Llyfr Addysgu

Blwyddyn 11

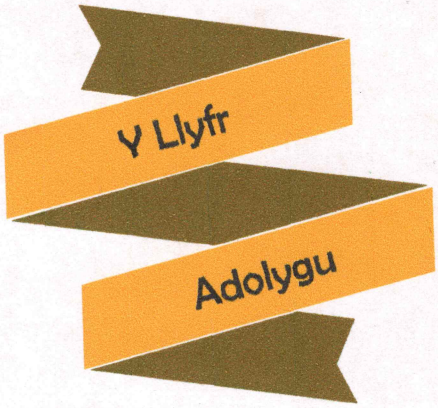
Mathemateg

Dr Gareth Evans

Ar ddiwedd pob uned o waith, rhaid cwblhau o leiaf **pedair** tudalen yn y llyfr yma. Cofiwch gynnwys:

- Sylwadau am y gwaith;
- Mathemateg sy'n gywir;
- Amrywiaeth o enghreifftiau.

Ceisiwch gymryd balchder yng nghyflwyniad eich gwaith.



Gradd A

Rwyt wedi cynnwys nifer fawr o sylwadau deallus am dy waith. Nid oes camgymeriadau yma. Mae'r adolygu yn fanwl ac yn drylwyr. Mae cymysgedd da o enghreifftiau i'w gweld. Mae'r cyflwyniad yn ardderchog, gyda defnydd gofalus o liw.

Gradd B

Rwyt wedi cynnwys nifer fawr o sylwadau am dy waith. Mae nifer fechan o gamgymeriadau yma. Mae'r adolygu yn fanwl. Rwyt wedi cynnwys sawl enghraifft, ond nid oes digon o amrywiaeth. Mae'r cyflwyniad yn dda ac wedi ei osod allan yn glir.

Gradd C

Rwyt wedi cynnwys sylwadau am dy waith, ond nid llawer. Mae'r taflenni'n dangos ychydig yn ormod o gamgymeriadau. Nid oes digon o enghreifftiau yn cael eu rhoi. Does dim trefn ar yr adolygu, ac nid yw lliw yn cael ei ddefnyddio yn effeithiol.

Gradd Ch

Nid oes sylwadau am y gwaith yma. Mae'r adolygu naill ai heb ei orffen neu'n cynnwys gormod o gamgymeriadau. Nid yw'r taflenni'n dangos digon o enghreifftiau perthnasol. Mae'r cyflwyniad yn wael; nid wyt wedi ystyried beth yw'r ffordd orau o osod y gwaith allan.

@mathemateg

Yr Adran Fathemateg
www.mathemateg.com

@mathemateg
/mathscreuddyn
Download on the App Store Moodle Mobile
YouTube Adolygu Mathemateg

Datblygu Algebra 3

Llyfr Adolygu Blwyddyn 11

Cyfrannedd Union a Gwrthdro / Hafaliadau Cyfrannedd / Nfed Term Cwadratig / Anhafaleddau / Rhanbarthau Graff

18 fideo adolygu ar YouTube

Cyfrannedd Union a Gwrthdro

Mae dau fesur mewn cyfrannedd â'i gilydd os oes cysyllteiad rhwng y ddau fesur. Cyfrannedd Union: Wrth i un mesur gynyddu, mae'r mesur arall hefyd yn cynyddu. Cyfrannedd Gwrthdro: Wrth i un mesur gynyddu, mae'r mesur arall yn lleihau.

Enghraifft: Mae peiriant tyllu yn gallu cloddio ffos 560 m mewn 21 diwrnod. Faint o amser y byddai'n cymryd i gloddio ffos 240 m?

Cyfrannedd Union

Hyd	Amser
560 m	21
÷560 ↓ 1 m	3 ÷560
×240 ↓ 240 m	80 ×240
	9

Ateb: 9 diwrnod

DULL UNEDOL: MYND LAWR I UN

Hyd	Amser
560 m	21 ÷7
÷7 ↓ 80 m	3 ×3
×3 ↓ 240 m	9

DULL ARCHWILIO

Enghraifft: Os gall tri pheiriant tyllu gloddio twll mewn 8 awr, faint o amser byddai pedwar peiriant yn ei gymryd?

Cyfrannedd Gwrthdro

Nifer y peiriannau	Amser
3	8 ×3
÷3 ↓ 1	24 ÷4
×4 ↓ 4	6

Ateb: 6 awr

DULL UNEDOL: MYND LAWR I UN

Nifer y peiriannau	Amser
3	8 ÷4
×4 ↓ 12	2 ×3
÷3 ↓ 4	6

DULL ARCHWILIO

Mwy nag un cyfrannedd

Enghraifft: Mae tyfwr ffrwythau yn gwybod ei bod fel arfer yn cymryd 8 awr i 20 o weithwyr gasglu 420kg o ffrwythau mefus. Mae angen iddi gasglu 360kg o'r ffrwythau mefus mewn 5 awr. Beth yw'r nifer lleiaf o weithwyr y dylai hi gyflogi?

Amser	Nifer y gweithwyr	Màs y mefus
8 awr	20	420kg
5 awr	?=32	420kg
5 awr	?	360kg

CAM 1: Cadw'r màs yn gyson ar 420kg, newid yr amser i 5 awr. Cyfrannedd Gwrthdro.

Amser	Nifer y gweithwyr
8 awr	20 ×8
÷8 ↓ 1 awr	160 ÷5
×5 ↓ 5 awr	32

Mae angen 32 o weithwyr i gasglu 420kg o ffrwythau mefus mewn 5 awr.

CAM 2: Cadw'r amser yn gyson ar 5 awr, newid y màs i 360kg. Cyfrannedd Union.

Màs	Nifer y gweithwyr
÷420 ↓ 420kg	32 ÷420
×360 ↓ 1kg	$\frac{8}{105}$ ×360
360kg	$\frac{192}{7}$ = 27.428...

Felly mae angen 28 o weithwyr i gyd.

Graffiau Cyfranneddol

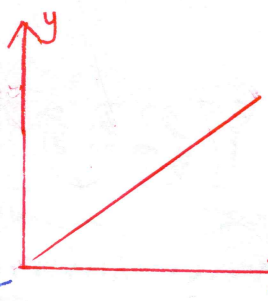
Mae angen gallu adnabod a dehongli'r ddau fath o graff ar y dde.

Cyfranneddol Union

Cychwyn yn y tarddbwynt.

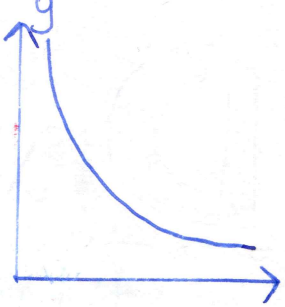
Llinell syth

Graddiant positif



Cyfranneddol Gwrthdro

Cromlin y ynlleihau wrth i x gynyddu



Hafaliadau Cyfranneddol (Haen Uwch yn unig)

$\propto$ yw'r symbol cyfranneddol

Mae y mewn cyfranneddol union ag x. O wybod bod y = 8 pan fo x = 2, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb:
$y \propto x$
$y = kx$
$8 = k \times 2$
$8 = 2k$
$2k = 8$
$k = 4$

Felly $y = 4x$

Mae y mewn cyfranneddol union ag x^2. O wybod bod y = 45 pan fo x = 3, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb:
$y \propto x^2$
$y = kx^2$
$45 = k \times 3^2$
$45 = 9k$
$9k = 45$
$k = 5$

Felly $y = 5x^2$

Mae y mewn cyfranneddol gwrthdro ag x. O wybod bod y = 6 pan fo x = 8, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb:
$y \propto \frac{1}{x}$
$y = \frac{k}{x}$
$6 = \frac{k}{8}$
$6 \times 8 = k$
$48 = k$
$k = 48$

Felly $y = \frac{48}{x}$

Mae y mewn cyfranneddol gwrthdro ag x^2. O wybod bod y = 3 pan fo x = 6, darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu x ag y.

Ateb:
$y \propto \frac{1}{x^2}$
$y = \frac{k}{x^2}$
$3 = \frac{k}{6^2}$
$3 \times 6^2 = k$
$k = 3 \times 18$
$k = 54$

Felly $y = \frac{54}{x^2}$

Darganfod Hafaliadau Cyfranneddol

Mae'r tablau isod yn dangos mesuriadau x ag y. Darganfyddwch yr hafaliad sy'n dangos y gyfranneddol sydd rhwng y mesuriadau.

20 cwestiwn ar ffurf DIAGNOSTIC QUESTIONS

(a)

x	6	8
y	18	32

x ag y yn cynyddu felly cyfranneddol union.

(i) Ystyried $y \propto x$
$y = kx$
$18 = k \times 6$
$18 = 6k$
$k = 3$
Felly $y = 3x$

Amnewid o'r golofn gyntaf

ond nid yw hwn yn gweithio ar gyfer ail golofn (Mae $3 \times 8 = 24$, nid 32) felly

(ii) Ystyried $y \propto x^2$
$y = kx^2$
$18 = k \times 6^2$
$18 = 36k$
$k = \frac{1}{2}$
Felly $y = \frac{1}{2}x^2$

Ail golofn:
$32 = \frac{1}{2} \times 8^2$
$32 = \frac{1}{2} \times 64$ ✓

Felly'r hafaliad yw $y = \frac{1}{2}x^2$

DULL: Pender fynnwch yn gyntaf os yw'r tabl yn dangos cyfranneddol union neu gwrthdro. Yna ceisiwch hafaliad, gan ddefnyddio'r golofn gyntaf i ffeindio K. Gwiriwch yr hafaliad ar gyfer ail golofn.

(b)

x	4	6
y	3	2

x yn cynyddu ag y yn lleihau felly cyfranneddol gwrthdro

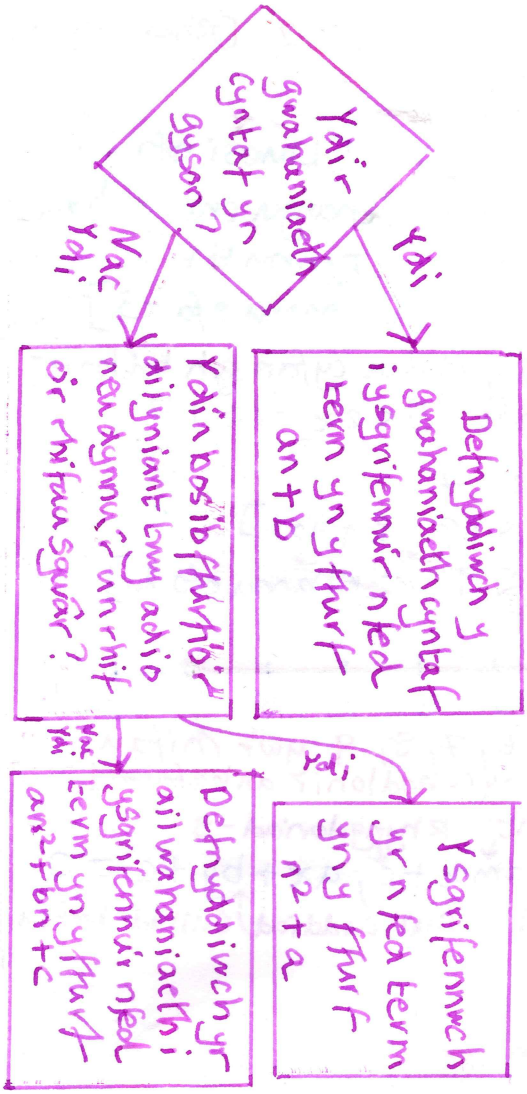
(i) Ystyried $y \propto \frac{1}{x}$
$y = \frac{k}{x}$
$3 = \frac{k}{4}$
$3 \times 4 = k$
$k = 12$
Felly $y = \frac{12}{x}$

Amnewid o'r golofn gyntaf

Ail golofn: $2 = \frac{12}{6}$ ✓

Felly'r hafaliad yw $y = \frac{12}{x}$

Nfed Term Cwadratig



Siart Llif Cwestiynau Nfed Term

Enghraifft Nfed Term Llinol:

4, 9, 14, 19, 24, 29, ...

-5, +5, +5, +5, +5

Nfed Term $5n+4$

Enghraifft Dilyniant Cwadratig syml

+10: 11, 14, 19, 26, 35, ...

1, 4, 9, 16, 25

cymharu efo rhifau sgwâr

Nfed Term n^2+10

Enghraifft Dilyniant Cwadratig Mwy Cymhleth

Beth yw nfed term y dilyniant 2, 6, 16, 32, 54, ... ?

Ail wahaniaeth: +6, +6, +6

Gwahaniaeth cyntaf: +4, +10, +16, +22

	2,	6,	16,	32,	54
n^2	1,	4,	9,	16,	25
$3n^2$	3,	12,	27,	48,	75
Tynnu	-1,	-6,	-11,	-16,	-21

-5, -5, -5, -5

Nfed Term y dilyniant llinol 'Tynnu' yw $-5n+4$

Felly Nfed Term y dilyniant cwadratig yw

$3n^2-5n+4$

(3 yw hanner yr ail wahaniaeth).

