canlynol.

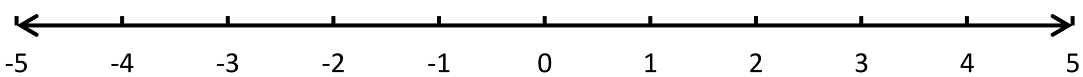
(a) $x < 4$



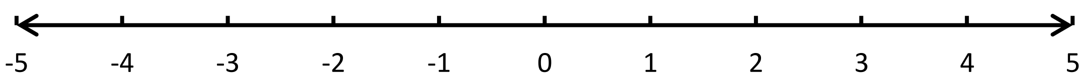
(b) $x \geq -2$



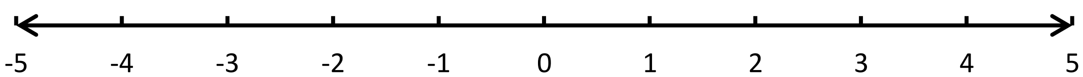
(c) $-4 < x \leq 1$



(ch) $-2.5 \leq x < 3$



(d) $x > 0$

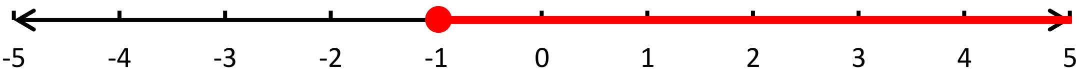


Ymarfer 24

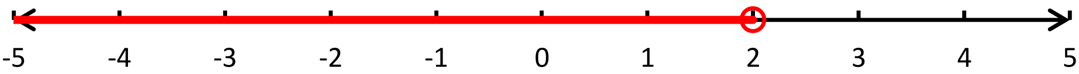
C

Ysgrifennwch yr anhafaleddau sy'n cael eu dangos ar y llinellau rhif isod. (Defnyddiwch x fel y newidyn.)

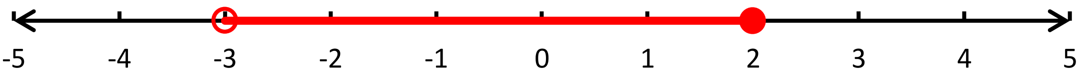
(a)



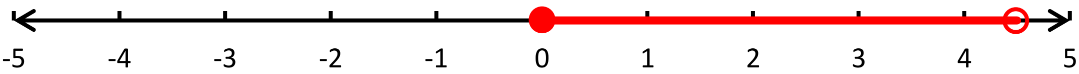
(b)



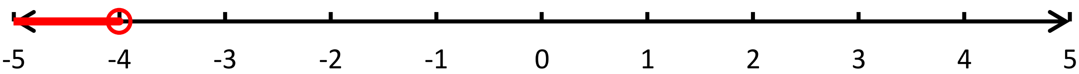
(c)



(ch)



(d)



Datrys Hafaliadau

Gan fod datrys anhafaleddau yn debyg iawn i ddatrys hafaliadau, mae'n addas yn awr adolygu ychydig o'r gwaith datrys hafaliadau o flynyddoedd blaenorol.

Ymarfer 25

C

Datryswch yr hafaliadau canlynol.

Hafaliadau un cam

(a) $x + 7 = 9$ (b) $3x = 15$ (c) $x - 4 = 14$

(ch) $\frac{x}{2} = 10$ (d) $7y = 42$ (dd) $\frac{12}{w} = -4$

Hafaliadau dau gam

(e) $2x + 3 = 19$ (f) $3x - 1 = 17$ (ff) $5y + 9 = 64$

Hafaliadau tri cham

(g) $5x + 2 = 3x + 32$ (ng) $4x - 5 = x + 16$ (h) $4x + 4 = 7x - 11$

Hafaliadau lle mae'n rhaid ehangu'n gyntaf

(i) $2(x + 7) = 22$ (j) $3(y - 4) = 24$ (l) $20 = 4(x - 2)$

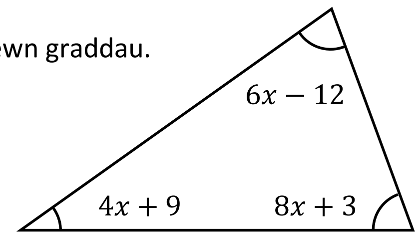
(ll) $4(x + 2) = 2(x + 7)$ (m) $4(x - 12) + 2x = 0$ (n) $3(x - 4) = 2(x + 4) + 8$

Hafaliadau ffracsiynol

(o) $\frac{x}{2} + 5 = 9$ (p) $\frac{x+5}{2} = 4$ (ph) $\frac{18}{x-2} = 3$

Hafaliadau mewn cyd-destun

(r) Mae pob un o'r onglau yn y triongl ar y dde wedi'i mesur mewn graddau.
Cyfrifwch beth yw maint yr ongl leiaf.



Datrys Anhafaleddau

Mae datrys anhafaledd union yr un peth â datrys hafaliad, ond mae un rheol bwysig:

Rhaid **newid y symbol** yng nghanol yr anhafaledd os ydym yn
(a) **cyfnewid ochrau**; (b) **lluosi neu rannu â rhif negatif**.

Os oes angen newid y symbol yng nghanol yr anhafaledd, yna mae'r symbol $\geq$ yn newid i fod yn $\leq$; mae'r symbol $>$ yn newid i fod yn $<$; mae'r symbol $\leq$ yn newid i fod yn $\geq$; ac mae'r symbol $<$ yn newid i fod yn $>$.

Pam sydd raid i ni newid y symbol?

(a) Ystyriwch yr anhafaledd $5 > 2$, sydd yn nodi rhywbeth sydd yn wir.
Os ydym yn cyfnewid ochrau'r anhafaledd **heb** newid y symbol yn y canol, yna byddwn yn gorffen efo rhywbeth sydd ddim yn wir: $2 > 5$. Rhaid felly newid y symbol yn y canol os ydym yn cyfnewid yr ochrau mewn anhafaledd.
(Yn yr enghraifft, yr anhafaledd cywir ar ôl cyfnewid yr ochrau yw $2 < 5$.)

(b) Ystyriwch eto'r anhafaledd $5 > 2$. Os ydym yn lluosi bob ochr yr anhafaledd â -2, byddwn yn gorffen efo rhywbeth sydd ddim yn wir: $-10 > -4$.
Rhaid felly newid y symbol yn y canol os ydym yn lluosi anhafaledd efo rhif negatif.
(Yn yr enghraifft, yr anhafaledd cywir ar ôl lluosi â -2 yw $-10 < -4$.)
Mae'r un peth yn wir os ydym yn rhannu anhafaledd â rhif negatif.

