



**Mathemateg**

**Blwyddyn 11**





Testun	Mathemateg	Hyd	Haenau	Rhif y Dudalen
<b>01 Datblygu Algebra 3</b>	(a) Yr Adran Fathemateg (b) Cyfrannedd Union a Gwrthdro. (c) Hafaliadau Cyfrannedd. (ch) Nfed Term Cwadratig. (d) Anhafaleddau. (dd) Rhanbarthau Graff.	4–6 wythnos	C, U	5
<b>02 Mesur Siapiau 4</b>	(a) Siapiau Cyfath. (b) Onglau Mewn Polygonau. (c) Theoremau'r Cylch. (ch) Trawsffurfiadau.	4 wythnos	S, C, U	37
<b>03 Datblygu Tebygolrwydd</b>	(a) Amllder Cymharol. (b) Digwyddiadau Cyfunol. (c) Diagramau Canghennog.	4 wythnos	S, C, U	59
<b>04 Datblygu Algebra 4</b>	(a) Trawsffurfiadau Ffwythiannau. (b) Cyn-Galcwlws. (c) Newid Testun Pellach. (ch) Y Fformiwla Gwadratig. (d) Ffracsiynau Algebraidd.	5–6 wythnos	U	81
<b>05 Mesur Siapiau 5</b>	(a) Trigonometreg 3–D. (b) Y Rheol Sin, Y Rheol Cosin. (c) Arwynebedd Triongl. (ch) Graffiau Trigonometrig.	4 wythnos	U	109
<b>06 Diwedd Blwyddyn 11</b>	(a) Cynnig a Gwella. (b) AER, APR.	3 wythnos	C, U	133





Yr Adran Fathemateg

11

Datblygu

Algebra 3

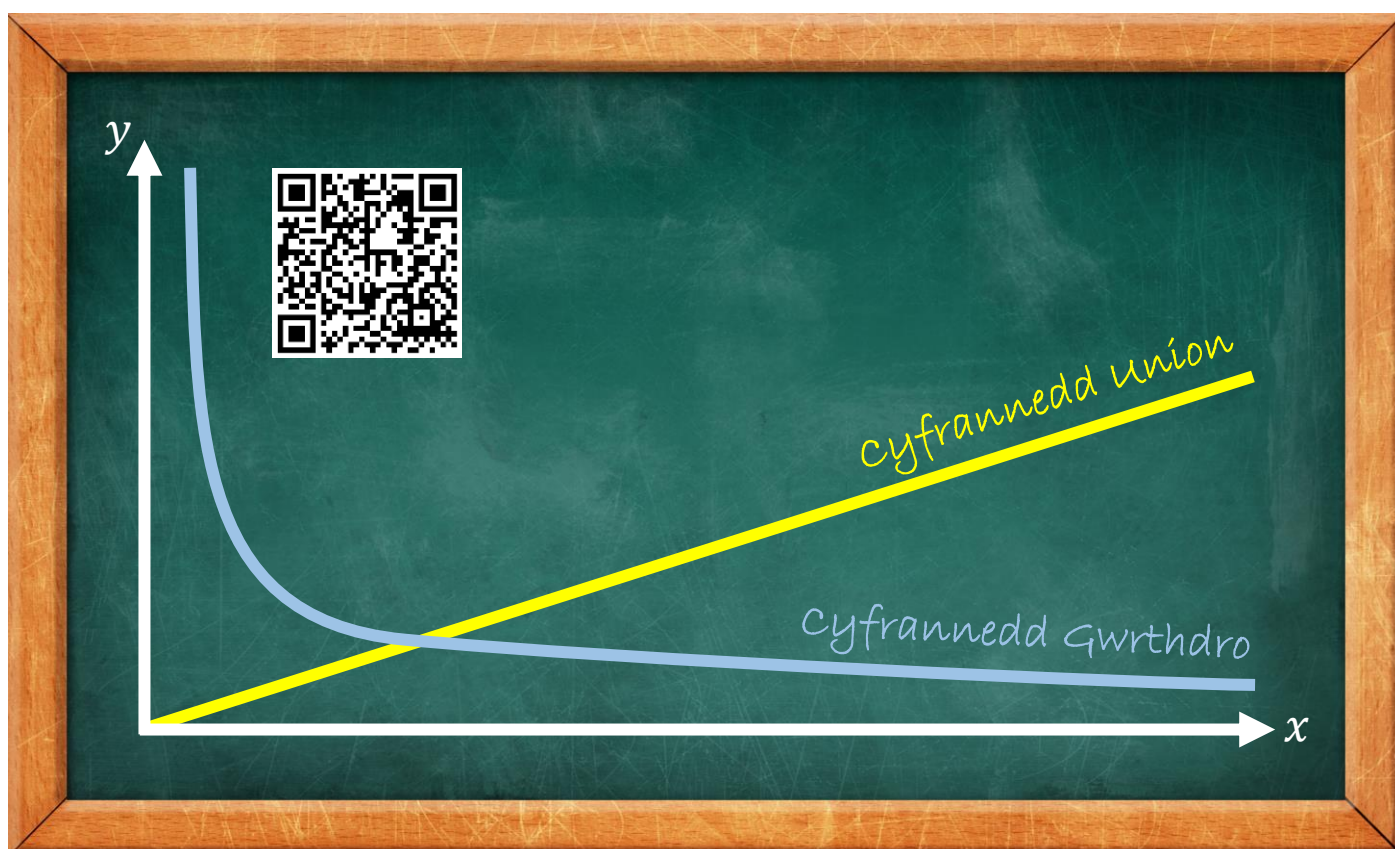
Haen Uwch

Enw:



## Cynnwys

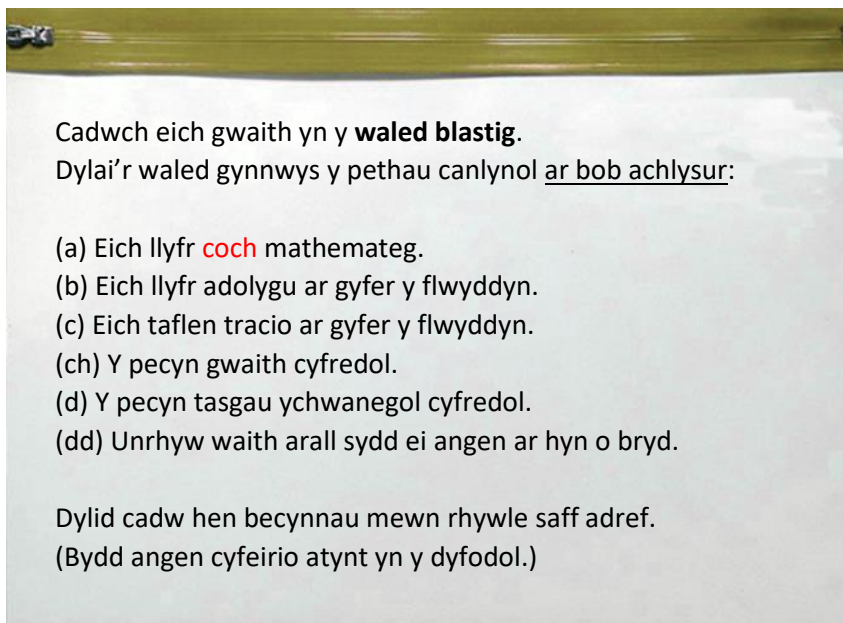
Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Yr Adran Fathemateg	Edrych ar ôl eich gwaith. Cynnwys y pecynnau. Taith ddysgu mathemateg.	3
Cyfrannedd Union a Gwrthdro	Cyfrannedd Union. Cyfrannedd Gwrthdro. Mwy nag un Cyfrannedd. Graffiau Cyfrannedd.	6
Hafaliadau Cyfrannedd	<b>Cyfrannedd Union. Cyfrannedd Gwrthdro. Darganfod Hafaliadau Cyfrannedd.</b>	13
Nfed Term Cwadratig	Nfed Term Llinol. Y Gwahaniaeth Cyntaf. Dilyniannau Cwadratig Syml. Dilyniannau Cwadratig Mwy Cymhleth.	17
Anhafaeddau	Symbolau Anhafaeddau. Anhafaeddau ar Linell Rif. Datrys Hafaliadau. Datrys Anhafaeddau.	21
Rhanbarthau Graff	Adolygu plotio graffiau o'r ffurf $x = a$ ag $y = b$ . Adolygu plotio graffiau o'r ffurf $y = mx + c$ . Plotio graffiau o'r ffurf $ax + by + c = 0$ . <b>Lliwio Rhanbarthau.</b>	26



## Yr Adran Fathemateg

Croeso'n ôl i flwyddyn 11! Dyma atgoffyn o'r canllawiau ar gyfer edrych ar ôl eich gwaith.

- Ar gychwyn bob gwers, ysgrifennwch "Gwaith Dosbarth", y dyddiad a theitl addas ar gyfer y gwaith. Dylid tanlinellu bob un o'r rhain.
- Ni ddylid gadael tudalennau gwag yn y llyfr gwaith.
- Lluniwch ddiagramau efo pensil a, lle bo'n briodol, efo'r offer cywir, e.e. pren mesur, onglydd, cwmpas.
- Dangoswch eich gwaith cyfrifo yn llawn.
- Cofiwch gynnwys unedau perthnasol yn eich atebion, e.e. cm, £, ml.



Cadwch eich gwaith yn y **waled blastig**.  
Dylai'r waled gynnwys y pethau canlynol ar bob achlysur:

(a) Eich llyfr **coch** mathemateg.  
(b) Eich llyfr adolygu ar gyfer y flwyddyn.  
(c) Eich taflen tracio ar gyfer y flwyddyn.  
(ch) Y pecyn gwaith cyfredol.  
(d) Y pecyn tasgau ychwanegol cyfredol.  
(dd) Unrhyw waith arall sydd ei angen ar hyn o bryd.

Dylid cadw hen becynnau mewn rhywle saff adref.  
(Bydd angen cyfeirio atynt yn y dyfodol.)

### Offer

- Beiros du, **coch** a **glas**.
- Pensil HB.
- Pren mesur (un 30 cm yn well).
- Chwalwr.
- Onglydd.
- Cwmpas.
- Cyfrifiannell wyddonol (Casio fx-83GTCW).
- Amlygwr.

### Y Llyfr Adolygu

Hwn fydd sail eich gwaith adolygu ar gyfer eich arholiadau TGAU.

- Llenwch o leiaf 4 tudalen yn eich llyfr adolygu ar gyfer bob uned o waith.
- Dylech gynnwys y pethau fyddwch angen yn y dyfodol ar gyfer cofio gwaith y pecyn yn sydyn. Gall hyn gynnwys nodiadau am y gwaith; enghreifftiau; ffeithiau pwysig; posterï adolygu.

### Pecynnau

Cewch 1 copi o'r pecyn gwaith ag 1 copi o'r pecyn tasgau ychwanegol ar gychwyn bob uned newydd o waith. (Os collwch y pecyn, bydd un newydd yn costio 50c.)

Mae copi Saesneg o'r pecyn, a llawer o ddeunyddiau eraill yn cefnogi'r pecyn, ar gael ar wefan yr adran, [www.mathemateg.com](http://www.mathemateg.com)

## Cynnwys y Pecynnau



Pan welwch cod QR (fel yr un ar y chwith), defnyddiwch ap ar eich dyfais symudol i'w sganio a chyrraedd fideo ar ein sianel YouTube.

[www.youtube.com/adolygumathemateg](http://www.youtube.com/adolygumathemateg)

Mae llythrennau mewn cylchoedd, fel **C**, yn dangos haen y gwaith yn y fanyleb TGAU.

Haen	Sylfaenol	Canolradd	Uwch
Graddau TGAU	U, G, F, E, D	U, E, D, C, B	U, C, B, A, A*

Mae'r holl becynnau'n cynnwys amryw o ymarferion, wedi'u labelu fel yma.



**Sgîl**

Ymarferion ar dopig newydd.



**Defnyddio**

Datrys problem neu ateb cwestiwn mewn cyd-destun.



**Ymestyn**

Cwestiwn anoddach.



**Adolygu**

Adolygu testun o becyn blaenorol.



**Gwerthuso**

Mae bocsys gwerthuso ar ddiwedd bob pennod er mwyn adolygu'r gwaith a gyflawnwyd.

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...
Ysgrifennwch y termau mathemategol newydd neu bwysig o'r bennod.	Beth sydd angen i chi gofio wrth wneud y math yma o waith yn y dyfodol?	Ysgrifennwch y topigau y cafoch lwyddiant efo.	Ysgrifennwch y topigau rydych angen edrych arnynt eto.