Anhafaleddau

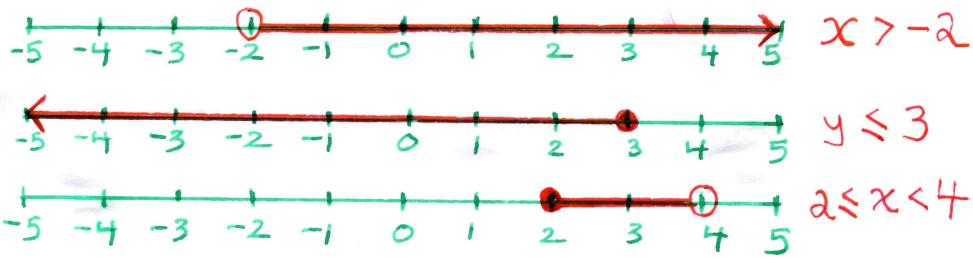
$\geqslant$ Mwy na neu'n hafal i

$>$ Mwy na

$\leqslant$ Llai na neu'n hafal i

$<$ Llai na

Anhafaleddau ar Llinell Rif



Mae datrys anhafaledd union yr un peth â datrys hafaliad, ond mae un rheol bwysig:

Os oes angen newid symbol: $\geqslant \rightarrow \leqslant$, $\leqslant \rightarrow \geqslant$, $> \rightarrow <$, $< \rightarrow >$

Rhaid newid y symbol yng nghanol yr anhafaledd os ydym yn (a) cyfnewid ochrau; (b) lluosi neu rannu â rhif negatif.

PAM oes raid newid y symbol? ← Mae'n rhaid gwneud er mwyn cadw gosodiad yn wir

(a) $5 > 2$ gosodiad cywir

$2 > 5$ cyfnewid ochrau ITEB newid y symbol: gosodiad anghywir

$2 < 5$ cyfnewid ochrau A newid y symbol: gosodiad cywir

(b) $5 > 2$ gosodiad cywir

$-10 > -4$ lluosi â -2 ITEB newid y symbol: gosodiad anghywir

$-10 < -4$ lluosi â -2 A newid y symbol: gosodiad cywir

Datrys Anhafaleddau

$4x + 1 \geq 13$
$4x \geq 12$ [Tynnu 1]
$x \geq 3$ [Rhannu efo 4]

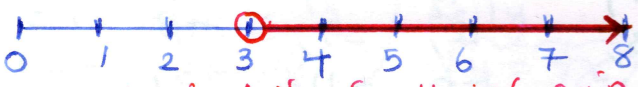
$7 - 3x < 1$
$-3x < -6$ [Tynnu 7]
$x > 2$ [Rhannu efo -3]

$4(x+2) \geq 2(x+6)$
$4x + 8 \geq 2x + 12$ [Ehangu cromfachau]
$2x + 8 \geq 12$ [Tynnu $2x$]
$2x \geq 4$ [Tynnu 8]
$x \geq 2$ [Rhannu efo 2]

$\frac{x}{2} > 6 + 2x$
$x > 2(6 + 2x)$ [Lluosi efo 2]
$x > 12 + 4x$ [Ehangu cromfachau]
$-3x > 12$ [Tynnu $4x$]
$x < -4$ [Rhannu efo -3]

Darganfyddwch y rhif cyfan lleiaf sy'n bodloni'r anhafaledd $3x + 9 > x + 15$

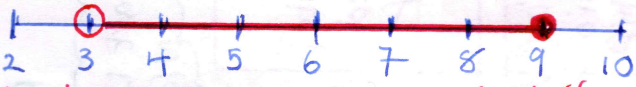
$3x + 9 > x + 15$
$2x + 9 > 15$ [Tynnu x]
$2x > 6$ [Tynnu 9]
$x > 3$ [Rhannu efo 2]



Ateb: 4 yw'r rhif cyfan lleiaf sy'n bodloni'r anhafaledd.

Rhestrwch y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaledd $5 < 2x - 1 \leq 17$.

$5 < 2x - 1 \leq 17$
$6 < 2x \leq 18$ [Adio 1]
$3 < x \leq 9$ [Rhannu efo 2]



Ateb: 4, 5, 6, 7, 8, 9 yw'r rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaledd.

Rhanbarthau Graff (Haen Uwch yn unig)

Mae angen gallu plotio hafaliadau o'r ffurf $x = a$, $y = b$, $y = mx + c$, $ax + by + c = 0$
(Llinell fertigol, Llinell llorweddol, Graddiant, Rhyngdoriad-y, Dull cyddiad/Dull cyffredinol)

Enghraifft

Tywyllwch y rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

$$y < 2,\ x \geq -1,\ y \geq x - 1$$

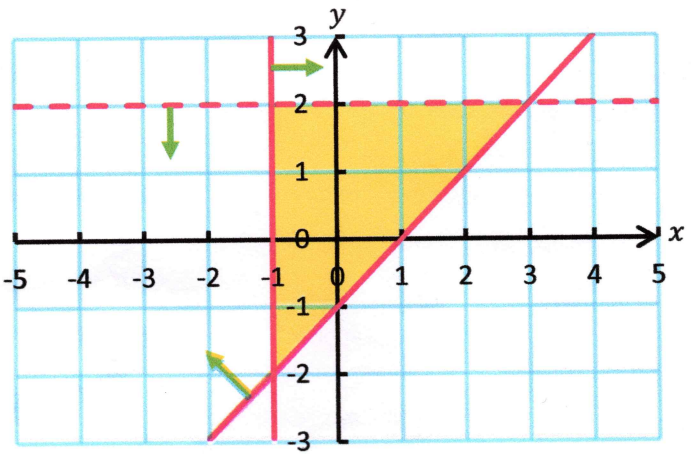
Mewn awtoliad peidiwch â llwio efo uwchlinwr (highlighter) gan na fydd hwn yn dangos wrth sganio.

Ateb: **Cam 1:** Plotiwch y graffiau $y = 2$, $x = -1$, $y = x - 1$.

Rheol: Defnyddiwch linell solet (——) ar gyfer anhafaleddau $\geq, \leq$;
a llinell doredig (- - - -) ar gyfer anhafaleddau $>, <$.

Cam 2: Nodwch, gyda saeth, rhanbarth ar gyfer y tair llinell.

Cam 3: Tywyllwch y rhanbarth sy'n bodloni'r holl saethau / anhafaleddau.



Ar gyfer llinellau nad yw'n fertigol neu'n llorweddol, **amnewidiwch bwynt sydd ddim yn gorwedd ar y llinell** i benderfynu **pa gyfeiriad y dylai'r saeth bwyntio.**
Er enghraifft, ar gyfer $y \geq x - 1$, amnewidiwch y pwynt $(0, 0)$:

$$0 \geq 0 - 1$$
$$0 \geq -1$$

Mae'r anhafaledd yma'n **wir**, felly dylai'r saeth bwyntio **tuag at** y pwynt (0, 0).

Mae hefyd yn bosib cael cwestiwn ble rydych yn cael y rhanbarth ac yn gorfod ysgrifennu'r anhafaleddau sy'n diffinio'r rhanbarth. Yma, mae'r math o linell (toredig/solet) yn diffinio'r symbol ($<, >$ neu $\leq, \geq$). Ar gyfer llinellau nad ydyn nhw'n fertigol/llorweddol, dewiswch bwynt yng rhanbarth i benderfynu ar y symbol.

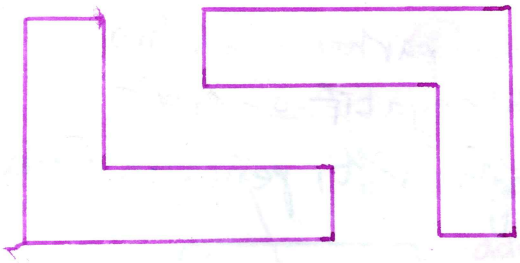
MESUR SIAPIAU 4

Siapiau Cyfath | Onglau Mewn Polygonau | Theoremau'r Cylch | Trawsffurfiadau

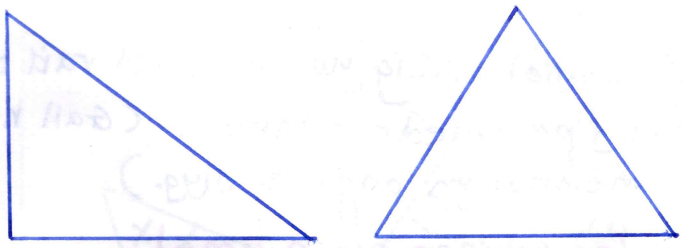
Siapiau Cyfath

Mae siapiau cyfath yn union yr un siâp, ac yn union yr un maint.

Enghreifftiau o siapiau cyfath



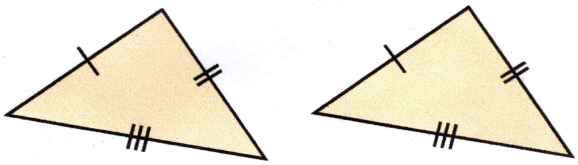
Anenghreifftiau o siapiau cyfath



Profion Trionglau Cyfath

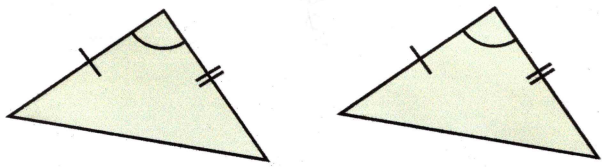
Mae pedair ffordd wahanol o brofi bod dau driongl yn gyfath.

(1) Ochr, Ochr, Ochr (SSS)



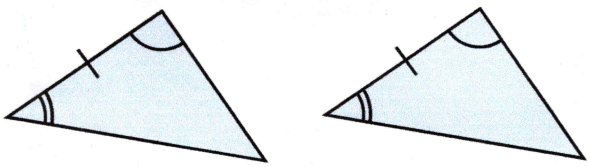
Mae hydoedd ochrau'r triongl cyntaf yn cyfateb i hydoedd ochrau'r ail driongl.

(2) Ochr, Ongl, Ochr (SAS)



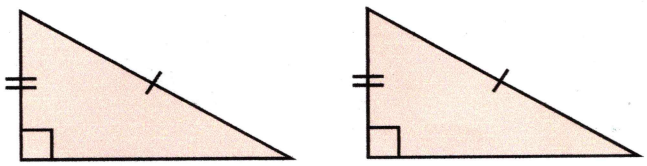
Mae hydoedd dwy o ochrau'r triongl cyntaf yn cyfateb i hydoedd dwy o ochrau'r ail driongl, ac mae'r ongl **rhwng** yr hydoedd yn hafal.

(3) Ongl, Ochr, Ongl (ASA)



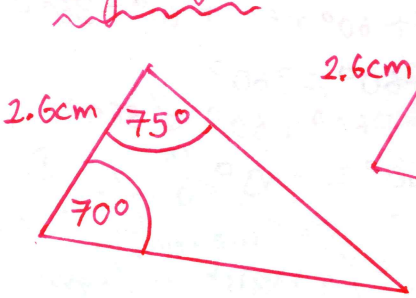
Mae maint dwy o onglau'r triongl cyntaf yn cyfateb i faint dwy o onglau'r ail driongl, ac mae hyd yr ochr **rhwng** yr onglau'n hafal.

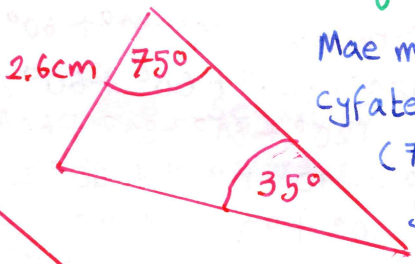
(4) Ongl Sgwâr, Hypotenws, Ochr (RHS)



Mae'r ddau driongl yn drionglau ongl sgwâr; mae hyd yr hypotenws yn hafal; ac mae hyd un ochr arall hefyd yn hafal.

Enghreifftiau



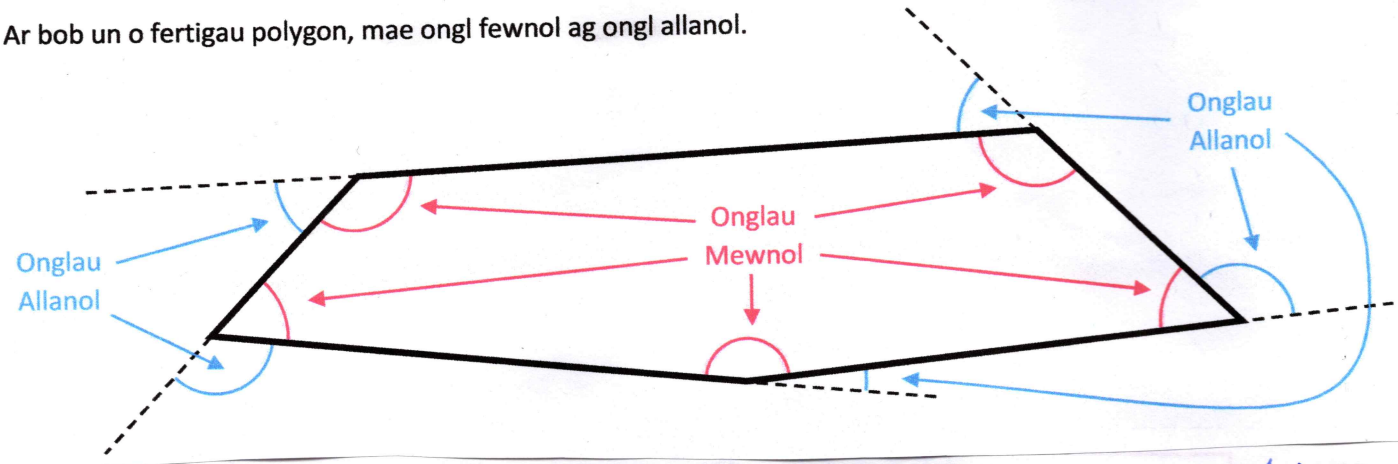


Yr ongl coll yn yr ail driongl yw $180° - 75° - 35° = 70°$

Mae maint dwy o onglau'r triongl cyntaf yn cyfateb i faint dwy o onglau'r ail driongl (70° a 75°), ac mae hyd yr ochr rhwng yr onglau'n hafal (2.6cm). Felly, oherwydd y rheol ASA, mae'r trionglau'n gyfath.