Enghraifft

Datryswch yr anhafaleddau canlynol.

(a) $4x + 1 \geq 13$ (b) $7 - 3x < 1$ (c) $2(x + 4) \leq 5(x + 1)$ (ch) $\frac{x}{2} > 6 + 2x$

Ateb:

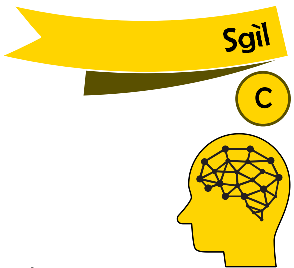
(a) $4x + 1 \geq 13$
$4x \geq 12$ [Tynnu 1]
$x \geq 3$ [Rhannu efo 4]

(b) $7 - 3x < 1$
$-3x < -6$ [Tynnu 7]
$x > 2$ [Rhannu efo –3]

(c) $2(x + 4) \leq 5(x + 1)$
$2x + 8 \leq 5x + 5$ [Ehangu cromfachau]
$2x \leq 5x - 3$ [Tynnu 8]
$-3x \leq -3$ [Tynnu $5x$]
$x \geq 1$ [Rhannu efo –3]

(ch) $\frac{x}{2} > 6 + 2x$
$x > 2(6 + 2x)$ [Lluosi efo 2]
$x > 12 + 4x$ [Ehangu cromfachau]
$-3x > 12$ [Tynnu $4x$]
$x < -4$ [Rhannu efo –3]

Ymarfer 26



Datryswch yr anhafaleddau canlynol.

(a) $x + 2 > 5$ (b) $5x \geq 20$ (c) $\frac{x}{3} < 6$

(ch) $y - 4 \leq 10$ (d) $-2x < 8$ (dd) $\frac{x}{-2} \leq 4$

(e) $2x + 5 > 37$ (f) $3y - 2 < 7$ (ff) $4x - 4 \geq 4$

(g) $6 - 2x \geq 10$ (ng) $10 - 3x < 22$ (h) $1 - x \leq 7$

(i) $4x + 6 > 2x + 18$ (j) $5x - 1 \geq 2x + 32$ (l) $3y + 4 < 2y - 10$

(ll) $2x + 3 > 4x + 23$ (m) $3x - 8 \leq 5x + 20$ (n) $5y + 7 \geq y - 29$

Ymarfer 27

Datryswch yr anhafaleddau canlynol.

(a) $3(x-1)<9$ (b) $2(x+3)\leq 22$ (c) $5(3-y)>10$

(ch) $4(x+2)\geq 2(x+6)$ (d) $5(x-1)<3(x+5)$ (dd) $5(1-2x)>4(2-3x)$

(e) $2x+3(x-2)\geq 3x-4$ (f) $z+3(z-4)\leq 4$ (ff) $7(3+x)<7(3-x)$

(g) $3x-2(x-1)>4(x+2)$ (ng) $2-2(3-y)\geq 6(2-y)$ (h) $5t-3(2-t)<2(3t+10)$

Ymarfer 28

Datryswch yr anhafaleddau canlynol.

(a) $\frac{x}{2}+3>8$ (b) $\frac{x}{3}-2\leq 4$ (c) $\frac{x}{-4}+1>10$

(ch) $\frac{x-12}{3}>5$ (d) $\frac{x+4}{2}\leq -4$ (dd) $\frac{y-4}{3}<2$

(e) $\frac{x}{2}<10-2x$ (f) $\frac{x}{3}\geq 4+x$ (ff) $\frac{2x}{5}<x-9$

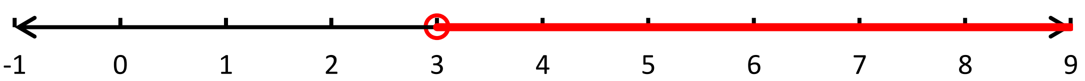
Enghraifft

Darganfyddwch y rhif cyfan **lleiaf** sy'n bodoli'r anhafaledd $3x+9>x+15$.

Ateb: I gychwyn, gadewch i ni ddatrys yr anhafaledd:

$3x+9>x+15$
$3x>x+6$ [Tynnu 9]
$2x>6$ [Tynnu x]
$x>3$ [Rhannu efo 2]

Gallwn ddangos y datrysiad hwn ar linell rif:



Y rhif cyfan **lleiaf** sy'n fwy na 3 yw 4, felly 4 yw'r ateb i'r cwestiwn.

Ymarfer 29

Darganfyddwch y rhif cyfan **lleiaf** sy'n bodloni'r anhafaleddau canlynol.

(a) $x>8$ (b) $x\geq 4$ (c) $x-4>9$

(ch) $2x+6\geq 24$ (d) $6x+5>4x+13$ (dd) $6x+4>4x+13$

(e) $3x+9\geq x+3$ (f) $4x-8\leq 5x+5$ (ff) $\frac{x+1}{2}>5$

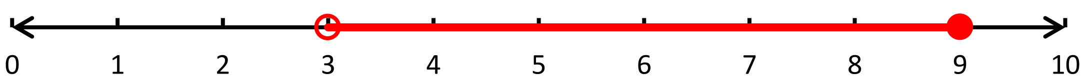
Enghraifft

Rhestrwch y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaledd $5<2x-1\leq 17$.

Ateb: I gychwyn, gadewch i ni ddatrys yr anhafaledd:

$5<2x-1\leq 17$
$6<2x\leq 18$ [Adio 1]
$3<x\leq 9$ [Rhannu efo 2]

Gallwn ddangos y datrysiad hwn ar linell rif:



Y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaledd yw 4, 5, 6, 7, 8 a 9.

Ymarfer 30

C

Rhestrwch y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaleddau canlynol.

(a) $5 \leq x \leq 8$ (b) $5 < x < 8$ (c) $5 < x \leq 8$

(ch) $-4 \leq x \leq 2$ (d) $-4 < x < 2$ (dd) $-4 \leq x < 2$

(e) $6 < 2x < 10$ (f) $6 \leq 3x < 18$ (ff) $4 < 4y \leq 20$

(g) $3 \leq 2x + 1 \leq 13$ (ng) $3 < 2x - 1 < 17$ (h) $5 \leq 3x - 1 < 11$

(i) $3 < 2x \leq 9$ (j) $5 \leq 2x + 4 < 15$ (l) $7 < 5x + 1 \leq 21$

Ymarfer 31

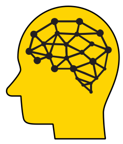
Defnyddio

C

(a) Mae pedair gwaith y rhif n tynnu 3 yn llai na dwywaith y rhif n adio 5.
Ysgrifennwch anhafaledd a fodlonir gan n a datryswch ef i ddarganfod gwerthoedd posib n.