## Hyfedreddau Cwricwlwm i Gymru



Dealltwriaeth gysyniadol



Cyfathrebu gan ddefnyddio symbolau



Cymhwysedd strategol



Rhesymu rhesymegol



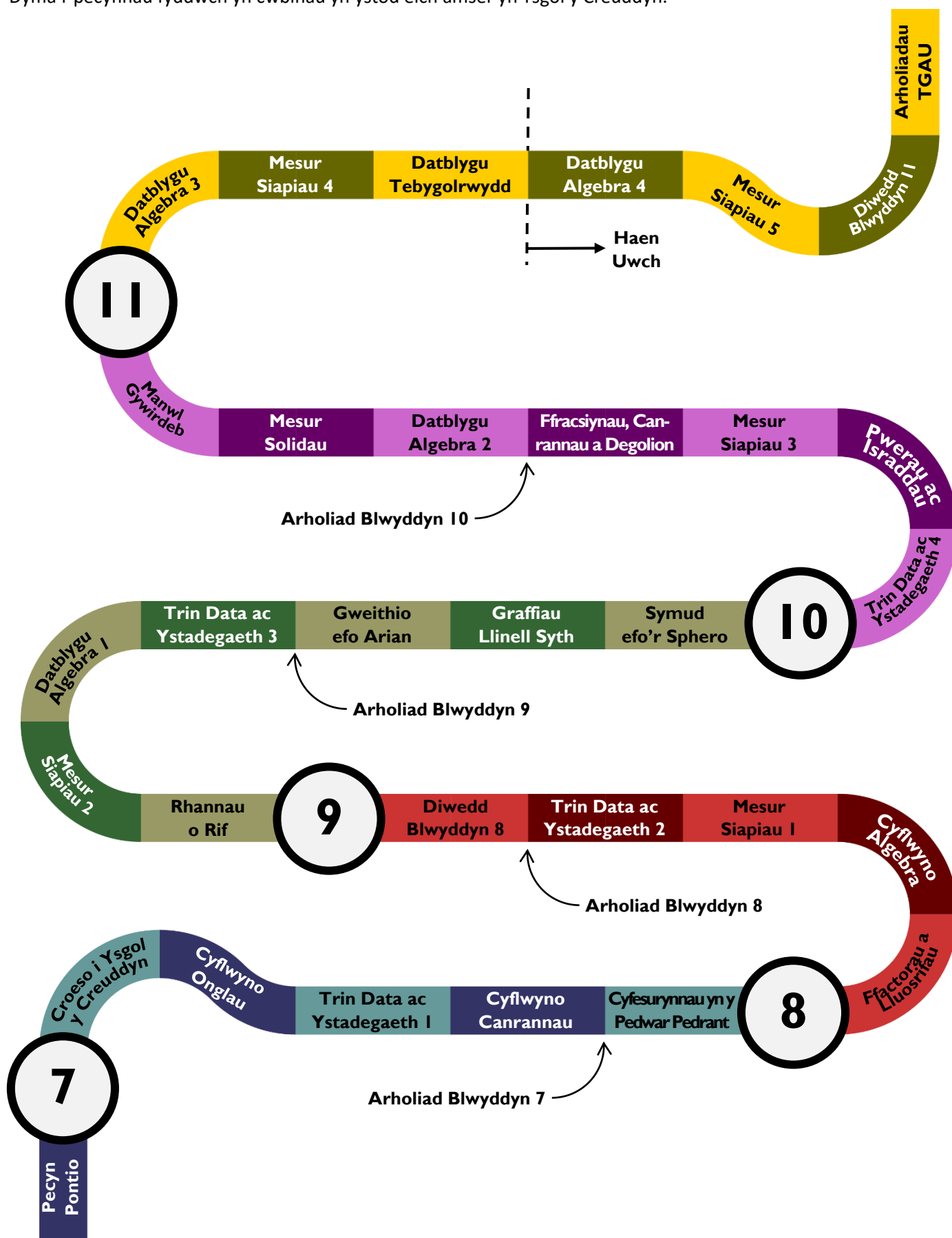
Rhuglder

## Deunyddiau cefnogol:

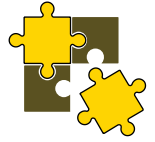
- Diagnostic Questions
  - Cwis ar gyfer bob pecyn ar y wefan [www.diagnosticquestions.com](http://www.diagnosticquestions.com).
- Taflen Myfyrio
  - Cyfle i chi asesu eich dealltwriaeth o becyn gwaith, a gweld beth yw trefn y cwestiynau yn y prawf.
- Hen Gwestiynau Arholiad CBAC; Tafenni Gwaith; Ymchwiliadau; Posau
  - Ar gael ar gyfer rhai testunau.

### Taith Ddysgu Mathemateg Ysgol y Creuddyn

Dyma'r pecynnau fyddwch yn cwblhau yn ystod eich amser yn Ysgol y Creuddyn.



# Cyfrannedd



Mae dau fesur **mewn cyfrannedd â'i gilydd** os oes **cysylltiad** rhwng y ddau fesur. Er enghraifft, y mwyaf o dudalennau o bapur sydd mewn pentwr o bapur, yr uchaf yw'r pentwr. Dywedwn fod uchder y pentwr a'r nifer o dudalennau o bapur yn y pentwr mewn cyfrannedd â'i gilydd.



Mae'r **math** o gyfrannedd yn dibynnu ar y math o gysylltiad rhwng y ddau fesuriad.

Cyfrannedd Union	Cyfrannedd Gwrthdro
Wrth i un mesur gynyddu, mae'r mesur arall hefyd yn cynyddu.	Wrth i un mesur gynyddu, mae'r mesur arall yn lleihau.

## Enghraifft

- (a) Mae'r pellter y mae car yn ei deithio mewn cyfrannedd union â'r maint o betrol mae'r car yn ei ddefnyddio.
- (b) Mae buanedd cyfartalog car ar gyfer taith benodol mewn cyfrannedd gwrthdro â'r amser y mae'r car yn ei gymryd i wneud y daith.

## Ymarfer 1

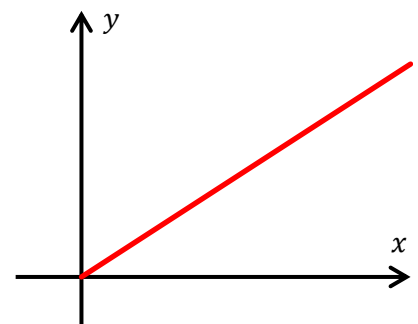
Nodwch pa fath o gyfrannedd (cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro) mae'r cwestiynau canlynol yn eu disgrifio.

- (a) Uchder pentwr o bapur a'r nifer o dudalennau o bapur yn y pentwr.
- (b) Hyd darn o llyn a màs y darn o llyn.
- (c) Yr amser sy'n cael ei gymryd i adeiladu wal a'r nifer o weithwyr sy'n cael eu defnyddio i adeiladu'r wal.
- (ch) Y nifer o duniau o gawl sy'n cael eu prynu a chyfanswm cost y tuniau.
- (d) Yr amser sy'n cael ei gymryd i wagio tanc o ddŵr a'r nifer o bympiau dŵr sy'n cael eu defnyddio i wagio'r tanc.
- (dd) Y nifer o dudalennau mewn llyfr a'r amser sy'n cael ei gymryd i ddarllen y llyfr.
- (e) Y pellter y mae car yn ei deithio mewn hanner awr a buanedd cyfartalog y car.
- (f) Oedran car a gwerth ariannol y car (yn ystod y degawd cyntaf ar ôl ei brynu).
- (ff) Màs darn o aur a gwerth ariannol yr aur.