Onglau Meun Polygonau

Ar bob un o fertigau polygon, mae ongl fewnol ag ongl allanol.



Ongl allanol fertig yw faint sydd raid troi er mwyn parhau i deithio ar hyd y perimedr allanol. (Gall hun fod yn negatif os yw'r ongl mewnol yn ongl atblyg.)

Ar gyfer polygon efo n ymyl,

cyfansym yr onglau allanol = 360°

cyfansym yr onglau mewnol = 180°(n-2)

Ar gyfer unrhyw fertig meun polygon,

ongl fewnol + ongl allanol = 180°

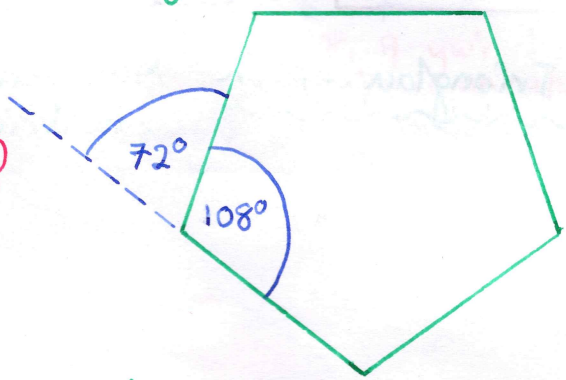
Os yw'r polygon yn bolygon rheolaidd,

un ongl allanol = $\frac{360°}{n}$

un ongl fewnol = $\frac{180°(n-2)}{n}$ neu $180° - \frac{360°}{n}$

Y polygonau rheolaidd sy'n brithweithio yw'r triongl hafalochrog, y sgwâr a'r hecsagon rheolaidd.

Er enghraifft, pentagon rheolaidd



cyfansym yr onglau allanol = 360°

cyfansym yr onglau mewnol
= 180°(5-2)
= 180° × 3
= 540°

un ongl allanol = 360° ÷ 5
= 72°

un ongl fewnol:
540° ÷ 5 = 108° neu 180° - 72°
= 108°

Mae'n bosib creu'r brithweithiau rhannol-reolaidd canlynol:

① Octagon, octagon, sgwâr. 135° + 135° + 90° = 360°

② Sgwâr, sgwâr, triongl, triongl, triongl (Patrwm 1). 90° + 90° + 60° + 60° + 60° = 360°

③ Sgwâr, sgwâr, triongl, triongl, triongl (Patrwm 2). 90° + 90° + 60° + 60° + 60° = 360°

④ Hecsagon, hecsagon, triongl, triongl. 120° + 120° + 60° + 60° = 360°

⑤ Hecsagon, triongl, triongl, triongl, triongl. 120° + 60° + 60° + 60° + 60° = 360°

⑥ Hecsagon, sgwâr, sgwâr, triongl. 120° + 90° + 90° + 60° = 360°

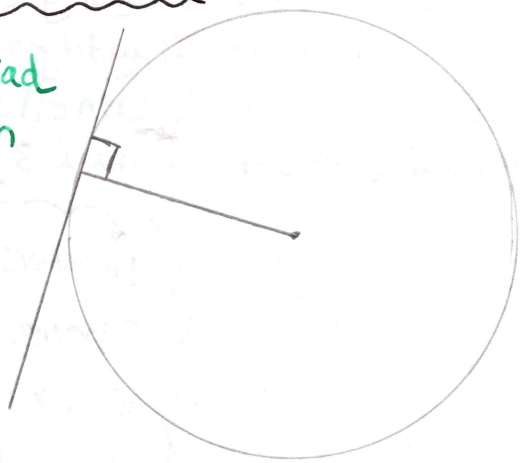
⑦ Dodecagon, hecsagon, sgwâr. 150° + 120° + 90° = 360°

⑧ Dodecagon, dodecagon, triongl. 150° + 150° + 60° = 360°

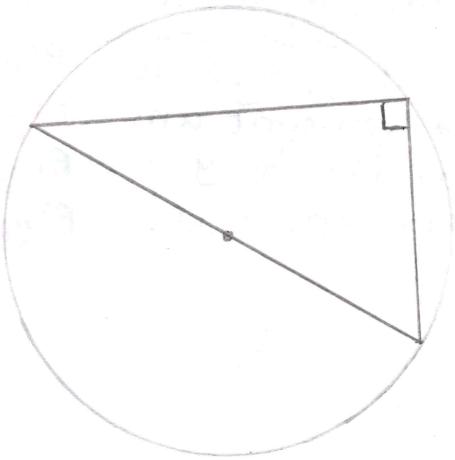
onglau mewnol o amgylch unrhyw fertig

Theoremau'r Cylch

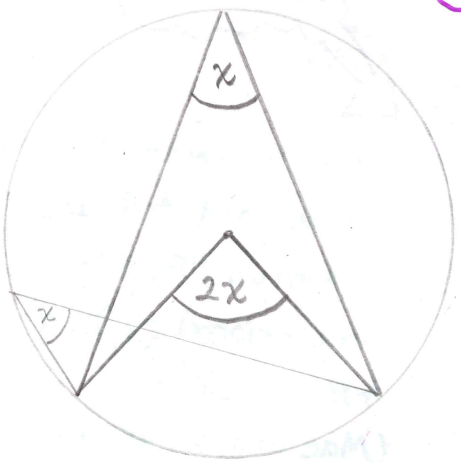
① Mae tangiad a radiws yn cyfarfod ar ongl sgwâr



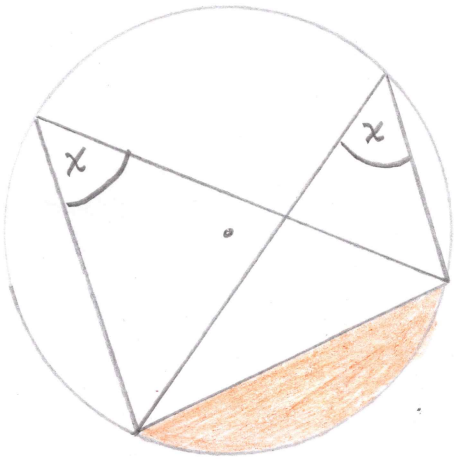
② Mae'r ongl mewn hanner cylch yn ongl sgwâr



③ Mae'r ongl yng nghanol cylch yn ddwbl yr ongl ar y cylchyn

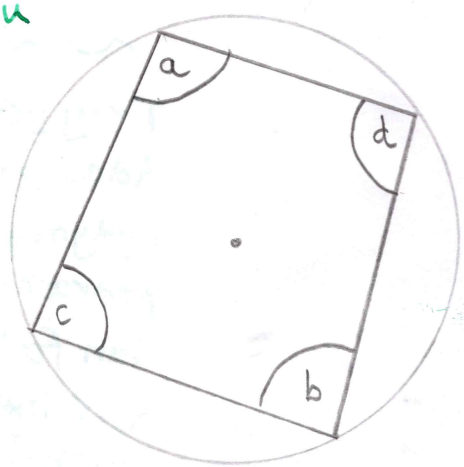


④ Mae onglau yn yr un segment yn hafal

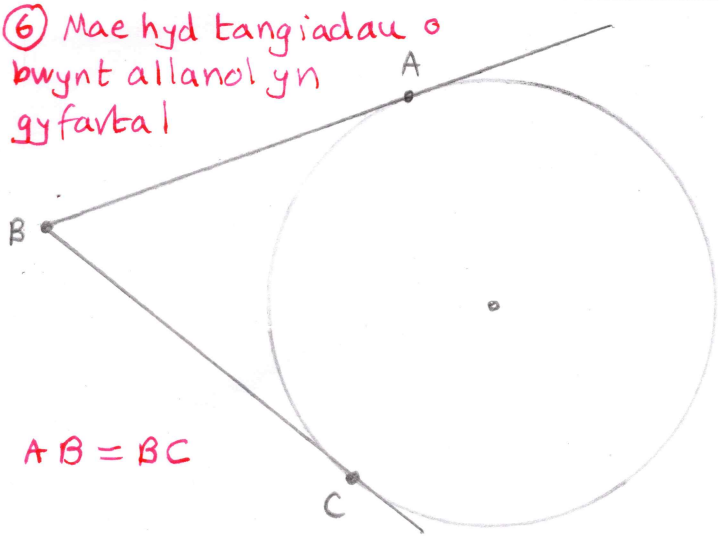


⑤ Mae onglau cyferbyn pedrochr cylchol yn adio i 180°.

a + b = 180°
c + d = 180°



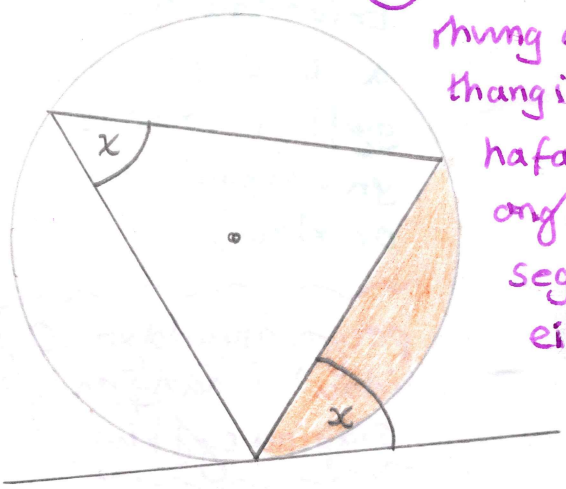
⑥ Mae hyd tangiadau o bwynt allanol yn gyfartal



AB = BC

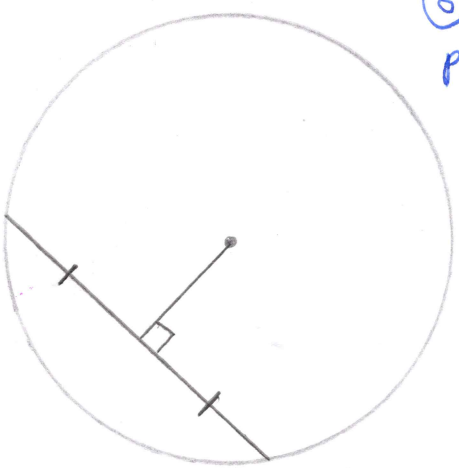
HAEN UWCH

⑦ Mae'r ongl rhwng cord a thangiad yn hafal i'r ongl yn y segment eilaidd



HAEN UWCH

⑧ Mae'r perpendicwlar o'r canol i gord yn haneru'r cord.



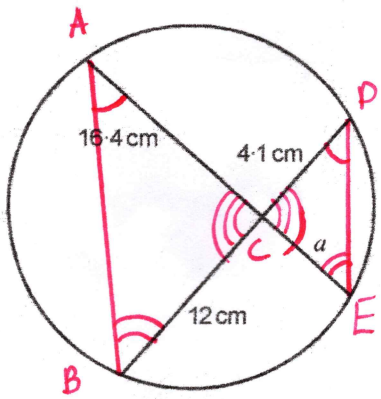
Trawsffurfiadau

Gweler y llyfrau adolygu cynt am nodiadau ar y 4 Trawsffurfiad.

Cyfuno'r pedwar math o drawsffurfiad.

Blwyddyn 7: Trawsfudiad (Croeso i Ysgol y Creuddyn)
Blwyddyn 8: Cylchdro (Diwedd Blwyddyn 8)
Blwyddyn 9: Adlewyrchiad (Graffiau Llinell Syth)
Blwyddyn 10: Helaethiad (Mesur Siapiau 3)

(a) Cyfrifwch yr hyd a. [2]



Nid yw'r diagram wedi'i luniadu wrth raddfa

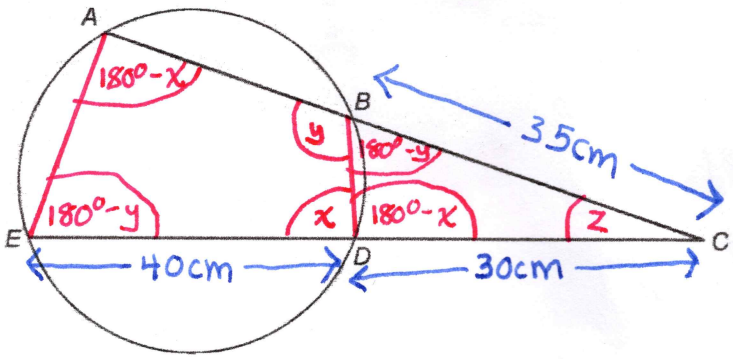
Ffactor Graddfa $16.4 \div 4.1 = 4$

$a = 12 \div 4$

$a = 3$ cm

$a =$ 3 cm

Mae'r diagram yn dangos cylch gyda $DC = 30$ cm, $ED = 40$ cm a $BC = 35$ cm.



Nid yw'r diagram wedi'i luniadu wrth raddfa

Cyfrifwch hyd AB. [4]

CE = 70cm

Ffactor Graddfa Triongl BDC → Triongl ACE

$70 \div 35 = 2$

Hyd AC = Hyd DC × 2

= 30 × 2

= 60cm

AB = 60 − 35 = 25cm

BONWS! Theoremau'r Cylch Hafen Uwch Fodd

Trwy ychwanegu'r ddau gord AB, DE rydym yn ffurfio dau driongl cyflun ABC a CDE (Mae onglau yn yr un segment yn hafal).