(b) Dechreuodd Vincent a Rowena rentu setiau teledu ar yr un pryd. Mae Vincent yn talu £14 y mis am rentu ei set ef. Mae Rowena yn defnyddio dull gwahanol, mae hi yn talu un taliad o £50 ac yna yn talu rhent o £8 y mis. Cymerwch fod x yn cynrychioli nifer y misoedd y mae Vincent a Rowena wedi bod yn rhentu eu setiau teledu.
(i) Ysgrifennwch yr anhafaledd sy'n cael ei fodloni gan x ar gyfer nifer y misoedd mae'r cyfanswm a dalodd Vincent yn **llai** na'r cyfanswm a dalwyd gan Rowena.
(ii) Datryswch yr anhafaledd. Eglurwch beth mae eich datrysiad yn ei ddweud wrthych am Vincent a Rowena.

(c) Mae gan Sali waith cartref gwyddoniaeth a mathemateg. Gadewch i m a g gynrychioli'r amseroedd sy'n cael eu treulio ar fathemateg a gwyddoniaeth.
(i) Mae Sali yn bwriadu treulio llai na 3 awr ar fathemateg. Ysgrifennwch anhafaledd i ddisgrifio hyn.
(ii) Beth mae $1 < g < 2$ yn ei feddwl?
(iii) Beth mae $m > g$ yn ei feddwl?



(ch) Mae bws yn gallu cludo hyd at 46 o bobl. Mae ysgol am gludo 5 o oedolion a chymaint o grwpiau o 4 o blant ag sy'n bosibl ar y bws.
(i) Pa un o'r anhafaleddau hyn sy'n wir am y bws?
$4n + 5 > 46$ $4n + 5 \leq 46$ $4n - 5 < 46$ $4n - 5 \geq 46$
(ii) Datryswch yr anhafaledd cywir o ran (i) i ddarganfod uchafswm nifer y grwpiau o 4 o blant y gellid eu cludo ar y bws.

Gwerthuso

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

Rhanbarthau Graff

Haen Uwch

Yn y bennod yma, mi wnawn ni drafod sut i liwio rhanbarth o bapur graff sydd wedi'i ddiffinio gan set o anhafaleddau. Er mwyn gwneud hyn, mae'n rhaid adolygu sut i blotio graffiau o'r ffurf $x = a$; $y = b$ a $y = mx + c$, a dysgu techneg newydd ar gyfer plotio graffiau o'r ffurf $ax + by + c = 0$.

Adolygu plotio graffiau o'r ffurf $x = a$ ag $y = b$

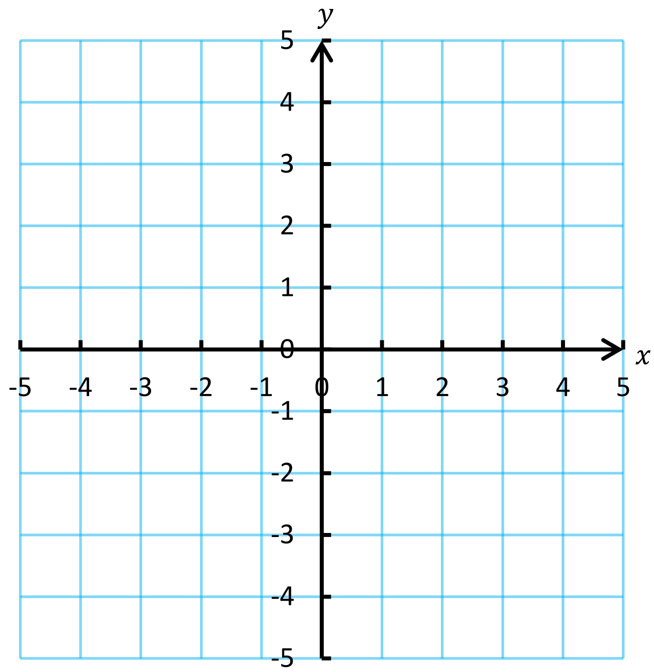
- Mae graff $x = a$ yn llinell fertigol sy'n pasio trwy'r pwynt $(a, 0)$.
- Mae graff $y = b$ yn llinell llorweddol sy'n pasio trwy'r pwynt $(0, b)$.

Ymarfer 32

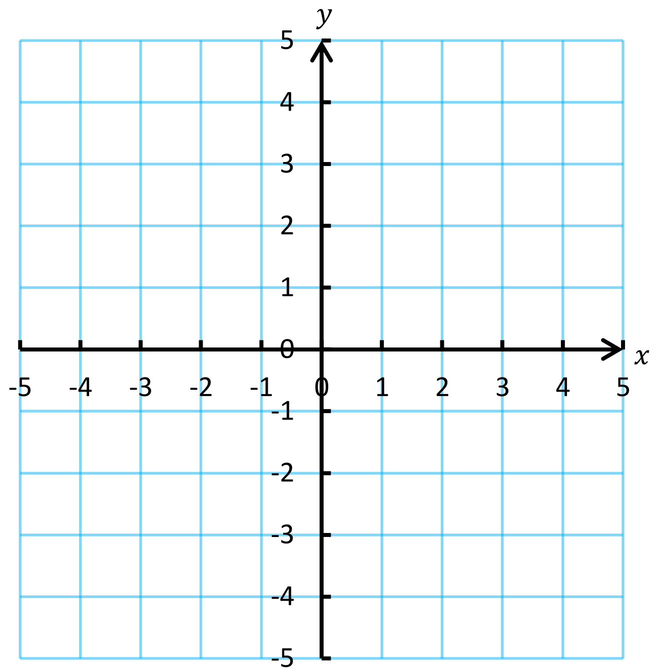
Adolygu S

Defnyddiwch y papur graff isod i blotio'r llinellau canlynol.

(a) $x = 3$, $y = 4$, $x = -2$, $y = -3$



(b) $y = 2$, $x = -3$, $y = 1.5$, $x = -\frac{5}{2}$



Adolygu plotio graffiau o'r ffurf $y = mx + c$

O gael llinell syth o'r ffurf $y = mx + c$, er enghraifft $y = 3x - 2$, dyma ddau ddull o blotio'r llinell ar bapur graff.

Dull 1: Defnyddio tabl

(a) Amnewidiwch werthoedd gwahanol o x i mewn i'r hafaliad er mwyn creu tabl o werthoedd.