## Cyfrannedd Union

Gyda chyfrannedd union, wrth i un maint gynyddu (e.e. milltiroedd a deithiwyd,  $x$ ), rhaid i faint arall gynyddu hefyd (e.e. y petrol a ddefnyddiwyd,  $y$ ). Gallwn ysgrifennu'r berthynas hon fel  $y \propto x$ . Mae'r symbol  $\propto$  yn golygu "mewn cyfrannedd â". Mae'r graff ar y dde yn dangos cyfrannedd union. Gall graddiant y llinell fod yn unrhyw werth positif (lluosydd y cyfrannedd,  $k$ ).



**Enghraifft**

Mae peiriant tyllu yn gallu cloddio ffos 560 m mewn 21 diwrnod. Faint o amser y byddai'n cymryd i gloddio ffos 240 m?

*Ateb:* I gychwyn, rydym yn gosod y wybodaeth allan mewn tabl, gan sicrhau bod y maint sydd angen ei gyfrifo'n ymddangos yn y gwaelod ar y dde.

Hyd y ffos	Amser
560 m	21 diwrnod
240 m	?



Trwy luosi neu rannu, mae angen ffeindio swm (neu gyfres o symiau) sy'n newid 560 m i fod yn 240 m.



**Dull Unedol (o hyd yn gweithio)**

Cychwyn efo 560, rhannu efo 560 i gyrraedd 1, wedyn lluosu efo 240 i gyrraedd 240. Defnyddio'r **un** symiau efo'r amser.

**Dull Archwilio**

Cychwyn efo 560, rhannu efo 7 i gyrraedd 80, wedyn lluosu efo 3 i gyrraedd 240. Defnyddio'r **un** symiau efo'r amser.

Hyd y ffos	Amser
560 m	21 diwrnod
1 m	$\frac{21}{560}$ diwrnod
240 m	9 diwrnod

Hyd y ffos	Amser
560 m	21 diwrnod
80 m	3 diwrnod
240 m	9 diwrnod

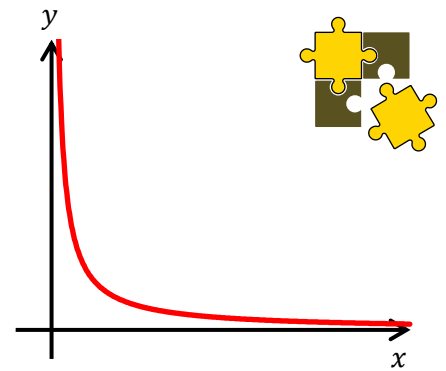
**Ymarfer 2**

- (a) Mae trê'n yn teithio 165 metr mewn 3 eiliad. Pa mor bell y byddai'n teithio mewn 8 eiliad?
- (b) Mae awyren yn teithio 216 o filltiroedd mewn 27 munud. Pa mor bell y teithiodd mewn 12 munud?
- (c) Mae £50 yn werth \$90. Faint mae £175 yn werth?
- (ch) Mae 28 o risiau gan ysgol sydd â'i hyd yn 7 metr. Faint o risiau fyddai gan ysgol sydd â'i hyd yn 5 metr?
- (d) Mâs llinyn sydd â'i hyd yn 27 metr yw 351 gram. Beth yw mâs 15 metr o'r llinyn?
- (dd) Gall cwningen gloddio twnnel sydd â'i hyd yn 4 metr mewn cyfanswm o 26 awr. Faint o amser y byddai'n ei gymryd iddi gloddio twnnel sydd â'i hyd yn 7 metr?
- (e) Mae garddluniwr yn gallu peintio 15 o baneli ffens mewn 6 awr. Faint o oriau y byddai'n eu cymryd i beintio 40 o baneli ffens?
- (f) Cost 12 o getris argraffydd yw £90. Beth yw cost pump o'r cetrin hyn?
- (ff) Uchder pentwr o 500 dalen o bapur yw 4.9 cm. Beth fyddai uchder pentwr o 800 dalen o'r un papur?



**Cyfrannedd Gwrthdro**

Gyda chyfrannedd gwrthdro, wrth i un maint gynyddu (e.e. buanedd cyfartalog car,  $x$ ), mae maint arall yn lleihau (e.e. yr amser i gwblhau'r daith,  $y$ ). Gallwn ysgrifennu'r berthynas hon fel  $y \propto \frac{1}{x}$ . Darllenir fel "mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ ". Mae'r graff ar y dde yn dangos cyfrannedd gwrthdro.



**Enghraifft**

Os gall tri pheiriant tyllu gloddio twll mewn 8 awr, faint o amser byddai pedwar peiriant yn ei gymryd?



*Ateb:* I gychwyn, rydym yn gosod y wybodaeth allan mewn tabl, gan sicrhau bod y maint sydd angen ei gyfrifo'n ymddangos yn y gwaelod ar y dde.

Nifer y peiriannau	Amser
3	8 awr
4	?



Trwy luosi neu rannu, mae angen ffeindio swm (neu gyfres o symiau) sy'n newid 3 i fod yn 4.



**Dull Unedol (o hyd yn gweithio)**

Cychwyn efo 3, rhannu efo 3 i gyrraedd 1, wedyn lluosu efo 4 i gyrraedd 4. Defnyddio'r symiau **gwrthdro** efo'r amser.

**Dull Archwilio**

Cychwyn efo 3, lluosu efo 4 i gyrraedd 12, wedyn rhannu efo 3 i gyrraedd 4. Defnyddio'r symiau **gwrthdro** efo'r amser.

Nifer y peiriannau	Amser
3	8 awr
1	24 awr
4	6 awr

*Annotations: Red arrows show 3 to 1 (÷3) and 1 to 4 (×4). Blue arrows show 8 to 24 (×3) and 24 to 6 (÷4).*

Nifer y peiriannau	Amser
3	8 awr
12	2 awr
4	6 awr

*Annotations: Green arrows show 3 to 12 (×4) and 12 to 4 (÷3). Purple arrows show 8 to 2 (÷4) and 2 to 6 (×3).*

**Ymarfer 3**

(a) Mae taith yn cymryd 18 munud ar fuanedd cyson o 32 cilometr yr awr. Faint o amser y byddai'r daith yn ei gymryd ar fuanedd cyson o 48 cilometr yr awr?

(b) Mae'n cymryd tîm o 8 person 6 wythnos i beintio pont. Faint o amser y byddai'r peintio'n ei gymryd pe bai 12 person?

(c) Fel arfer caiff pwll ei lenwi gan ddefnyddio 4 falf dŵr mewn cyfnod o 18 awr. Ni all un o'r falfiau gael ei defnyddio. Faint o amser y bydd yn ei gymryd i lenwi'r pwll gan ddefnyddio 3 falf yn unig?

(ch) Gellir cwblhau taith mewn 44 munud ar fuanedd cyfartalog o 50 milltir yr awr. Faint o amser y byddai'r un daith yn ei gymryd ar fuanedd cyfartalog o 40 milltir yr awr?

(d) Mae cyflenwad o wair yn ddigon i fwydo 12 ceffyl am 15 diwrnod. Am faint y byddai'r un cyflenwad yn bwydo 20 ceffyl?