Trwy ychwanegu'r ddau gord AE, BD rydym yn ffurfio pedrochr ABDE. Gan fod onglau cyferbyn pedrochr cylchol yn adio i 180°, mae'r trionglau ACE a BDC yn gyflun (maent yn rhannu'r un onglau).

Gweler y pecyn blwyddyn 10 'Mesur Solidau' i adolygu siapiau cyflun

DATBLYGU TEBYGOLRWYDD

Amlder Cymharol. Digwyddiadau Cyfunol. Diagramau Canghennog

Amlder Cymharol

Mae amlder digwyddiad yn cyfeirio at sawl gwaith y mae'r digwyddiad hwnnw yn digwydd mewn nifer o dreialon. Mae amlder cymharol yn cymharu'r amlder gyda'r nifer o dreialon.

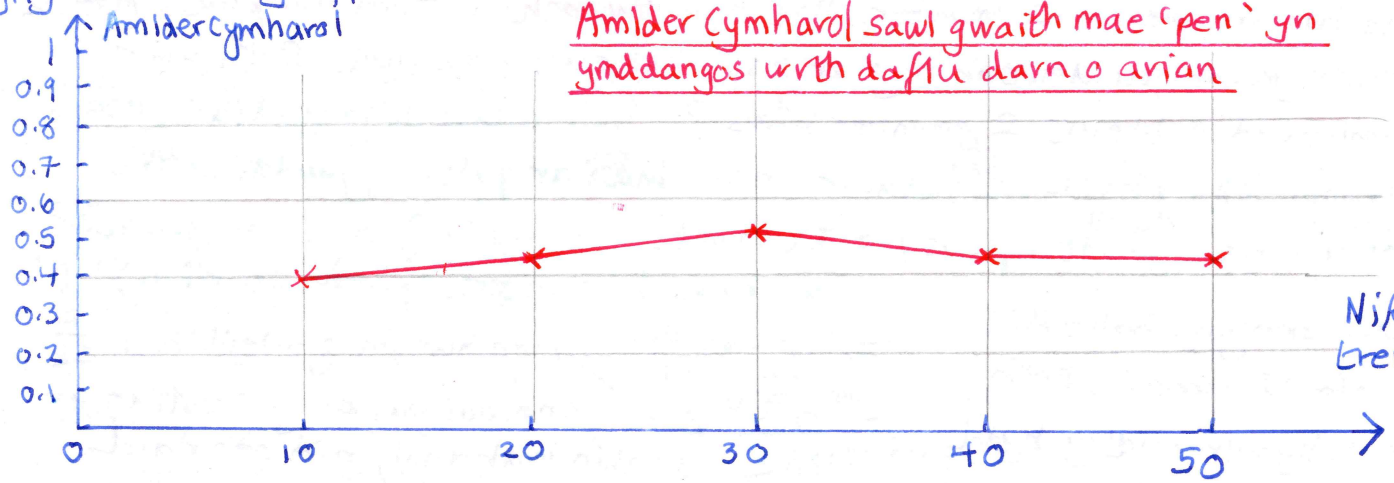
Amlder cymharol digwyddiad = Sawl gwaith mae'r digwyddiad yn digwydd / Nifer y treialon

Mae'n bosib defnyddio amlder cymharol i amcangyfrif tebygolrwydd digwyddiad.

Enghraifft Mae darn arian yn cael ei daflu 50 o weithiau.

Cyfansymiau nifer y treialon	Nifer y pennau yn y 10 taflia diwethaf	Cyfansymiau nifer y pennau hyd yma	Amlder cymharol nifer y pennau, fel ffracsiwn	Amlder cymharol nifer y pennau, fel degolyn
10	4	4	$\frac{4}{10}$	0.4
20	5	9	$\frac{9}{20}$	0.45
30	7	16	$\frac{16}{30}$	$0.5\dot{3}$
40	2	18	$\frac{18}{40}$	0.45
50	4	22	$\frac{22}{50}$	0.44

Mewn arbrawf, nid yw'r amlder cymharol olaf (yma, 0.44) yn mynd i fod yn hafal i'r tebygolrwydd damcaniaethol (0.5) o hyd!
Gallwn ddangos beth sy'n digwydd i'r amlder cymharol wrth i'r nifer o dreialon gynyddu mewn graff llinell.



Amlder Cymharol sawl gwaith mae 'pen' yn ymddangos wrth daflu darn o arian

Yn yr arbrawf uchod, yn yr hirdymor, byddai disgwyl i'r amlder cymharol dueddu tuag at 0.5, sef tebygolrwydd darn o arian yn glanio ar 'pen'.
Yn gyffredinol, mewn unrhyw arbrawf, y mwyaf o dreialon sy'n cael eu cynnal, y gorau yw'r amlder cymharol fel amcangyfrif o'r tebygolrwydd.

Dewiswch yr amlder cymharol efo'r mwyaf o dreialon fel yr amcangyfrif gorau o unrhyw debygolrwydd.

* CWISIAU ADOLYGU MR DIAGNOSTIC QUESTIONS *

Digwyddiadau Cyfunol

Mae digwyddiadau cyfunol yn ymuno a/g ystyried dau neu fwy o ddigwyddiadau syn digwydd efo'i gilydd.

Digwyddiadau Annibynnol (Haen Ganolradd)

Mae dau ddigwyddiad yn annibynnol os nad yw canlyniad y digwyddiad cyntaf yn effeithio tebygolrwydd yr ail ddigwyddiad. Ar gyfer digwyddiadau annibynnol A a B, $T(A \cap B) = T(A) \times T(B)$

Digwyddiadau Dibynnol (Haen Uwch)

Mae dau ddigwyddiad yn ddibynnol os yw canlyniad y digwyddiad cyntaf yn effeithio tebygolrwydd yr ail ddigwyddiad. Ar gyfer digwyddiadau dibynnol A a B, $T(A \cap B) = T(A) \times T(B|A)$. Nodyn: Mae $T(B|A)$ yn debygolrwydd amodol, y tebygolrwydd fod B yn digwydd o wybod bod A wedi digwydd yn barod.

Digwyddiadau Cydanghynhwysol (Haen Ganolradd)

Mae dau ddigwyddiad yn gydanghynhwysol os na allent ddigwydd ar yr un pryd. Ar gyfer digwyddiadau cydanghynhwysol A a B, $T(A \cup B) = T(A) + T(B)$

Enghreifftiau ① Beth yw'r tebygolrwydd o gael 'cynffon' wrth daflu darn arian teg a chael '5' wrth rolio dis teg cyffredin? Mae'r ddau ddigwyddiad ymain annibynnol felly gallun ddefnyddio'r rheol luosi ar gyfer digwyddiadau annibynnol. $T(\text{cynffon}, 5) = T(\text{cynffon}) \times T(5) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

← cwestiun haen uwch....

② Mae bag yn cynnwys 12 cownter. Mae 5 yn lliw coch a 7 yn lliw pinc. Mae 2 gownter yn cael eu dewis o'r bag ar hap, heb eu dychwelyd. Beth yw'r tebygolrwydd o ddewis 2 gownter pinc? Mae'r ddau ddigwyddiad ymain ddibynnol felly rhaid defnyddio'r rheol luosi ar gyfer digwyddiadau dibynnol. T(2 gownter pinc) = T(cownter 1af yn binc) × T(ail gownter yn binc | cownter cyntaf yn binc)

$= \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{42}{132}$

Mae hwn yn symleiddio i $\frac{7}{22}$ ond, oni bai bod y cwestiun yn nodi'n wahanol, nid oes raid symleiddio ffracsiun mewn cwestiun ar debygolrwydd.

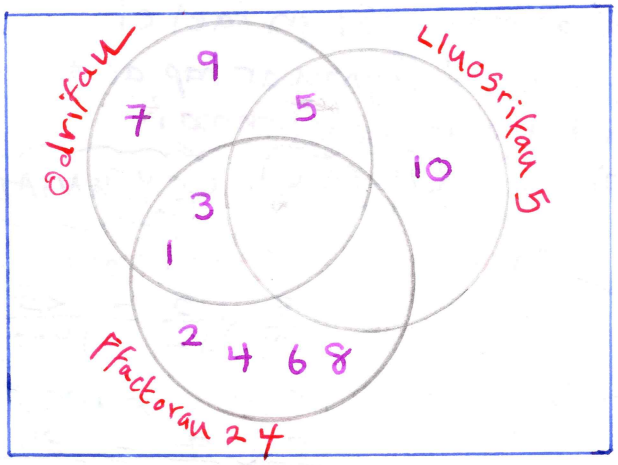
③ Mae Elin yn rholio dis teg efo 12 wyneb. Beth yw'r tebygolrwydd y bydd y dis yn glanio ar eilrif neu 7? Mae'r ddau ddigwyddiad ymain gydanghynhwysol felly gallun ddefnyddio'r rheol adio ar gyfer digwyddiadau cydanghynhwysol. T(eilrif neu 7) = T(eilrif) + T(7)

$= \frac{6}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$

Cofiwch nid oes raid i ddis gael 6 wyneb, ond mae dis 'cyffredin' yn golygu un efo 6 wyneb.

Diagramau Venn

Rhowch y rhifau rhwng 1 a 10 yn y safleoedd cywir yn y diagram Venn.



Mae rhif cyfan yn cael ei ddewis ar hap o'r set $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

Dargan fyddwch y tebygolrwydd bod y rhif sy'n cael ei ddewis:

(i) yn odrif $\frac{5}{10}$ (neu $\frac{1}{2}$)

(ii) yn odrif sy'n ffactor 24 $\frac{2}{10}$ (neu $\frac{1}{5}$)

(iii) ddim yn lluosrif 5 a ddim yn ffactor 24 $\frac{2}{10}$ (neu $\frac{1}{5}$)

Diagramau Gofod Sampl a Digwyddiadau Dibynnol (Haen Uwch)

Mae ffactor gwahanol 20 ar bob un o 6 cherdyn.

Mewn arholiad bydd y cardiau'n wag i gychwyn.

Fideos adolygu ar YouTube

1	2	4	5	10	20

Mae 2 gerdyn yn cael eu dewis ar hap heb gael eu rhoi'n ôl.

Cyfrifwch y tebygolrwydd bod y gwahaniaeth rhwng y ddau rif ar y cardiau sydd wedi'u dewis yn eilrif.

2 I'L GERDYN

Ateb:

Gwahaniaeth	1	2	4	5	10	20
1	×	1	3	(4)	9	19
2	1	×	(2)	3	(8)	(18)
4	3	(2)	×	1	(6)	(16)
5	(4)	3	1	×	5	15
10	9	(8)	(6)	5	×	(10)
20	19	(18)	(16)	15	(10)	×

$6 \times 5 = 30$ cyfuniad posib

CERDYN IAF

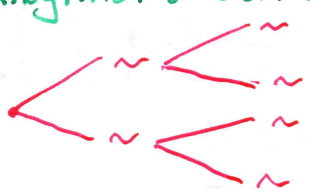
Mae'r croesiau cynnychioli digwyddiadau amhosib.

Ateb: $\frac{14}{30}$ (neu $\frac{7}{15}$)

Diagramau Canghennog

Mae diagramau canghennog yn cael eu defnyddio i ddangos cyfuniadau o ddau neu fwy o ddigwyddiadau. Mae bob cangen wedi ei labelu ar y dde efo'r canlyniad ac yn y canol efo'r tebygolrwydd.

Mae'n bosib defnyddio diagramau canghennog i arddangos digwyddiadau annibynnol (haen ganolradd) neu ddigwyddiadau dibynnol (haen uwch).



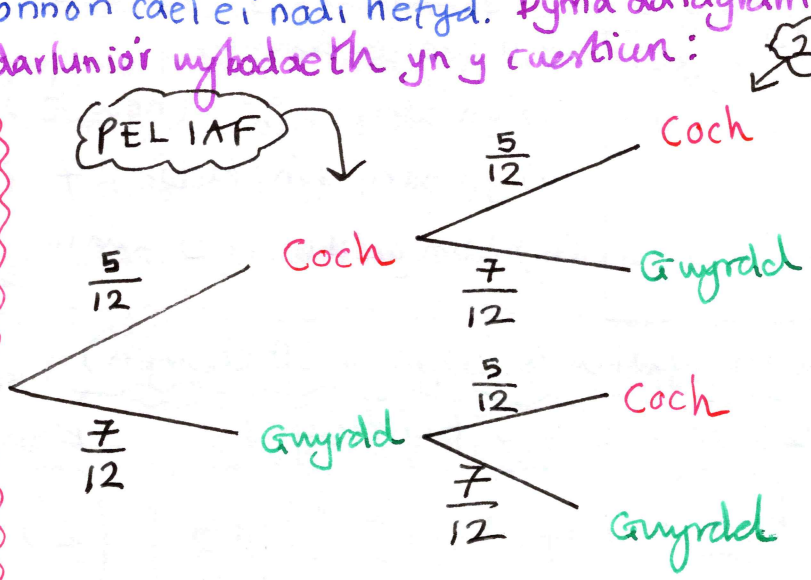
Wrth ystyried y llwybrau gwahanol mewn diagram canghennog (mae'r un ar y chwith efo 4 llwybr), rydym yn lluosi'r tebygolrwyddau wrth weithio ar draws llwybr, ac yn adio tebygolrwyddau llwybrau gwahanol.