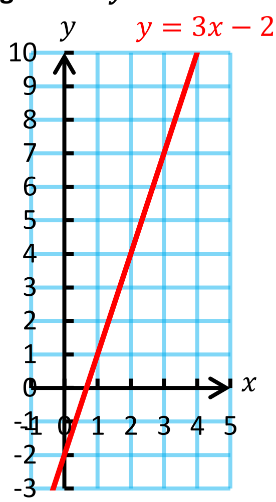
x	0	1	2	3
y	-2	1	4	7
	↑	↑	↑	↑
	$3 \times 0 - 2$ $= 0 - 2$ $= -2$	$3 \times 1 - 2$ $= 3 - 2$ $= 1$	$3 \times 2 - 2$ $= 6 - 2$ $= 4$	$3 \times 3 - 2$ $= 9 - 2$ $= 7$

(b) Plotiwch y gwerthoedd o'r tabl ar bapur graff cyn eu cysylltu gyda llinell syth.

Dull 2: Defnyddio'r graddiant a'r rhyngdoriad–y

(a) Ar gyfer y llinell $y = 3x - 2$, y rhyngdoriad–y yw -2, felly mae'r llinell yn pasio trwy'r pwynt $(0, -2)$. Plotiwch y pwynt yma ar y papur graff.

(b) Y graddiant yw 3, felly am bob **un** uned yr awn i'r dde (gan gychwyn yn y pwynt $(0, -2)$), rhaid mynd **tair** uned i fyny. Plotiwch rai o'r pwyntiau yma cyn eu cysylltu gyda llinell syth.

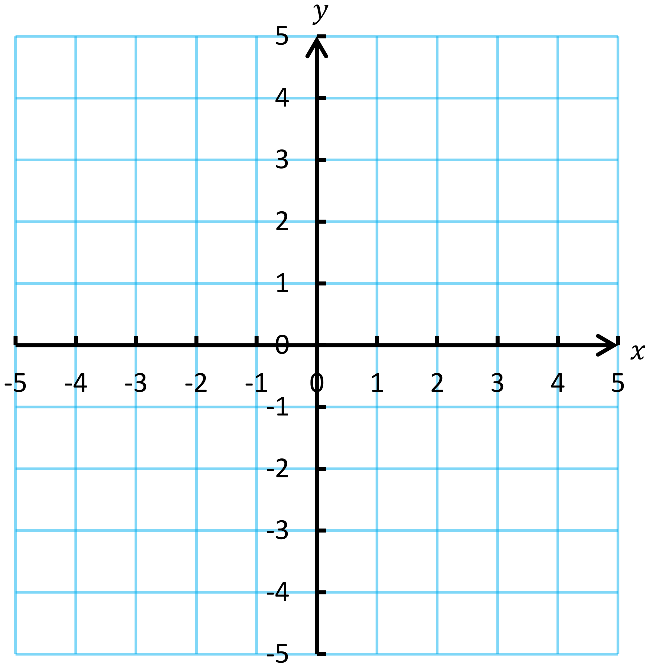


Ymarfer 33

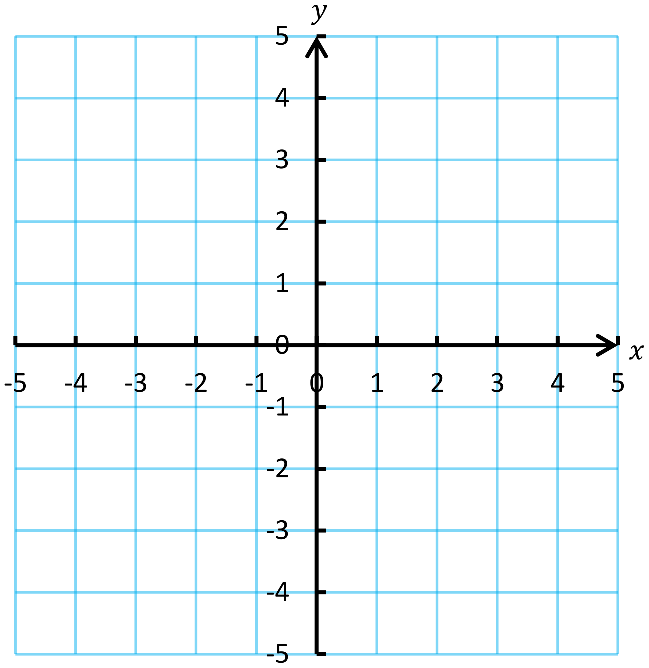
S

Defnyddiwch y papur graff isod i blotio'r llinellau canlynol.

(a) $y = 2x - 3,\ y = -\frac{1}{2}x + 1$



(b) $y = x,\ y = -x$



Plotio graffiau o'r ffurf $ax + by + c = 0$

Enghraifft

Gweler y pecyn Datblygu Algebra 2 i adolygu'r topig yma.

Plotiwch linell syth ar gyfer yr hafaliad $2x + 3y - 12 = 0$.

Dull 1: Y Dull Cuddiad

Er mwyn darganfod gwerth y pan fo $x = 0$, **cuddiwch** y term mewn x efo'ch bys a datryswch yr hafaliad sy'n weddill.

$2x + 3y - 12 = 0 \rightarrow 3y - 12 = 0$

$3y = 12$ [Adio 12]

$y = 4$ [Rhannu efo 3]

Felly mae'r llinell yn mynd trwy'r pwynt $(0, 4)$.

Er mwyn darganfod gwerth x pan fo $y = 0$, **cuddiwch** y term mewn y efo'ch bys a datryswch yr hafaliad sy'n weddill.

$2x + 3y - 12 = 0 \rightarrow 2x - 12 = 0$

$2x = 12$ [Adio 12]

$x = 6$ [Rhannu efo 2]

Felly mae'r llinell yn mynd trwy'r pwynt $(6, 0)$.

I blotio'r llinell ar gyfer $2x + 3y - 12 = 0$, plotiwch y ddau bwynt $(0, 4)$ a $(6, 0)$ ar bapur graff cyn eu cysylltu efo llinell syth.

Gallwn "guddiad" y termau gan eu bod yn diflannu wrth amnewid 0 i mewn.

Dull 2: Y Dull Ad-drefnu

Ad-drefnwch yr hafaliad er mwyn gwneud y yn destun yr hafaliad.