(dd) Mae'n cymryd 3 pheiriant medi 6 awr i fedi cnwd o wenith. Faint o amser y byddai'n ei gymryd i fedi'r gwenith pe bai 2 peiriant yn unig?

(e) Mae'n cymryd tîm o 18 person 21 wythnos i gloddio camlas. Faint o amser y byddai'n ei gymryd i gloddio'r gamlas pe bai 14 person?

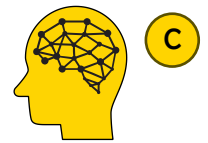
(f) Gellir defnyddio 6 phwmp i wagio tanc mewn cyfnod o 18 awr. Faint o amser y bydd yn ei gymryd i wagio'r tanc gan ddefnyddio 8 pwmp?

(ff) Mae criw o 9 o osodwyr brics yn gallu adeiladu wal mewn 20 diwrnod. Faint o amser y byddai criw o 15 o osodwyr brics yn ei gymryd i adeiladu'r un wal?



#### Ymarfer 4

Yn yr ymarfer yma, byddwch angen penderfynu pa fath o gyfrannedd mae'r cwestiwn yn ei ddisgrifio, ac yna defnyddio dull priodol i gyfrifo'r ateb.



(a) Uchder pentwr 150 dalen o bapur yw 9 mm. Faint yw uchder pentwr 350 dalen o'r papur?

(b) Gellir llenwi pwll nofio mewn 9 munud gan ddefnyddio 8 pwmp sydd i gyd yr un fath. Sawl pwmp y byddai eu hangen i llenwi'r pwll mewn 6 munud?

(c) Mae car yn defnyddio 24 litr o danwydd ar gyfer taith o 216 km. Sawl litr o danwydd a ddefnyddir ar gyfer taith o 162 km?

(ch) Mae siop yn gwerthu 8 afal am £1.40. Faint yw pris 12 afal?

(d) Mae llong yn cymryd 12 diwrnod i gwblhau mordaith ar gyflymder o 20 not (1 not = 1 filltir fôr yr awr). Pa gyflymder sydd ei angen i gwblhau'r ffordaith mewn 10 diwrnod?

(dd) Ar gyfer parti Nadolig, mae ysgol yn trefnu bod 2 bwdin Nadolig ar gyfer pob 5 plentyn. Faint o bwddinau Nadolig y bydd yn rhaid eu cael ar gyfer 108 o blant?

(e) Mae car yn teithio 180 km mewn 95 munud. Darganfyddwch yr amser mae'n ei gymryd i deithio 72 km ar yr un cyflymder.

(f) Ar gyflymder 84 km yr awr mae trê'n yn cymryd 2 awr i gwblhau taith. Faint o amser y byddai'r un daith yn ei gymryd ar gyflymder 96 km yr awr?

(ff) Os gall 12 pwmp, i gyd yr un fath ac yn gweithio gyda'i gilydd, wagio tanc o ddŵr mewn 60 munud, faint o amser a gymerir i wagio'r tanc pan fo dim ond 10 o'r pypiau'n gweithio?

(g) Pan fydd beic yn teithio 145 m, bydd pob olwyn yn cwblhau 58 cylchdro. Sawl cylchdro mae pob olwyn yn ei chwblhau pan fo'r beic yn mynd ar daith 1,000 m?

(ng) Mae'n costio £1,450 i drwsio darn o balmant 87 m o hyd. Darganfyddwch gost trwsio darn 72 m o hyd ar yr un gyfradd.



(h) Derbyniodd dyn, sy'n berchen ar 2,400 o gyfranddaliadau mewn cwmni, fuddran derfynol o £128. Derbyniodd menyw fuddran derfynol o £164. Faint o gyfranddaliadau oedd ganddi hi?

(i) Mae tân trydan yn defnyddio 8 uned o drydan mewn 3 awr. Am faint o oriau y bydd yn gweithio wrth ddefnyddio 20 uned?

(j) Mae llong yn cymryd 45 diwrnod i gwblhau taith ar gyflymder 16 not. Faint o amser mae'n ei gymryd i gwblhau'r un daith ar gyflymder 18 not?

(l) Mae'n costio £10.20 i fwydo cath am 14 diwrnod. Darganfyddwch, i'r geiniog agosaf, faint mae'n ei gostio i fwydo'r gath am 30 diwrnod.

(ll) Mae peiriant yn llenwi 580 potel mewn 3 munud. Faint o boteli sy'n cael eu llenwi ganddo mewn 1 awr?

(m) Os yw 14 dyn yn gallu cloddio ffos mewn 11 diwrnod, sawl diwrnod mae 22 dyn yn ei gymryd i gloddio'r un ffos?


(n) Gall briciwr osod 245 o frics mewn 3 awr. Darganfyddwch faint o frics y mae'n gallu eu gosod mewn 7 awr gan weithio ar yr un gyfradd.



### John Napier

Ganwyd John Napier yng Nghaeredin, Yr Alban, yn 1550. Roedd yn fathemategydd, yn ffisegydd ac yn seryddwr. Napier oedd y person cyntaf i ddefnyddio logarithmau (gwaith Lefel A) a bu'n gyfrifol am boblogeiddio'r defnydd o'r pwynt degol mewn mathemateg. Yn 1570 cyhoeddodd ddogfen a oedd yn cynnwys y rhigwm canlynol.

*Multiplication is vexation,  
Division is as bad;  
The Rule of Three doth puzzle me,  
And practice drives me mad.*

**Sialens!** 

Defnyddiwch y we i ymchwilio i'r "Rule of Three" mewn cyd-destun mathemateg.

### Mwy nag un cyfrannedd

#### Enghraifft

Mae tyfwr ffrwythau yn gwybod ei bod fel arfer yn cymryd 8 awr i 20 gweithiwr gasglu 420 kg o ffrwythau mefus. Mae angen iddi gasglu 360 kg o'r ffrwythau mefus mewn 5 awr. Beth yw'r nifer lleiaf o weithwyr y dylai hi gyflogi?

*Ateb:* Yn y cwestiwn yma, mae tri pheth sy'n gallu amrywio, sef yr amser, y nifer o weithwyr, a phwysau'r ffrwythau mefus. Gallwn, trwy ddulliau cyfrannedd, newid dau o'r rhain ar y tro, gan gadw'r trydydd mesur yn gyson.

I gychwyn, gadewch i ni gadw'r nifer o weithwyr yn gyson (20 o weithwyr), ac ystyried faint o ffrwythau mefus maent yn gallu ei gasglu mewn 5 awr. Gan fod amser a phwysau'r ffrwythau mewn cyfrannedd union, gallwn lunio'r tabl canlynol.





Amser	Pwysau'r ffrwythau
$\div 8$ 8 awr	420 kg
1 awr	$420 \div 8 = 52.5$ kg
$\times 5$ 5 awr	$52.5 \times 5 = 262.5$ kg

Felly, mae 20 o weithwyr yn gallu casglu 262.5 kg o ffrwythau mefus mewn 5 awr.