Enghraifft

Hen Gwestiynau arholiad ar gael ar mathemateg.com

Mae bag yn cynnwys 12 pêl sy'n unfath ar wahân i'w lliw. Mae 5 o'r pelin goch a'r gweddill yn wyrdd. Mae pêl yn cael ei thynnu o'r bag, mae ei lliw yn cael ei nodi ac mae'r bêl yn cael ei dychwelyd i'r bag. Mae ail bêl yn cael ei thynnu ar hap ac mae lliw honno'n cael ei nodi hefyd. Dyma ddiagram canghennog i ddarlunio'r wybodaeth yn y cwestiwn:

2IL BÊL | CYFUNIAD



Coch, Coch $\frac{5}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{25}{144}$

Coch, Gwyrdd $\frac{5}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{35}{144}$

Gwyrdd, Coch $\frac{7}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{35}{144}$

Gwyrdd, Gwyrdd $\frac{7}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{49}{144}$

Weithiau bydd cwestiwn yn rhoi un o'r cyfuniadau i chi, ee. y tebygolrwydd o ddewis pêl goch yn gyntaf ac yna pêl wyrdd yw $\frac{35}{144}$. Yn yr achos yma fel arfer mae'n rhaid rhannu i ffeindio un o'r tebygolrwydd coll.

Y tebygolrwydd o ddewis dwy bêl coch yw $\frac{25}{144}$.

coch, gwyrdd | gwyrdd, coch

Y tebygolrwydd o ddewis un bêl o bob lliw yw $\frac{35}{144} + \frac{35}{144} = \frac{70}{144}$

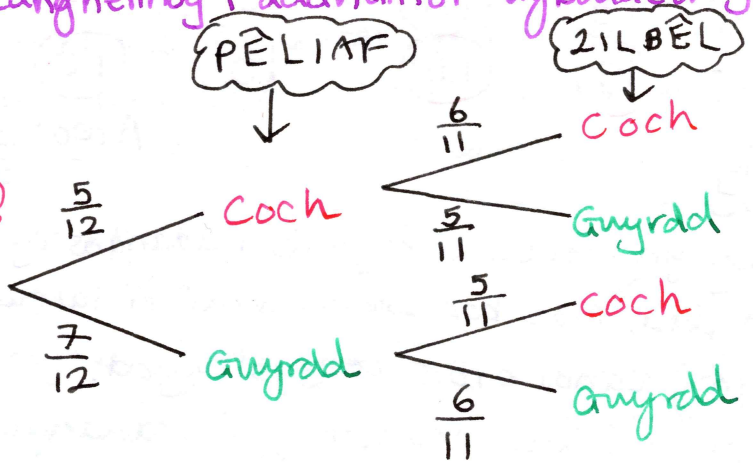
Y tebygolrwydd o beidio dewis dwy bêl coch yw $1 - \frac{25}{144} = \frac{119}{144}$

(Neu gellid ystyried y tair llwybr sydd ddim yn rhoi 2 bêl goch)

Enghraifft

(Diagram canghennog—haen uwch). Mae blwch yn cynnwys 5 pêl lliw coch a 7 pêl lliw gwyrdd. Mae 2 bêl yn cael eu dewis ar hap o'r blwch heb eu dychwelyd. Dyma ddiagram canghennog i ddarlunio'r wybodaeth yn y cwestiwn.

Os oes llawer o lwybrau/cyfuniadau, edrychwch am ffyrdd mwy effeithiol o drefnu'r canghennau ee. ym lle lliwiau coch/glas/gwyrdd/melyn efallai mae'n well defnyddio coch/ddim yn goch os yw'n siwtio'r cwestiwn.



CYFUNIAD

Coch, Coch $\frac{5}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{30}{132}$

Coch, Gwyrdd $\frac{5}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{25}{132}$

Gwyrdd, Coch $\frac{7}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$

Gwyrdd, Gwyrdd $\frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{42}{132}$

Y tebygolrwydd o ddewis dwy bêl wyrdd yw $\frac{42}{132}$

Y tebygolrwydd o ddewis oleiaf un bêl goch yw $\frac{30}{132} + \frac{25}{132} + \frac{35}{132} = \frac{90}{132}$

Y tebygolrwydd o beidio dewis pêl wyrdd yw $\frac{30}{132}$

DATBLYGU ALGEBRA

Trawsffurfiadau Ffwythiannau. Cyn-Calculus. Newid Testun Pellach. Y Fformiwla Gwadratig. Ffracsiynau Algebraidd.

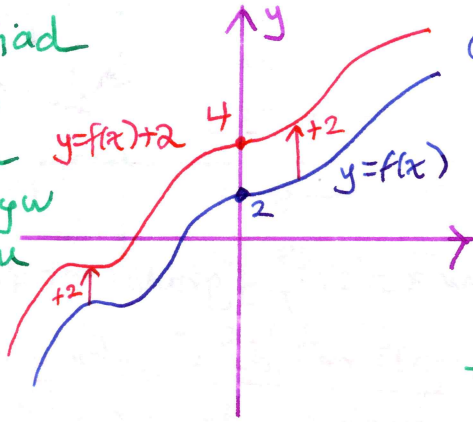
Nodiant Ffwythiant

Ar gyfer y ffwythiant $f(x) = 3x+4$, mae

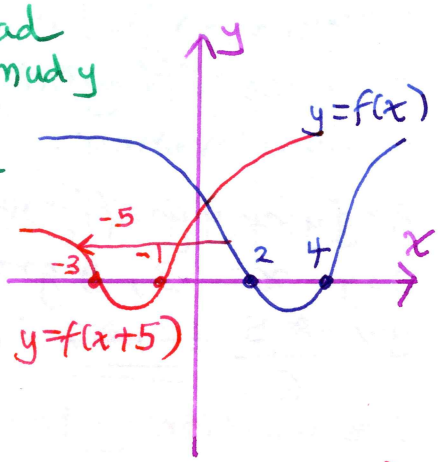
$f(2) = 3\times2+4$ ← 2 yw mewnbwn y ffwythiant
$= 6+4$ 10 yw allbwn y ffwythiant.
$= 10.$ 'Mae f o ddau yn ddeg'.

Trawsffurfiadau Ffwythiannau

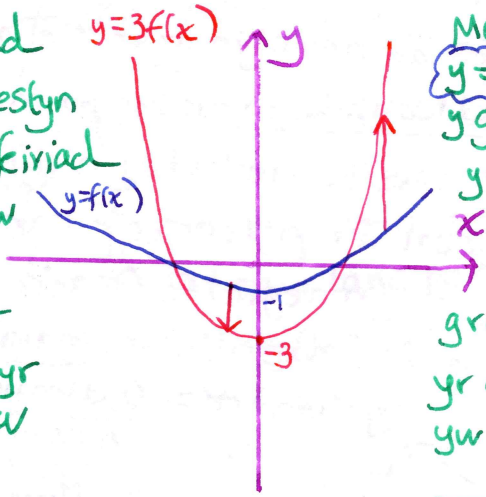
Mae'r trawsffurfiad $y=f(x)+a$ yn symud y graff a uned i fyny (os yw a yn bositif) neu a uned i lawr (os yw a yn negatif)



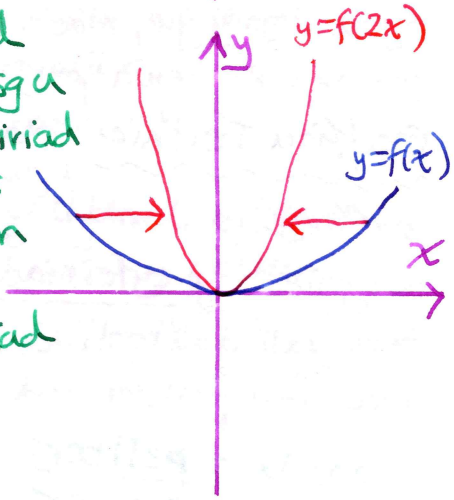
Mae'r trawsffurfiad $y=f(x+a)$ yn symud y graff a uned ir chwith (os yw a yn bositif) neu a uned ir dde (os yw a yn negatif)



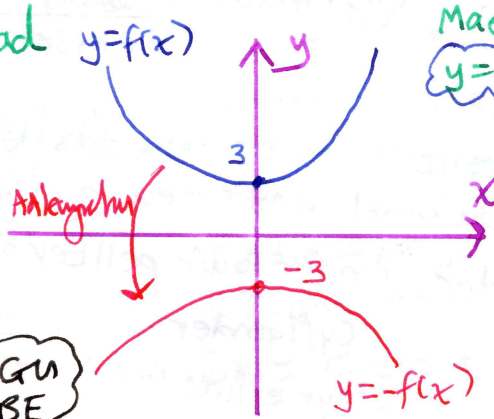
Mae'r trawsffurfiad $y=af(x)$ yn ymestyn y graff yng nghyfeiriad yr echelin-y (os yw $a>1$) neu yn cywasgu y graff yng nghyfeiriad yr echelin-y (os yw $0<a<1$).



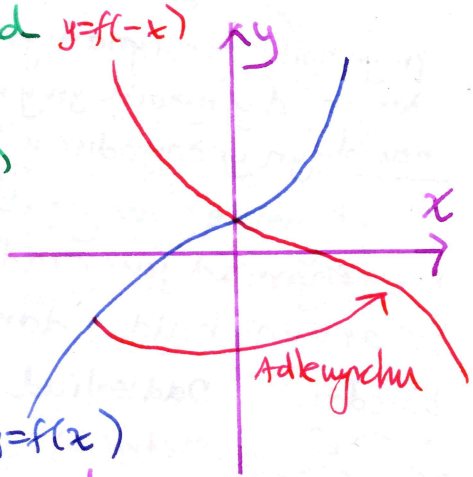
Mae'r trawsffurfiad $y=f(ax)$ yn cywasgu y graff yng nghyfeiriad yr echelin-x (os yw $a>1$) neu yn ymestyn y graff yng nghyfeiriad yr echelin-x (os yw $0<a<1$).



Mae'r trawsffurfiad $y=-f(x)$ yn adlewyrchu graff $y=f(x)$ yn yr echelin-x



Mae'r trawsffurfiad $y=f(-x)$ yn adlewyrchu graff $y=f(x)$ yn yr echelin-y.

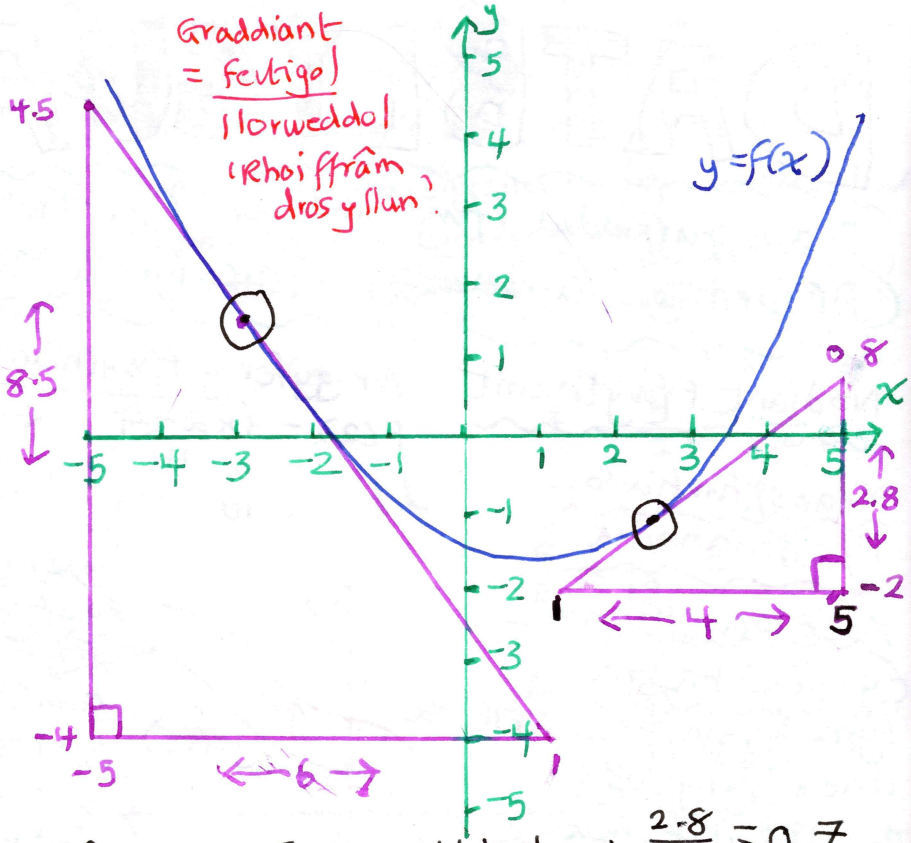


12 FIDEO ADOLYGU AR YOUTUBE

Fel canllaw cyffredinol, mae angen dilyn beth sy'n digwydd y tu allan i gromfach, a dadwneud unrhyw beth sy'n digwydd y tu mewn i gromfach. E.e. dilyn $y=f(x)+5$ a symud 5 uned i fyny, ond dadwneud $y=f(x+4)$ a symud 4 uned ir chwith.

Cyn-Galcwlws

O gael ffwythiant aflinol (ffwythiant nad yw'n llinell syth), mae tangiad i bwynt penodol ar y ffwythiant yn llinell sy'th sy'n cyfarfod y pwynt fel bod graddiant y tangiad yn hafal i raddiant y ffwythiant ar y pwynt hwnnw.



Ar gyfer y graff ar y dde, os yw $x = -3$, y graddiant yw $\frac{-8.5}{6} = -1.42$ i 2 le degol. Os yw $x = 2.5$, y graddiant yw $\frac{2.8}{4} = 0.7$

Mae graddiant y tangiad yn rhoi gyfradd newid ar gyfer y pwynt o dan sylw. Hynny yw, mae'n cynrychioli faint mae'r newidyn ar yr echelin fertigol (y) yn newid mewn perthynas ag un uned o'r newidyn ar yr echelin lorweddol (x).