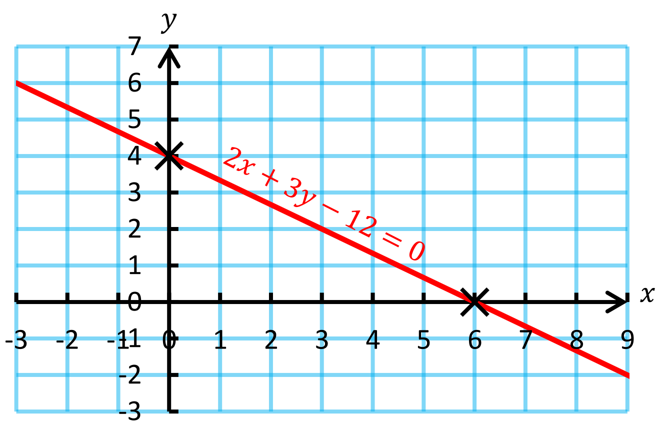
$2x + 3y - 12 = 0$

$3y - 12 = -2x$ [Tynnu $2x$]

$3y = -2x + 12$ [Adio 12]

$y = -\frac{2}{3}x + 4$ [Rhannu efo 3]

Gallwn blotio'r hafaliad yn awr, gan ddefnyddio'r technegau ar gyfer plotio llinell syth o'r ffurf $y = mx + c$.

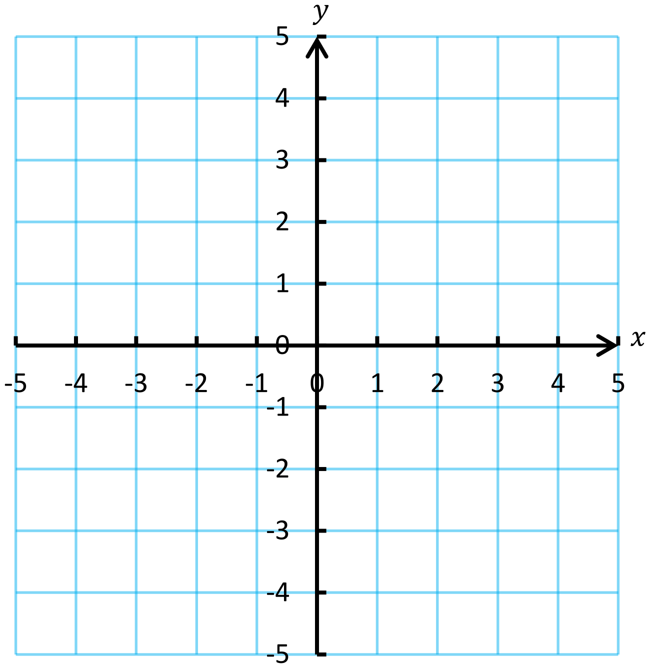


Ymarfer 34

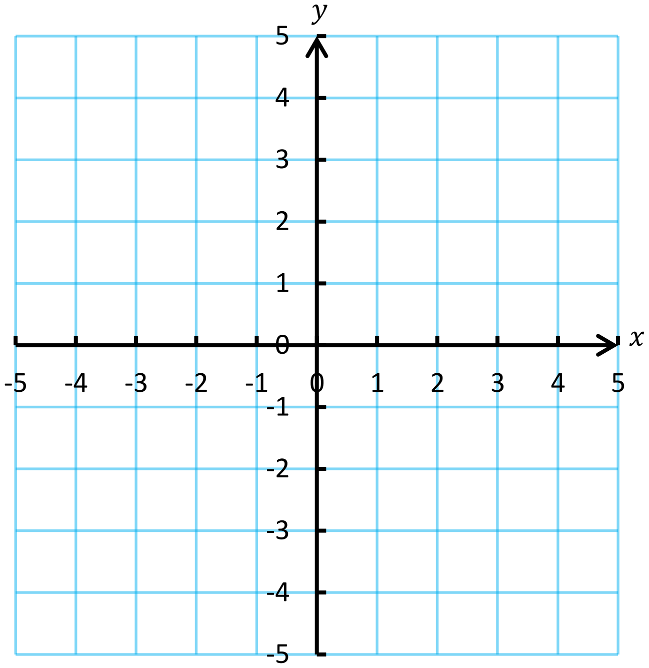
Sgìl C

Defnyddiwch y papur graff isod i blotio'r llinellau canlynol.

(a) $2x + 3y - 6 = 0$



(b) $4x - 2y - 8 = 0$



Lliwio Rhanbarthau

Gallwn nawr ystyried sut i ddefnyddio setiau o anhafaleddau i liwio rhanbarthau ar bapur graff.

Enghraifft

Tywyllwch y rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

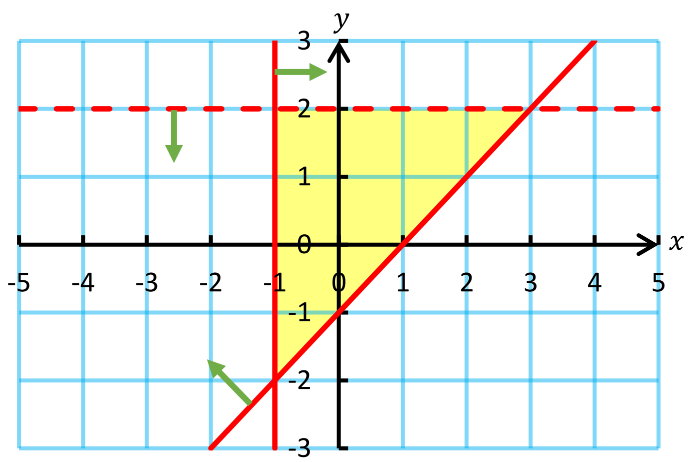
$$y < 2,\ x \geq -1,\ y \geq x - 1$$

Ateb: **Cam 1:** Plotiwch y graffiau $y = 2,\ x = -1, y = x - 1$.

Rheol: Defnyddiwch linell solet (——) ar gyfer anhafaleddau ≥, ≤;
a llinell doredig (- - - -) ar gyfer anhafaleddau >, <.

Cam 2: Nodwch, gyda saeth, rhanbarth ar gyfer y tair llinell.

Cam 3: Tywyllwch y rhanbarth sy'n bodloni'r holl saethau / anhafaleddau.