Nesaf, gadewch i ni gadw'r amser yn gyson (5 awr), ac ystyried faint o weithwyr sydd eu hangen i gasglu 360 kg o ffrwythau mefus. Gan fod pwysau'r ffrwythau a'r nifer o weithwyr mewn cyfrannedd union, gallwn lunio'r tabl canlynol.

Pwysau'r ffrwythau	Nifer o weithwyr
$\div 262.5$ 262.5 kg	20
1 kg	$20 \div 262.5 = \frac{8}{105}$
$\times 360$ 360 kg	$\frac{8}{105} \times 360 = 27.428571$

Felly, mae angen 27.428571 o weithwyr i gasglu 360 kg o ffrwythau mefus mewn 5 awr. Ond rhaid cael nifer cyfan o weithwyr, felly rhaid talgrynnu i fyny i **28 o weithwyr** i sicrhau bod 360 kg o ffrwythau mefus yn cael eu casglu mewn 5 awr.

**Ymarfer 5**



(a) Gall 5 pwmp dŵr diwydiannol unfath (*identical*) ddraenio 600,000 litr o ddŵr mewn 8 awr. Mae cyngor lleol eisiau draenio 450,000 litr o ddŵr o ardal sydd wedi gorlifo. Rhaid i'r gwaith beidio â chymryd mwy na 3 awr i'w gwblhau. Beth fydd y nifer lleiaf o'r pypiau dŵr hyn sy'n angenrheidiol ar gyfer y dasg hon?

(b) Mae argraffydd (*printer*) yn cymryd 12 awr i gwblhau tasg yn argraffu 54,000 o daflenni hysbysebu gan ddefnyddio ei hen beiriant argraffu. Faint o amser bydd e'n ei gymryd i argraffu 72,000 arall o daflenni tebyg gan ddefnyddio peiriant newydd sy'n gweithio dwywaith yn gyflymach na'i hen beiriant?



(c) Mae pwmp yn cael ei ddefnyddio i lenwi tanciau gwag ag olew. Mae'n cymryd 27 munud i lenwi 6 o danciau unfath (*identical*) os yw cyfradd y llif (*flow rate*) yn 5 litr yr eiliad. Cyfrifwch faint o amser byddai'n ei gymryd i lenwi 8 o'r tanciau hyn os yw cyfradd y llif yn 9 litr yr eiliad.

(ch) Bydd llungopiwr newydd mewn ysgol yn copïo 3 gwaith cymaint o ddalennau â'r hen lungopiwr yn yr un amser. Roedd hi'n arfer cymryd 20 munud i gopïo 500 o ddalennau ar yr hen lungopiwr. Faint o amser bydd y llungopiwr newydd yn ei gymryd i gopïo 600 o ddalennau tebyg?

(d) Mae'n cymryd 6 awr i 8 tractor aredig (*plough*) arwynebedd o 38 o erwau (*acres*). Beth yw'r nifer lleiaf o dractorau bydd ei angen i aredig 76 o erwau mewn llai na 9 awr? Gallwch chi dybio bod pob tractor yn gweithio ar yr un gyfradd a bod yr holl amodau eraill yn debyg.



(dd) Mae Peiriant A dair gwaith yn gyflymach na Pheiriant B yn cydosod byrddau cylched unfath (*assembling identical circuit boards*). Mae Peiriant A yn cael dwywaith a hanner yn fwy o'r byrddau cylched hyn i'w cydosod nag sy'n cael ei roi i Beiriant B. Roedd hi'n cymryd 4 awr i Beiriant B gydosod ei holl fyrddau cylched ef. Faint o amser gymerodd Peiriant A i gwblhau ei fyrddau cylched ef? Rhowch eich ateb mewn oriau a munudau.

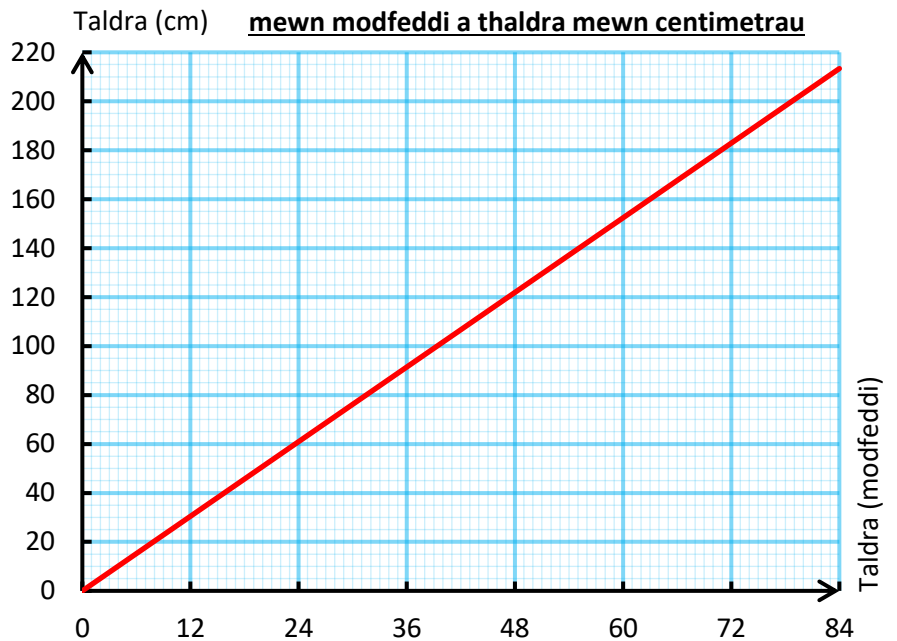
**Graffiau Cyfrannedd**

Mae angen i chi adnabod a dehongli graffiau sy'n dangos cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro.

**Ymarfer 6**

- (a) Pa fath o gyfrannedd (cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro) sy'n cael ei ddangos yn y graff ar y dde?
- (b) Taldra Siwan yw 60 modfedd. Beth yw taldra Siwan mewn centimetrau?
- (c) Taldra Ben yw 120 cm. Beth yw taldra Ben mewn modfeddi?
- (ch) Taldra Huw yw 170 cm. Beth yw taldra Huw mewn troedfeddi a modfeddi?