Graffiau Teithio Mae pellter a dadleoliad yn mesur pa mor bell y mae gwrthrych o darddbwynt penodol, ond mae dadleoliad yn cymryd i ystyriaeth y cyfeiriad teithio yn ogystal â'r pellter o'r tarddbwynt. Felly gall dadleoliad fod yn basitif neu yn negatif (mae'n fesur fector), ond gall pellter fod yn basitif yn unig (mae'n fesur sgalar).

Buanedd = $\frac{\text{pellter}}{\text{Amser}}$ (Mesur Sgalar)

Cyflymder = $\frac{\text{Dadleoliad}}{\text{Amser}}$ (Mesur Fector)

Cyflymiad = $\frac{\text{Cyflymder}}{\text{Amser}}$ (Mesur Fector)

Yn yr holl ffracsiynau yma, mae angen darganfod y newid yn y nifiadur a'r newid yn yr enwadur wrth eu defnyddio.

Y cyflymder yw graddiant graff pellter-amser neu ddadleoliad-amser.
Y cyflymiad yw graddiant graff buanedd-amser neu gyflymder-amser
Yr arwynebedd o dan graff cyflymder-amser yw'r pellter a deithiwyd.

Unedau	Dadleoliad	Amser	Cyflymder	Cyflymiad
	Metr (m)	Eiliad (s)	Metr yr eiliad (m/s)	Metr yr eiliad yr eiliad, neu metr yr eiliad sgwâr (m/s^2)
	Milltir (mi)	Awr (h)	Milltir yr awr (mya neu mph)	Milltir yr awr sgwâr (mya^2 neu mph^2) neu milltir yr awr yr eiliad.

Gall yr union uned ddibynnu ar y math o graff cyflymder-amser o dan sylw

20 cwestiwn arweiniad Diagnostic Questions

Yr Arwynebedd Rhwng Graff a'r Echelin-x

DULL 1: Darganfod arwynebedd siapiau gwahanol.

Cwestiwn: Defnyddiwch y mesurynnau $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$ ac $x=5$ i amcangyfrif yr arwynebedd sydd â'r gromlin $y=\frac{10}{x}$ a'r echelin-x, rhwng $x=1$ ac $x=5$, ynffin iddo.

Yr amcangyfrif ar gyfer yr arwynebedd rhwng y gromlin a'r echelin–x yw cyfanswm arwynebedd y pedwar trapesiwm.

A

$5+10=15$

$15\div 2=7.5$

$7.5\times 1=7.5$

B

$5+\frac{10}{3}=\frac{25}{3}$

$\frac{25}{3}\div 2=\frac{25}{6}$

$\frac{25}{6}\times 1=\frac{25}{6}$

C

$\frac{10}{3}+2.5=\frac{35}{6}$

$\frac{35}{6}\div 2=\frac{35}{12}$

$\frac{35}{12}\times 1=\frac{35}{12}$

D

$2.5+2=4.5$

$4.5\div 2=2.25$

$2.25\times 1=2.25$

Ateb terfynol: $7.5+\frac{25}{6}+\frac{35}{12}+2.25=\frac{101}{6}$ **uned sgwâr (neu 16.8̇3)**



DULL 2 Defnyddio fformiwla Rheol y Trapesiwm

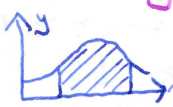
$\frac{1}{2}h\{y_0+y_n+2(y_1+y_2+y_3+\cdots+y_{n-1})\}$

→ h yw uchder bob trapesiwm unigol; $y_0, y_1, \ldots, y_n$ yw gwerth y ffwythiant ar gyfer y mesurynnau $x_0, x_1, \ldots, x_n$.

Uchod, mae $y_0=10$, $y_1=5$, $y_2=\frac{10}{3}$, $y_3=2.5$, $y_4=2$

Felly'r arwynebedd gan ddefnyddio Rheol y Trapesiwm yw $\frac{1}{2}\times 1\times\{10+2+2(5+\frac{10}{3}+2.5)\}=\frac{101}{6}$ uned sgwâr.

Weithiau, mae gan yr arwynebedd rhwng graff a'r echelin-x ystyr arbennig. Graff cyflymder–amser: Pellter a deithiwyd.



Graff cyfradd llenwi tanc petrol – amser: Cyfaint y petrol.

Graff cyfradd llenwi blynyddol – amser mewn blynyddoedd: Cyfansymyrenillion.

Yn gyffredinol, maer arwynebedd rhwng y graff a'r echelin-x yn cynrychioli'r mesuriad sydd efo'r uned a roddir trwy luosi'r uned ar yr echelin fertigol gyda'r uned ar yr echelin lorweddol.

Newid Testun Pellach

Cwestiwn ble mae'r testun yn ymddangos mwy nag unwaith yn y fformiwla:

Gwnewch r yn destun y fformiwla $5(r+3t)=7(2-6r)$

$5(r+3t)=7(2-6r)$

$5r+15t=14-42r$ [Ehangu cromfachau]

$47r+15t=14$ [Adio $42r$]

$47r=14-15t$ [Tynnu $15t$]

$r=\frac{14-15t}{47}$ [Rhannu efo 47]

Gwnewch y yn destun y fformiwla $5y-3z=yz+3w$.

$5y-3z=yz+3w$

$5y-3z-yz=3w$ [Tynnu yz]

$5y-yz=3w+3z$ [Adio $3z$]

$y(5-z)=3(w+z)$ [Ffactorio]

$y=\frac{3(w+z)}{5-z}$ [Rhannu efo $5-z$]

Ceisiwch ysgrifennu sylwebaeth (fel y dangosir mewn cromfachau sgwâr yma) i egluro y camau rydych yn eu cymryd.

Efallai bydd mwy nag un ffordd o ateb cwestiwn ôr math yma – efallai ni fydd eich ateb yn cytuno efo'r un yn y cynllun marcio.

Y Fformiwla Gwadratig

Mae datrysiadau $ax^2+bx+c=0$ lle bo $a\neq 0$ yn cael eu rhoi gan y fformiwla gwadratig $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Mae'r symbol $\pm$ yn golygu 'plus neu minus'. Os yw $b^2-4ac<0$ nid oes datrysiadau real. Talgrynnwch eich atebion i 2 le degol ary diwedd.

Datrysuch: (a) $3x^2+8x+2=0$ (b) $3x^2-8x+2=0$ (c) $3x^2+8x+6=0$

(a) $a=3,\ b=8,\ c=2$

$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times3\times2}}{2\times3}$

$x=\frac{-8\pm\sqrt{64-24}}{6}$

$x=\frac{-8\pm\sqrt{40}}{6}$

Naill ai $x=\frac{-8+\sqrt{40}}{6}$

$x=-0.28$ i 2 ld

Neu $x=\frac{-8-\sqrt{40}}{6}$

$x=-2.39$ i 2 l.d.

(b) $a=3,\ b=-8,\ c=2$

$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times3\times2}}{2\times3}$

$x=\frac{8\pm\sqrt{64-24}}{6}$

$x=\frac{8\pm\sqrt{40}}{6}$

Naill ai $x=\frac{8+\sqrt{40}}{6}$

$x=2.39$ i 2 l.d.

Neu $x=\frac{8-\sqrt{40}}{6}$

$x=0.28$ i 2 l.d.

(c) $a=3,\ b=8,\ c=6$

$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times3\times6}}{2\times3}$

$x=\frac{-8\pm\sqrt{64-72}}{6}$

$x=\frac{-8\pm\sqrt{-8}}{6}$

Pim datrysiadau real (mae $b^2-4ac<0$, $-8<0$)

(MATH ERROR ar gyfrifiannell)

Mae'r fformiwla gwadratig yn cael ei roi ar dudalen 2 papur arholiad TGAU.

Ffracsiynau Algebraidd

Ysgrifennwch $\frac{2x+3}{x-3}-\frac{x-2}{x-5}$ fel ffracsiun sengl.

DULL 1 Y Dull Traddodiadol

$\frac{2x+3}{x-3}-\frac{x-2}{x-5}$

$=\frac{(2x+3)(x-5)}{(x-3)(x-5)}-\frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-5)}$

$=\frac{(2x^2-10x+3x-15)-(x^2-3x-2x+6)}{(x-3)(x-5)}$

$=\frac{(2x^2-7x-15)-(x^2-5x+6)}{(x-3)(x-5)}$

$=\frac{x^2-2x-21}{(x-3)(x-5)}$ ← gwirionchar y diwedd nid oes posib ffactorio'n bellach (ddim yn bosibyma)

DULL 2 Dull y gneuen ddaear

FFRACSIWN I ATF

		$2x+3$	$x-3$
2IL FFRACSIWN	$x-2$	×	$(x-2)(x-3)$
	$x-5$	$(x-5)(2x+3)$	$(x-5)(x-3)$

$(x-5)(2x+3)-(x-2)(x-3)$

$=(2x^2+3x-10x-15)-(x^2-3x-2x+6)$

$=(2x^2-7x-15)-(x^2-5x+6)$

$=x^2-2x-21$

Ateb: $\frac{x^2-2x-21}{(x-5)(x-3)}$

Hen Gwestiynau Arholiadau gael ar mathemateg.com

Datrysuch $\frac{6}{x-4}=\frac{5}{x-3}$

$\frac{6(x-3)}{x-4}=5$ [Lluosi efo $x-3$]

$6(x-3)=5(x-4)$ [Lluosi efo $x-4$]

$6x-18=5x-20$ [Ehangu]

$x-18=-20$ [Tynnu $5x$]

$x=-2$ [Adio 18]

Datrysuch $\frac{2x-1}{3}+\frac{x-2}{6}=\frac{3x}{4}$

Y cyfenwadur lleiaf yw 12.

$12\left(\frac{2x-1}{3}\right)+12\left(\frac{x-2}{6}\right)=12\left(\frac{3x}{4}\right)$ [Lluosi efo 12]

$4(2x-1)+2(x-2)=3(3x)$ [symleiddio]

$8x-4+2x-4=9x$ [Ehangu cromfachau]

$10x-8=9x$ [Casglu Termau]

$x=8$ [Adio 8; Tynnu $9x$]

Datrysuch $\frac{2x}{x-3}-\frac{x}{x-2}=6$. Y cyfenwadur lleiaf yw $(x-3)(x-2)$.

$\left(\frac{2x}{x-3}\right)(x-3)(x-2)-\left(\frac{x}{x-2}\right)(x-3)(x-2)=6(x-3)(x-2)$ [Lluosi efo $(x-3)(x-2)$]

$2x(x-2)-x(x-3)=6(x-3)(x-2)$ [Symleiddio]

$2x^2-4x-x^2+3x=6(x^2-2x-3x+6)$ [Ehangu]

$x^2-x=6(x^2-5x+6)$ [Casglu Termau]

$x^2-x=6x^2-30x+36$ [Ehangu]

$0=5x^2-29x+36$

$0=(5x-9)(x-4)$

Naill ai $5x-9=0$ neu $x-4=0$

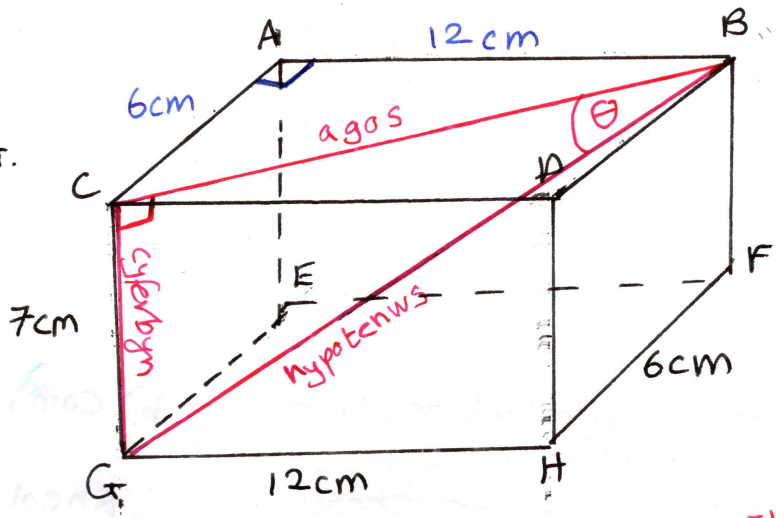
$x=\frac{9}{5}$ $x=4$

Mesur Siapiau 5

Trigonometreg 3-D. Y Rheol sin, Y Rheol Cosin. Arwynebedd Triongl. Graffiau Trigonometreg

Trigonometreg 3-D

Cyfrifwch faint yr ongl $C\hat{B}G$.



a) Darganfod hyd BC efo Theorem Pythagoras.

$6^2 = 36$

$12^2 = +144$

180

$BC = \sqrt{180}$ cm

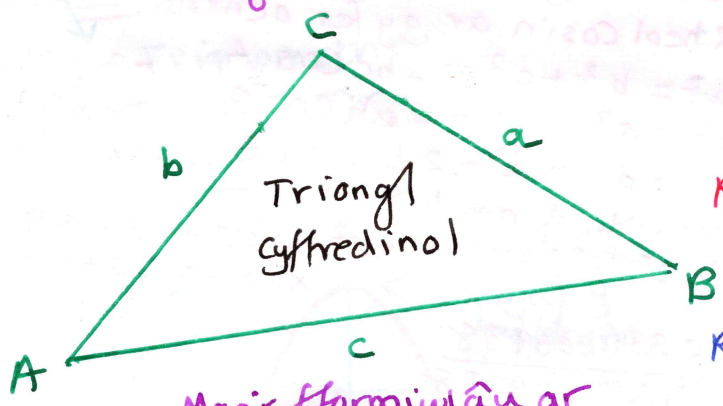
b) Cyfrifo maint yr ongl. $\tan\theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{agos}}$, $\tan\theta = \frac{7}{\sqrt{180}}$, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{180}}\right)$

$\theta = 27.55^\circ$ i 2 le degol

Cofiwch am SOHCAHTOA!