Ar gyfer llinellau nad yw'n fertigol neu'n llorweddol, **amnewidiwch bwynt sydd ddim yn gorwedd ar y llinell** i benderfynu **pa gyfeiriad y dylai'r saeth bwyntio**.
Er enghraifft, ar gyfer $y \geq x - 1$, amnewidiwch y pwynt $(0, 0)$:

$$0 \geq 0 - 1$$
$$0 \geq -1$$

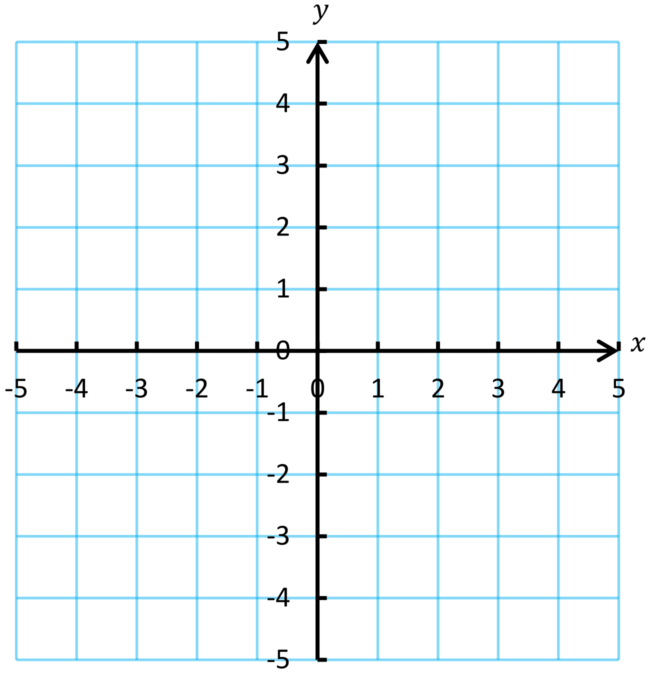
Mae'r anhafaledd yma'n **wir**, felly dylai'r saeth bwyntio **tuag at** y pwynt (0, 0).

Ymarfer 35

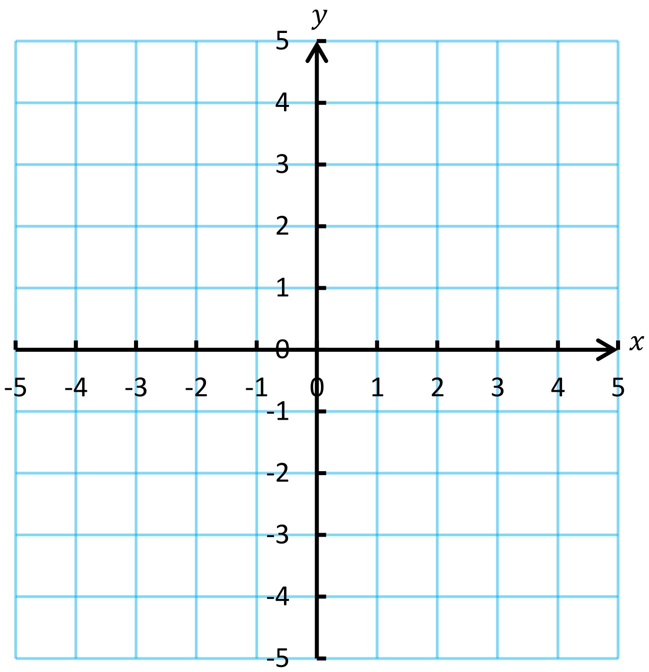
U

Tywyllwch y rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

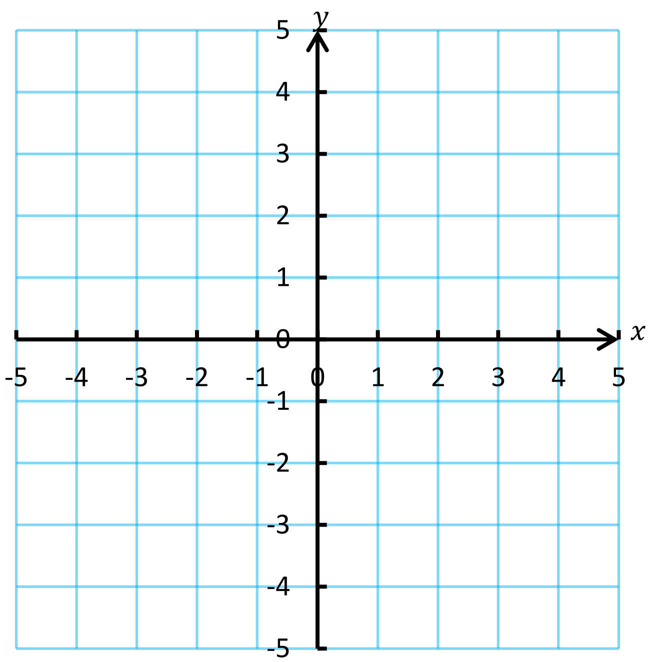
(a) $y < 4, x < 3, y \geq -2, x \geq -1$



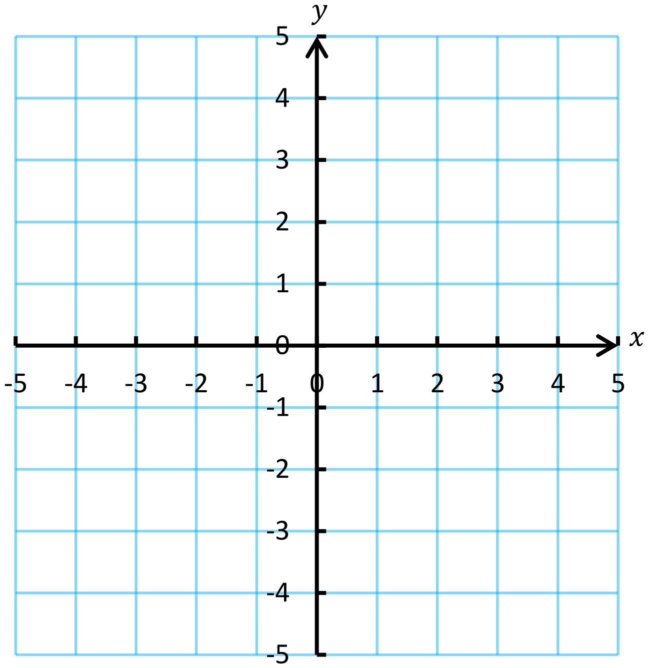
(b) $y \leq 3, x \geq 0, y \geq 2x - 3$



(c) $y > 1, x \geq 1, x + 2y - 4 \leq 0$



(ch) $y > -2, y < x + 1, y < -2x + 3$



Ymarfer 36

U

Lluniwch echelinau addas er mwyn tywyllu'r rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

(a) $x + y \leq 4, y \leq 2x + 4, y \geq 1$

(b) $y \geq 0, x < -1, y \leq x + 3$

(c) $x \geq -1, y < 4, y \geq 3x - 1$

(ch) $y > -4, x < -1, y \leq 2x + 1$

(d) $y < 2, x \leq 1, y > -x + 2$

(dd) $y > -3, x \geq -2, x \leq 1.5, y \leq -\frac{1}{2}x + 1$

Ymarfer 37

U

Lluniwch echelinau addas er mwyn tywyllu'r rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