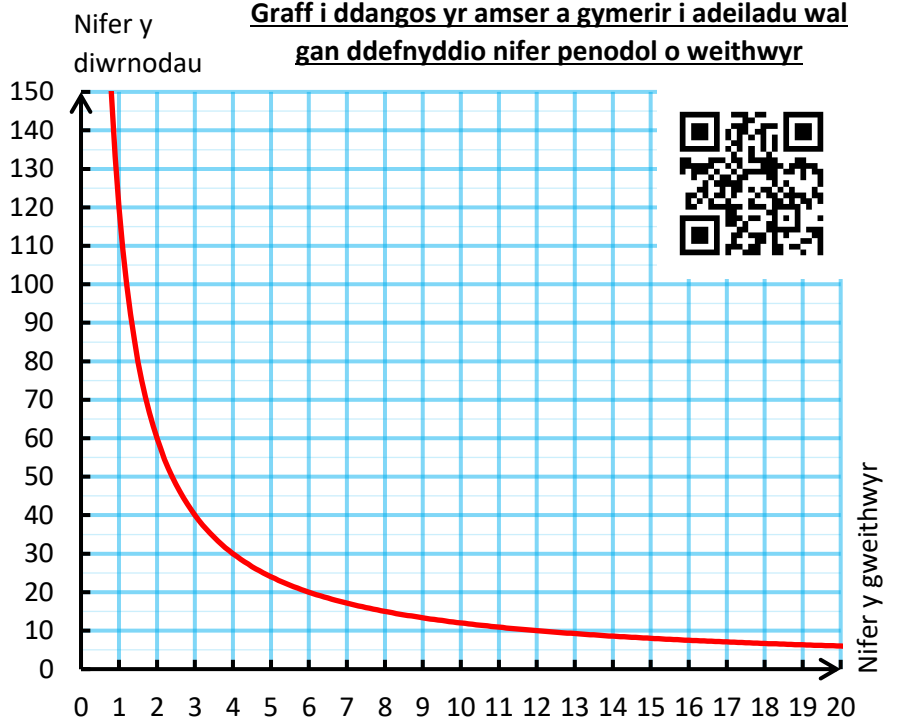
**Graff trawsnewid ar gyfer newid rhwng taldra mewn modfeddi a thaldra mewn centimetrau**



**Ymarfer 7**

- (a) Pa fath o gyfrannedd (cyfrannedd union neu gyfrannedd gwrthdro) sy'n cael ei ddangos yn y graff ar y dde?
- (b) Os oes 8 o weithwyr ar gael i adeiladu'r wal, sawl diwrnod fydd y gwaith yn ei gymryd?
- (c) Mae Alan yn dymuno cwblhau'r wal mewn llai na 10 diwrnod. Beth yw'r nifer lleiaf o weithwyr fydd raid i Alan gyflogi?
- (ch) Faint o amser y bydd un person yn ei gymryd i adeiladu'r wal?

**Graff i ddangos yr amser a gymerir i adeiladu wal gan ddefnyddio nifer penodol o weithwyr**



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

## Hafaliadau Cyfrannedd

## Haen Uwch

## Cyfrannedd Union

Os yw dau fesur  $x$  ag  $y$  mewn **cyfrannedd union** â'i gilydd, yna mae'n bosib ysgrifennu'r berthynas rhwng  $x$  ag  $y$  fel  $y \propto x$ . Mewn ffurf **hafaliad** gallwn ysgrifennu'r berthynas fel  $y = kx$ , ble mae  $k$  yn cynrychioli **lluosydd** y gyfrannedd. O gael gwerth  $y$  ar gyfer gwerth penodol o  $x$ , mae'n bosib datrys yr hafaliad i ddarganfod  $k$ , ac felly ysgrifennu'r hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .



## Enghraifft

Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x$ . O wybod bod  $y = 8$  pan fo  $x = 2$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

*Ateb:* Os yw  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x$ , yna mae  $y \propto x$ , neu  $y = kx$  ar gyfer lluosydd  $k$  y gyfrannedd.

Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer  $x$  ag  $y$  o'r cwestiwn, gwelwn fod  $8 = k \times 2$ , ac felly  $k = \frac{8}{2}$ , sef  $k = 4$ .

Felly'r hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$  yw  $y = 4x$ .

## Ymarfer 8

(a) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x$ . O wybod bod  $y = 12$  pan fo  $x = 3$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(b) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x$ . O wybod bod  $y = 35$  pan fo  $x = 5$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(c) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x$ . O wybod bod  $y = 2$  pan fo  $x = 8$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(ch) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x$ . O wybod bod  $y = \frac{1}{3}$  pan fo  $x = 7$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .



Sgîl

U



## Enghraifft

Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x^2$ . O wybod bod  $y = 45$  pan fo  $x = 3$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

*Ateb:* Os yw  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x^2$ , yna mae  $y \propto x^2$ , neu  $y = kx^2$  ar gyfer lluosydd  $k$  y gyfrannedd.

Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer  $x$  ag  $y$  o'r cwestiwn, gwelwn fod  $45 = k \times 3^2$ , ac felly  $k = \frac{45}{3^2}$ , sef  $k = 5$ .

Felly'r hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$  yw  $y = 5x^2$ .

## Ymarfer 9

(a) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x^2$ . O wybod bod  $y = 80$  pan fo  $x = 4$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(b) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x^3$ . O wybod bod  $y = 500$  pan fo  $x = 5$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(c) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x^2$ . O wybod bod  $y = 16$  pan fo  $x = 8$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

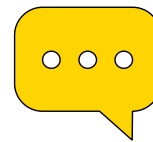
(ch) Mae  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $\sqrt{x}$ . O wybod bod  $y = 30$  pan fo  $x = 25$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

U



**Cyfrannedd Gwrthdro**

Os yw dau fesur  $x$  ag  $y$  mewn **cyfrannedd gwrthdro** â'i gilydd, yna mae'n bosib ysgrifennu'r berthynas rhwng  $x$  ag  $y$  fel  $y \propto \frac{1}{x}$ . Mewn ffurf **hafaliad** gallwn ysgrifennu'r berthynas fel  $y = \frac{k}{x}$ , ble mae  $k$  yn cynrychioli lluosydd y gyfrannedd. O gael gwerth  $y$  ar gyfer gwerth penodol o  $x$ , mae'n bosib datrys yr hafaliad i ddarganfod  $k$ , ac felly ysgrifennu'r hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

**Enghraifft**

Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ . O wybod bod  $y = 4$  pan fo  $x = 5$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .



*Ateb:* Os yw  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ , yna mae  $y \propto \frac{1}{x}$ , neu  $y = \frac{k}{x}$  ar gyfer lluosydd  $k$  y gyfrannedd.

Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer  $x$  ag  $y$  o'r cwestiwn, gwelwn fod  $4 = \frac{k}{5}$ , ac felly  $k = 4 \times 5$ , sef  $k = 20$ .

Felly'r hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$  yw  $y = \frac{20}{x}$ .

**Ymarfer 10**

(a) Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ . O wybod bod  $y = 6$  pan fo  $x = 8$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(b) Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ . O wybod bod  $y = 2$  pan fo  $x = 14$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(c) Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ . O wybod bod  $y = \frac{2}{5}$  pan fo  $x = 8$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

**Enghraifft**

Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x^2$ . O wybod bod  $y = 3$  pan fo  $x = 6$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

*Ateb:* Os yw  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x^2$ , yna mae  $y \propto \frac{1}{x^2}$ , neu  $y = \frac{k}{x^2}$  ar gyfer lluosydd  $k$  y gyfrannedd.