Y Rheol Sin, Y Rheol Cosin

Maer rheol sin a'r rheol cosin yn caeleu defnyddio i gyfrifo maint ochrau ac onglau mewn trionglau nad ydynt drionglau ongl sgwâr.



Maer fformiwlâu ar gyfer darganfod ochrau yn cael eu rhoi ar dudalen 2 papur arholiad TGAU.

Rheol Sin ar gyfer darganfod hydoedd:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Rheol Sin ar gyfer darganfod onglau:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Rheol Cosin ar gyfer darganfod hydoedd:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Rheol Cosin ar gyfer darganfod onglau:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Cylchwch y newidynnau gan ddefnyddio a, b, c i gael fersiynau amgen o'r fformiwlâu uchod ar gyfer Rheol Cosin.

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

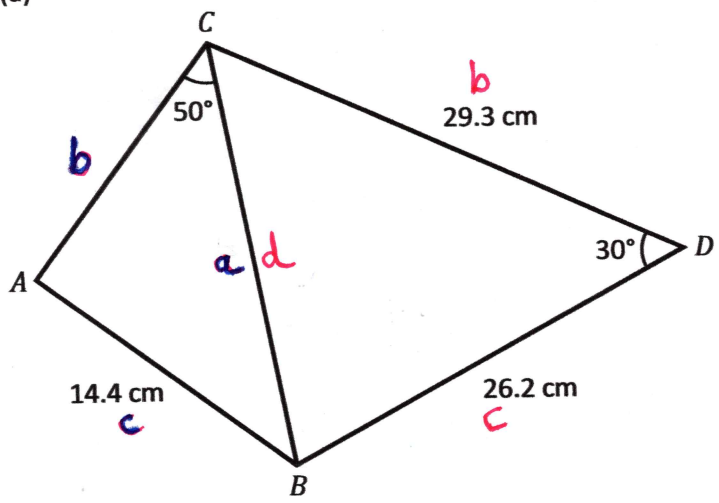
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Neu gallwch ddefnyddio newidynnau gwahanol e.e. D a d ynlle C ag c

Enghreifftiau

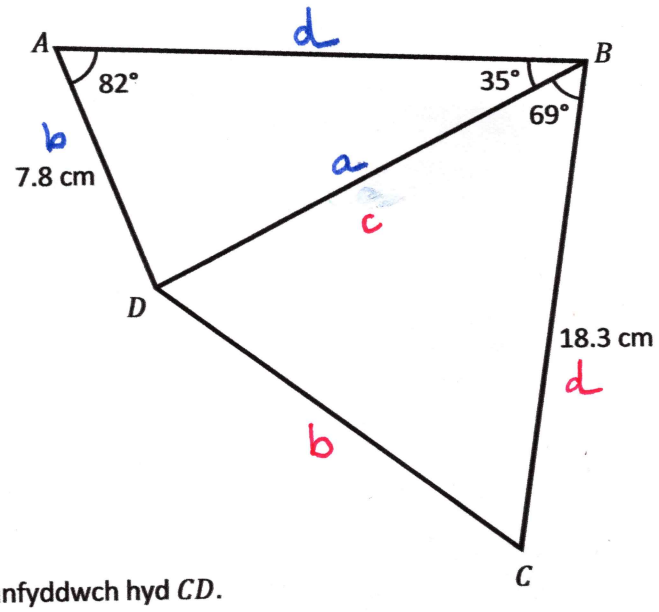
20 cwestiwn adolygu ar wefan DIAGNOSTIC QUESTIONS

(a)



Darganfyddwch faint $C\hat{A}B$.

(b)



Darganfyddwch hyd CD.

a) Cam 1: Cyfrifo hyd yr ochr gyffredin BC.

Rheol cosin ar gyfer ochrau:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$d^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos D$

(newid D, d am A, a)

$d^2 = 29.3^2 + 26.2^2 - 2\times29.3\times26.2\times\cos 30^\circ$

$d^2 = 215.3038771$

$d = \sqrt{215.3038771}$

$d = 14.67323676$ cm

Peidiwch â thalgrynnu ar gamau sum, dim ond ar y diwedd

Cam 2: Cyfrifo maint ongl $C\hat{A}B$.

Rheol Sin ar gyfer onglau:

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$\frac{\sin A}{14.67323676} = \frac{\sin 50^\circ}{14.4}$

$\sin A = \left(\frac{\sin 50^\circ}{14.4}\right)\times 14.67323676$

$\sin A = 0.780579964 2$

$A = \sin^{-1}(0.780579964 2)$

$A = 51.31^\circ$ i 2 le degol

Rheol Sin neu Rheol Cosin?

b) Cam 1: Cyfrifo hyd yr ochr gyffredin BD

Rheol sin ar gyfer ochrau:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{d}{\sin D}$

Croesi i ffwrdd gan nad ydym yn gwybod d na D

$\frac{a}{\sin 82^\circ} = \frac{7.8}{\sin 35^\circ}$

$a = \left(\frac{7.8}{\sin 35^\circ}\right)\times\sin 82^\circ$

$a = 13.46654159$ cm

Cylchu o amgylch y newidynnau

Cam 2: Cyfrifo hyd CD.

Rheol Cosin ar gyfer ochrau:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

$b^2 = c^2 + d^2 - 2cd\cos B$

(newid d am a)

$b^2 = 13.46654159^2 + 18.3^2 - 2\times13.46654159\times18.3\times\cos 69^\circ$

$b^2 = 339.606988$

$b = \sqrt{339.606988}$

$b = 18.43$ cm i 2 le degol

Mae hwn yn synhwyrol. Byddai atebion 0.18 cm neu 184.3 cm oddi yn synhwyrol.

Mae'r Rheol Sin yn gweithio ar gyfer unrhyw driongl lle rydym yn gwybod

- Hydoedd dwy ochr ac ongl nad yw rhwng y ddwy ochr
- Hyd un ochr a meintiau unrhyw ddwy ongl (gan fod hynny'n golygu ein bod yn gwybod mewn gwirionedd y tair ongl).

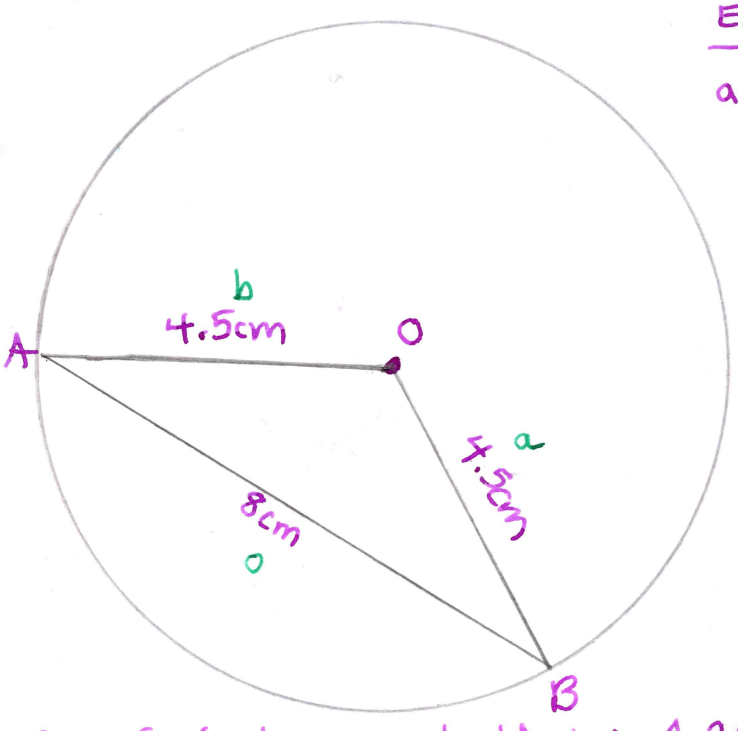
Mae'r Rheol Cosin yn gweithio ar gyfer unrhyw driongl lle rydym yn gwybod

- Hydoedd y tair ochr
- Hydoedd dwy o'r ochrau a maint yr ongl sydd rhwng yr ochrau.

← Darganfyddwch 3edd ongl triongl mewn cwestiwn-efallai bydd hyn yn eich helpu...

Arwynebedd Triongl

Ar gyfer triongl cyffredinol efo onglau A, B, C ac ochrau cyfatebol a, b, c, arwynebedd y triongl yw $\frac{1}{2}ab\sin C$ neu $\frac{1}{2}bc\sin A$ neu $\frac{1}{2}ac\sin B$. (Maer fersiwn cyntaf ar dudalen 2 papur arholiad TGAU.)



Enghraifft

a) Darganfyddwch faint yr ongl $A\hat{O}B$.

Rheol Cosin ar gyfer ochrau:

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos O = \frac{b^2+c^2-o^2}{2bc}$$ (Newid O, o am A, a)

$$\cos O = \frac{4.5^2+4.5^2-8^2}{2\times 4.5\times 4.5}$$

$$\cos O = -0.580246913$$

$$O = \cos^{-1}(-0.580246913)$$

$$O = 125.4679111^\circ$$

$$O = 125.47^\circ \text{ i 2 le degol}$$

b) Cyfrifwch arwynebedd triongl OAB.

Arwynebedd $= \frac{1}{2}ab\sin C$

$= \frac{1}{2}ab\sin O$ (Newid O am C)

$= \frac{1}{2}\times 4.5\times 4.5\times \sin(125.4679111^\circ)$

$= 8.24621125|$

$= 8.25\text{cm}^2$ i 2 le degol

c) Cyfrifwch arwynebedd y segment lleiaf AB.