(a) $x \leq 2, y > -4, y \geq 2x - 2.5$

(b) $y < 2, x \geq -3, y \geq x - 1, y \geq -x - 4$

(c) $x + y < 1, x \geq -3$

(ch) $y \geq x - 2, y < x + 4$

(d) $y < 2x, y \geq x + 1$

(dd) $x + y > 2, y > x - 3$

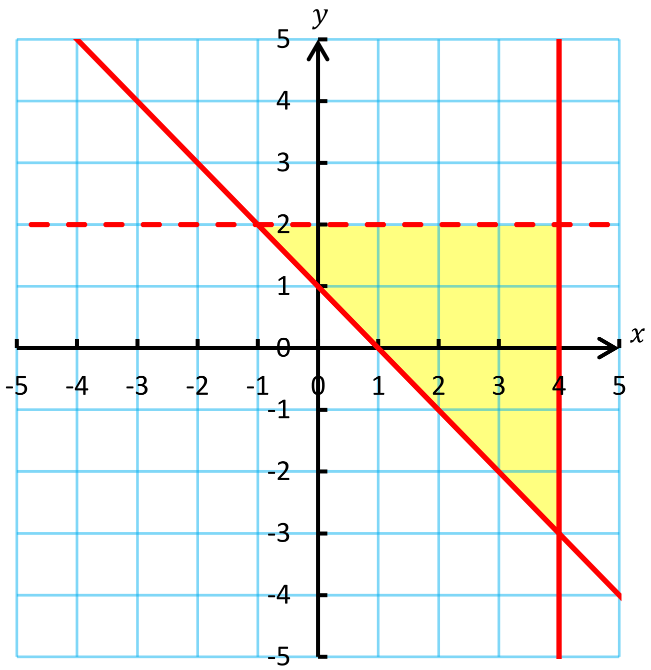
(e) $x - 2y < 4, y \leq x$

(f) $2x - 3y \leq 6, 2x + 2y < 0$

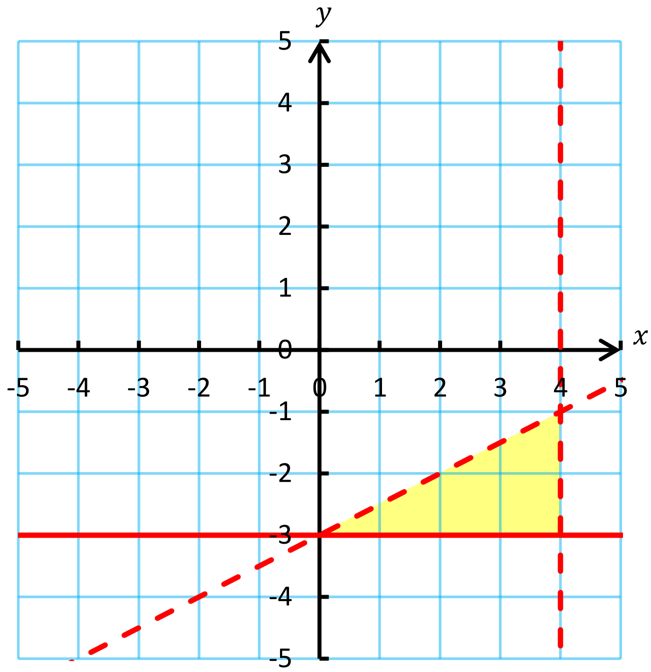
Ymarfer 38

Pa anhafaleddau sy'n diffinio'r rhanbarthau canlynol?

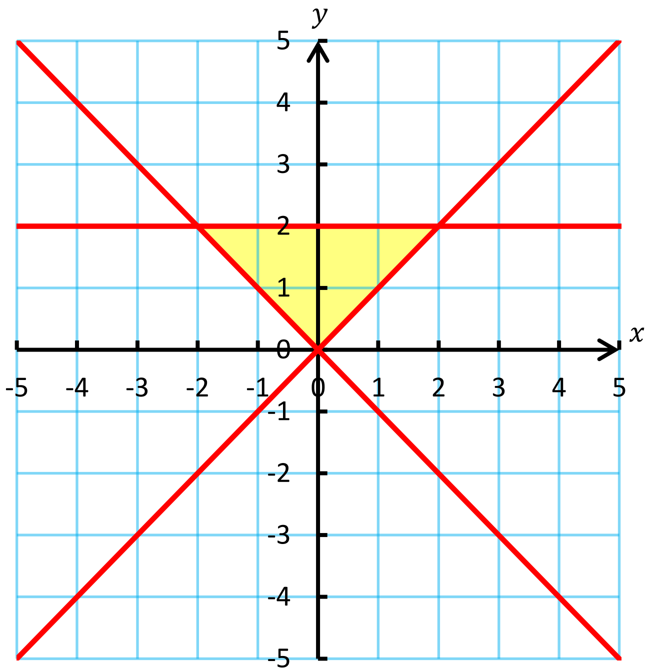
(a)



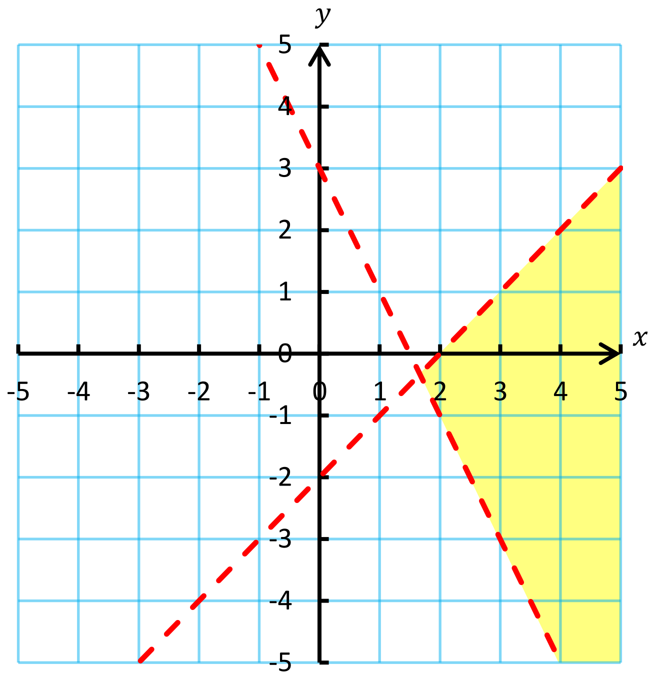
(b)



(c)



(ch)



Defnyddio

U

Ymarfer 39

Mae siop wedi gofyn i wneuthurwr (*manufacturer*) gynhyrchu sgertiau a siacedi.

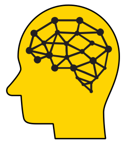
Ar gyfer y deunyddiau, mae gan y gwneuthurwr 750 m² o decstil cotwm a 1,000 m² o bolyester.