Arwynebedd sector AOB

$= \frac{125.4679111^\circ}{360^\circ}\times \pi \times 4.5^2$

$= 22.17201006\text{cm}^2$

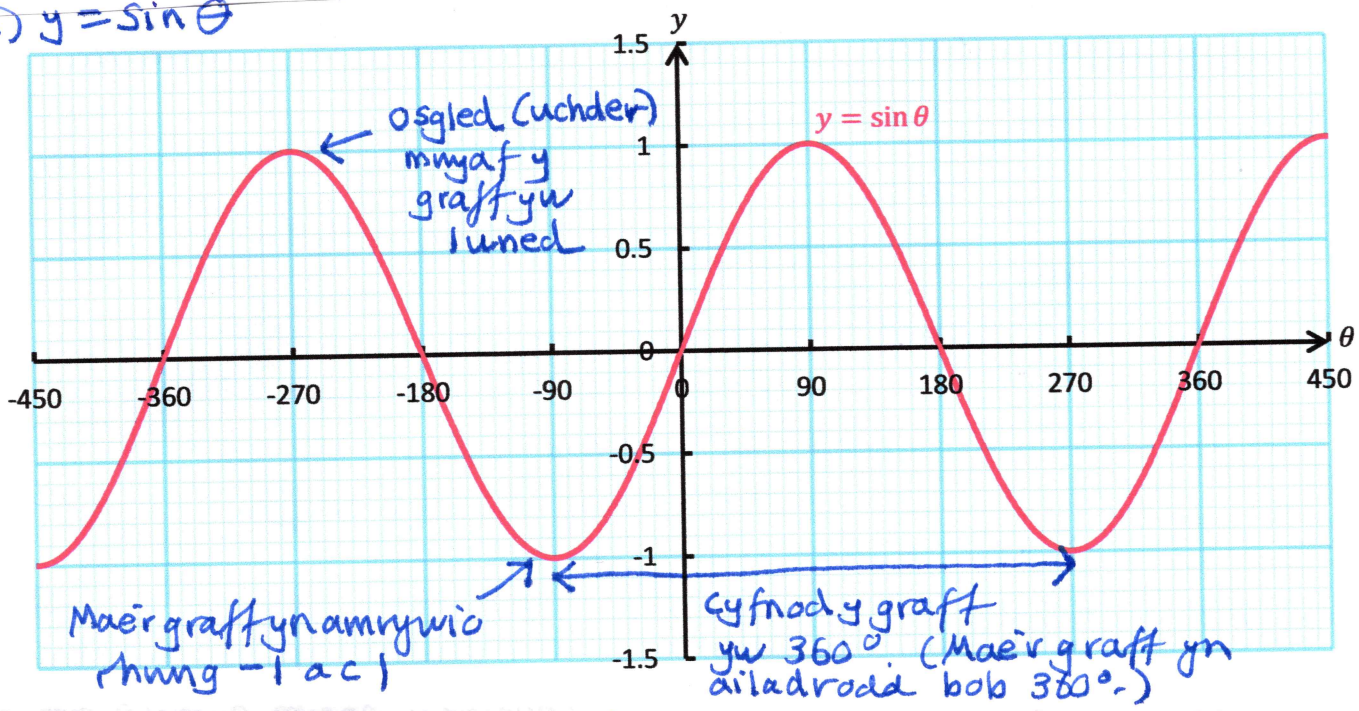
Arwynebedd segment AB

$= 22.17201006 - 8.24621125|$

$= 13.93\text{cm}^2$ i 2 le degol

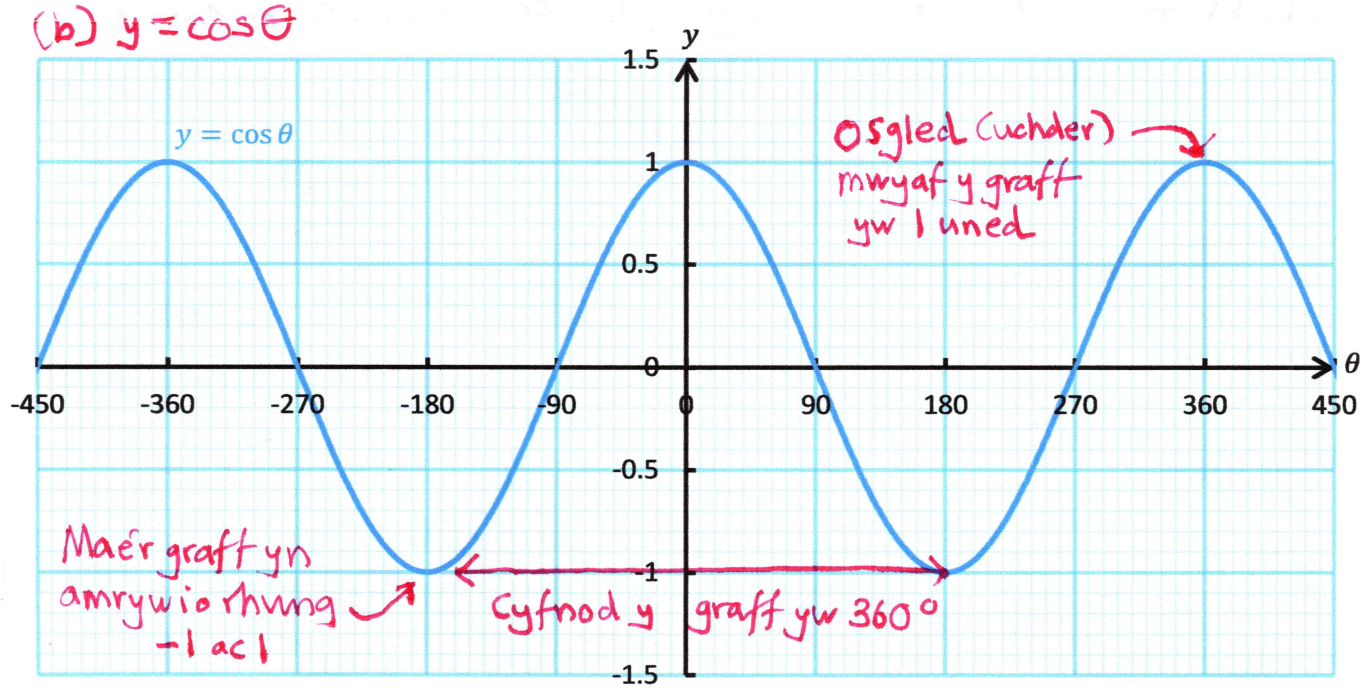
Graffiau Trigonometrig

(a) $y = \sin\theta$

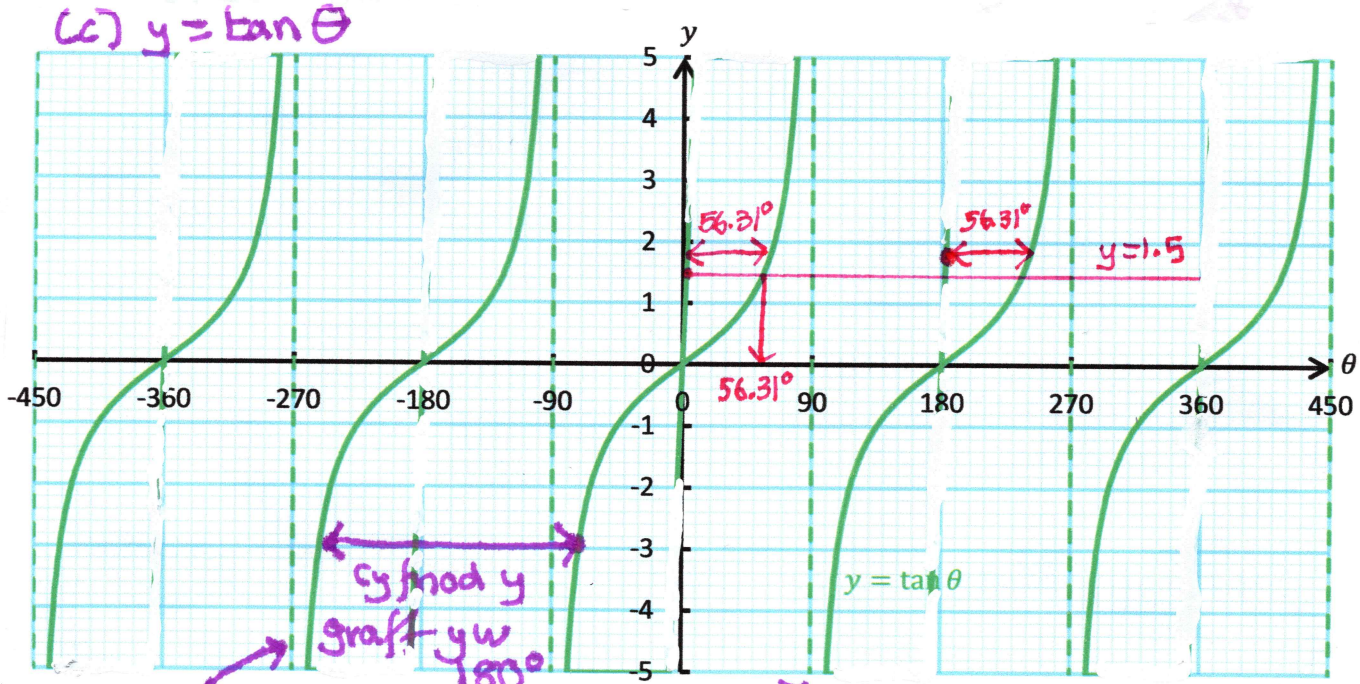


Mae angen copio siapiau y graffiau trigonometrig, os yw'r papur arholiad yn bapur cyfrifiannell, defnyddiwch TABLE MODE i helpu os ydych yn sty'c a methu copio siap y graffiau.

(b) $y = \cos\theta$



(c) $y = \tan\theta$



Mae gan y graff asymptotau bob 180°

Nid yw osgled y graff wedi'i ddiffinio - mae'n amrywio rhwng $-\infty$ a ∞.

Datrys Ita faliadau Trigonometreg

Cyfrifwch holl ddatrysiadau $\tan(x) = 1.5$ rhwng 0° a 360°.

Mae'r cyfrifiannell yn rhoi un ateb posib: $x = \tan^{-1}(1.5)$

$x = 56.31°$ i 2 le degol

Gallwn ffeindio datrysiadau eraill trwy ddefnyddio gymesuredd (a natur ailadroddus) $y = \tan(x)$. Ar y graff uchod, mae $y = 1.5$ wedi'i lunio rhwng 0° a 360°. Mae ail ddatrysiad i'w weld:

$x = 180° + 56.31°$

$x = 236.31°$ i 2 le degol

Trawsffurfiadau Ffwythiannau

E.e. $y = \sin(x) + 3$

Symud graff $y = \sin(x)$ i fyny 3 uned

$y = \cos(x + 45°)$

Symud graff $y = \cos(x)$ i'r chwith gan 45°

$y = \tan(2x)$

cywasgu i gyfeiriad yr echelin-x, ffactor graddfa $\frac{1}{2}$.

Gweler y pecyn gwaith am fwy o enghreifftiau.

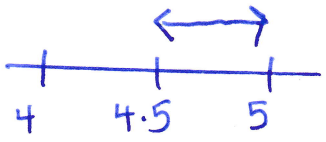
DIWEDD BLWYDDYN 11

Cynnig a Gwella (Gwaith Cyfrifiannell)

Datrysuch $x^2-4x-3=0$ gan ddefnyddio dull cynnig a gwella, i rhif cyfan agosaf

Cynnig	Ateb	Rhy fach/ Rhy faur?
4	-3	Rhy fach
5	2	Rhy faur
4.5	-0.75	Rhy fach

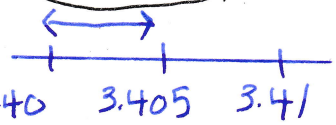
TABLE MODE



I rhif cyfan agosaf, yr ateb yw $x=5$

Datrysuch $x^3-6x-19=0$ gan ddefnyddio dull cynnig a gwella, i ddau le degol.

Cynnig	Ateb	Rhy fach/ Rhy faur?
3	-10	Rhy fach
4	21	Rhy faur
3.4	-0.096	Rhy fach
3.5	2.875	Rhy faur
3.41	0.191821	Rhy faur
3.405	0.047655125	Rhy faur



I 2 le degol, yr ateb yw $x=3.40$

AER, APR

APR = Cyfradd Ganrannol Flynyddol (Annual Percentage Rate). Mae APR yn cael ei ddefnyddio ar gyfer cyfrifon ble maen rhaid talu am y cyfrif neu mae yna gostau ychwanegol yn gysylltiedig â'r cyfrif. Ar gyfer cyfrif cynilo,

$$APR = \frac{\text{Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn} - \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Ar gyfer cyfrif benthyg arian,

$$APR = \frac{\text{Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn} + \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Felarfer, mae AER yn cael ei ddefnyddio efo cyfrifon cynilo (dim costau felarfer) ac APR efo cyfrifon benthyg arian (costau felarfer)

E.e. Morgais, cerdyn credyd, benthyciad o'r banc

Enghraifft: Mae Deiniol yn bwriadu benthyg £12,000 o gwmni Loan King. Maer cwmnin codi cyfradd llog 2% bob chwarter, ac efo Êal misol o £5 am ddefnyddior cyfrif. Beth yw'r gyfradd APR?

Ateb: Mae 4 cyfnod adlogi'n ystod y flwyddyn. $12000\times 102\%^4 = £12989.19$ i'r geiniog agosaf. Felly, mae $12989.19-12000 = £989.19$ o log wedi'i gronni mewn blwyddyn. $APR = \frac{989.12+5\times 12}{12000} \times 100\%$

$= 8.74\%$ i 2 le degol

AER, APR

AER = Cyfradd Gyweth Flynyddol (Annual Equivalent Rate). Mae'n cael ei ddefnyddio i nodi'r llog canrannol a enillir mewn cyfnod o un flwyddyn. Mae'n ein galluogi i gymharu cyfrifon sy'n talu llog ar adegau gwahanol, ee. bob mis, bob chwarter, bob 6 mis.

Yn cael ei roi ar dudalen 2 papur arholiad TGAU

Mae AER, fel degolyn, yn cael ei chyfrifo gan ddefnyddio'r fformiwla $\left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1$. Yma i yw'r gyfradd llog enwol y flwyddyn fel degolyn ac n yw nifer y cyfnodau adlogi y flwyddyn.

Enghraifft: Cyfrifwch yr AER ar gyfer cyfrif cynilo lle mae llog o 1.7% yn cael ei dalu bob mis.
Mae 12 cyfnod adlogi yn ystod y flwyddyn. Y gyfradd llog enwol y flwyddyn yw $1.7\% \times 12 = 20.4\%$. Fel degolyn, mae hwn yn 0.204. $AER = \left(1+\frac{0.204}{12}\right)^{12} - 1$

NEU: $101.7\%^{12} - 1$

$= 0.224173501$

$= 22.42\%$, i 2 le degol

↳ O fuddsoddi £2,000 i mewn i'r cyfrif yma, byddai arian yn werth $2000 \times 122.4241973510\%$ ← defnyddio'r ganran cyn ei dalgrynnu i sicrhau ateb manwl gywir.

$= £2,448.39$ ar ddiwedd flwyddyn gyntaf.

Enghraifft: Pedair blynedd yn ôl, rhoddodd Tudur swm o arian mewn cyfrif cynilo ym manc Santander ar AER o 2.7%. Mae'r arian nawr yn werth £4,449.81. Beth fyddai isafsum galwai Tudur fod wedi ei fuddsoddi i gyflawni hyn?

Ateb: $? \times 102.7\%^4 = £4,449.81$

$? = £4,449.81 \div 102.7\%^4$

$? = £4,000.00$ i'r geiniog agosaf

Dull Amgen o gyfrifo AER:

$$AER = \frac{\text{Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Cronni = Accrue

Enghraifft: Cyfrifwch yr AER ar gyfer cyfrif cynilo lle mae llog o 2.3% yn cael ei dalu bob chwarter. Ateb: Dychmygwch ein bod yn buddsoddi £1,000 i mewn i'r cyfrif cynilo yma. Gwerth yr arian ar ôl blwyddyn yw $1000 \times 102.3\%^4 = £1,095.22$, i'r geiniog agosaf. Felly'r llog sydd wedi'i gronni dros un flwyddyn yw £1,095.22 − £1,000 = £95.22. Felly'r AER yw $\frac{95.22}{1000} \times 100\% = 9.5\%$ i'r ail le degol

I gwirio'r ateb efo'r fformiwla ar dudalen 2:

$AER = \left(1+\frac{0.092}{4}\right)^4 - 1$

$= 0.095222947\,84$

$= 9.5\%$ i 2 le degol

Wrth gymharu cyfrifon cynilo gwahanol efo'i gilydd, chwiliwch am y gyfradd AER sydd uchaf.

YPO®
To re-order contact YPO on 01924 834834
www.ypo.co.uk
made with care in the UK
from sustainable sources
Silvine