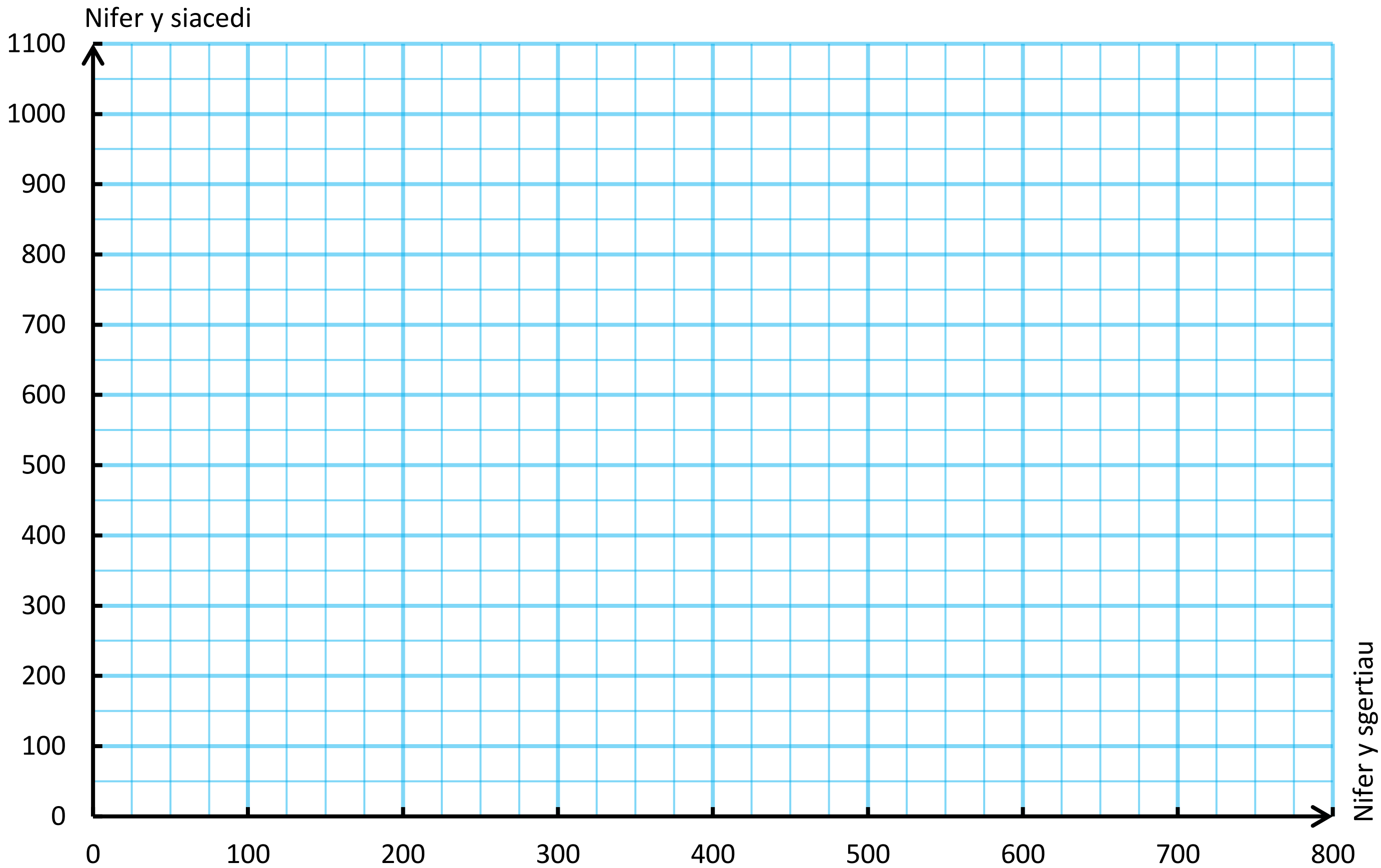
Mae pob sgert angen 1 m² o gotwm a 2 m² o bolyester.

Mae pob siaced angen 1.5 m² o gotwm a 1 m² o bolyester.

Pris sgert yw £50 a phris siaced yw £40.

Gan gymryd y bydd pob dim yn cael ei werthu, faint o sgertiau a faint o siacedi y dylai'r siop eu prynu er mwyn gwneud yr elw mwyaf?





Gwerthuso

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

Datblygu

Algebra 3

Myfyrio

Enw: ....

Canran yn y prawf: ....

	Yn gwybod y gwaith?	Angen adolygu?	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gwybod sut i adnabod os yw'r cysylltiad rhwng dau fesur yn **gyfrannedd union** neu'n **gyfrannedd gwrthdro**.			1, 2, 3	
Os oes cyfrannedd union rhwng dau fesur, rwy'n gallu **cyfrifo un o'r mesuriadau coll**.			2	
Os oes cyfrannedd gwrthdro rhwng dau fesur, rwy'n gallu **cyfrifo un o'r mesuriadau coll**.			1, 3	
Rwy'n gallu gweithio efo **mwy nag un cyfrannedd**.			4	
Rwy'n gallu **adnabod a defnyddio'r graffiau** ar gyfer cyfrannedd union a chyfrannedd gwrthdro.				
Rwy'n gallu ysgrifennu a defnyddio **hafaliadau cyfrannedd**.			5	
O gael set o ddata ar gyfer dau fesur, rwy'n gallu **darganfod hafaliad** ar gyfer y gyfrannedd rhwng y ddau fesur.				
Rwy'n gallu **ysgrifennu'r $n$fed term** ar gyfer **dilyniannau cwadratig syml**, e.e. n^2+9.			6	
Rwy'n gallu **ysgrifennu'r $n$fed term** ar gyfer **dilyniannau cwadratig mwy cymhleth**, e.e. $4n^2+2n-1$.			6	
Rwy'n gallu **darlunio anhafaledd ar linell rif**.			7	
Rwy'n gallu **datrys anhafaleddau**.			8	
Rwy'n gallu **darganfod y rhif cyfan lleiaf** (neu'r **mwyaf**) sy'n bodloni anhafaledd.				
Rwy'n gallu **rhestru'r holl rifau cyfan** sy'n bodloni anhafaledd.			9	
Rwy'n gallu **plotio graffiau o'r ffurf $ax+by+c=0$**.				
O gael set o anhafaleddau, rwy'n gallu **llunio'r rhanbarth** sy'n cael ei ddiffinio gan yr anhafaleddau.			10	
O gael rhanbarth ar bapur graff, rwy'n gallu **darganfod y set o anhafaleddau** sy'n diffinio'r rhanbarth.				