Yn amnewid y gwerthoedd ar gyfer  $x$  ag  $y$  o'r cwestiwn, gwelwn fod  $3 = \frac{k}{6^2}$ , ac felly  $k = 3 \times 6^2$ , sef  $k = 108$ .

Felly'r hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$  yw  $y = \frac{108}{x^2}$ .

**Ymarfer 11**

(a) Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x^2$ . O wybod bod  $y = 4$  pan fo  $x = 5$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(b) Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x^2$ . O wybod bod  $y = 15$  pan fo  $x = 10$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

(c) Mae  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x^3$ . O wybod bod  $y = \frac{3}{4}$  pan fo  $x = 2$ , darganfyddwch yr hafaliad sy'n cysylltu  $x$  ag  $y$ .

**Ymarfer 12**

O wybod bod  $y = 5$  pan fo  $x = 4$ , ysgrifennwch hafaliad i ddangos pob un o'r perthnasoedd canlynol.

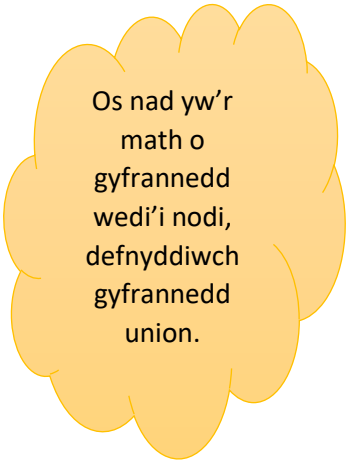
(a)  $y \propto x$       (b)  $y \propto x^2$       (c)  $y \propto \sqrt{x}$       (ch)  $y \propto \frac{1}{x}$       (d)  $y \propto \frac{1}{x^3}$       (dd)  $y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$



**Ymarfer 13**



- (a) O wybod bod  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x$ , a bod  $y = 6$  pan fo  $x = 4$ ,
  - (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer  $y$  yn nhermau  $x$ ,
  - (ii) cyfrifwch  $y$  pan fo  $x = 2$ ,
  - (iii) cyfrifwch  $x$  pan fo  $y = 3$ .
- (b) O wybod bod  $y$  mewn cyfrannedd ag  $x$ , a bod  $y = 18$  pan fo  $x = 2$ ,
  - (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer  $y$  yn nhermau  $x$ ,
  - (ii) cyfrifwch  $y$  pan fo  $x = 7$ ,
  - (iii) cyfrifwch  $x$  pan fo  $y = 27$ .
- (c) O wybod bod  $y$  mewn cyfrannedd union ag  $x^2$ , a bod  $y = 36$  pan fo  $x = 3$ ,
  - (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer  $y$  yn nhermau  $x$ ,
  - (ii) cyfrifwch  $y$  pan fo  $x = 4$ ,
  - (iii) cyfrifwch y ddau werth posib ar gyfer  $x$  pan fo  $y = 256$ .
- (ch) O wybod bod  $y$  mewn cyfrannedd gwrthdro ag  $x^3$ , a bod  $y = 5$  pan fo  $x = 4$ ,
  - (i) darganfyddwch fynegiad ar gyfer  $y$  yn nhermau  $x$ ,
  - (ii) cyfrifwch  $y$  pan fo  $x = 8$ ,
  - (iii) cyfrifwch  $x$  pan fo  $y = 40$ .



**Ymarfer 14**



(a) Mewn arbrawf gwyddoniaeth, mae Susan yn cymryd mesuriadau ar gyfer  $t$  ac  $m$ . Mae'r tabl isod yn dangos ei chanlyniadau.

$t$	2	6	8
$m$	4	108	256

Mae Susan yn credu naill ai bod  $m$  mewn cyfrannedd â  $t^2$  neu fod  $m$  mewn cyfrannedd â  $t^3$ . Drwy ystyried y ddau bosibilrwydd, darganfyddwch fynegiad ar gyfer  $m$  yn nhermau  $t$ . Dangoswch eich holl waith cyfrifo.

(b) Mewn arbrawf, gwelodd gwyddonydd fod y grym,  $G$ , rhwng dau ronyn (*two particles*) mewn cyfrannedd gwrthdro â sgwâr y pellter,  $p$ , rhyngddynt nhw. Unedau'r grym yw Newtonau ac unedau'r pellter yw milimetrau. Pan oedd y gronynnau 5 mm i ffwrdd o'i gilydd, y grym rhyngddynt nhw oedd 8 Newton. Pa mor bell i ffwrdd o'i gilydd oedd y gronynnau pan oedd y grym rhyngddynt nhw yn 12.5 Newton?

(c) Mae Cerys yn mynd â phobl ar deithiau hedfan mewn balŵn. Mae hi'n gwybod bod y gwasgedd, wedi'i fesur mewn atmosfferau, yn y balŵn mewn cyfrannedd gwrthdro ag ail isradd uchder y balŵn uwchben y ddaear. Pan fydd y balŵn ar uchder o 36 metr, bydd y gwasgedd yn 2 atmosffer.

- (i) Ysgrifennwch y wybodaeth hon fel hafaliad.
- (ii) Mae Cerys yn hedfan ei balŵn hyd at uchder o 400 m ac wedyn yn disgyn i uchder o 256 m. Cyfrifwch y newid mewn gwasgedd yn ystod y disgyniad hwn.



(ch) Mae Awel eisiau peintio'r waliau yn ei hystafell wely. Arwynebedd y waliau yw  $75 \text{ m}^2$ . Mae'r paent yn costio £6.80 y litr ac mae 2 litr o baent yn gorchuddio  $30 \text{ m}^2$ . Ysgrifennwch fformiwla yn cysylltu arwynebedd y wal,  $A \text{ m}^2$ , a nifer y litrau o baent mae ei angen,  $L$ . Defnyddiwch y fformiwla i gyfrifo cost peintio'r waliau yn ystafell wely Awel.

## Darganfod Hafaliadau Cyfrannedd

## Enghraifft

Mae'r tabl isod yn dangos dau fesuriad  $x$  ag  $y$ .

Darganfyddwch yr hafaliad sy'n dangos y gyfrannedd sydd rhwng y mesuriadau.



$x$	6	8
$y$	18	32

*Ateb:* Wrth i  $x$  gynyddu, mae  $y$  hefyd yn cynyddu, felly cyfrannedd union sydd rhwng y mesuriadau. Yn ystyried yn gyntaf os yw'r gyfrannedd o'r ffurf  $y \propto x$ , neu  $y = kx$ , gadewch i ni amnewid y data o'r golofn gyntaf:

$18 = k \times 6$ ,  $k = \frac{18}{6}$ ,  $k = 3$ . I wirio os yw'r gyfrannedd o'r ffurf  $y = 3x$ , rhaid ystyried y data o'r ail golofn.

Nid yw'r hafaliad yn gweithio ar gyfer y data yma ( $y = 3 \times 8 = 24$ , nid 32) felly rhaid ystyried cyfrannedd o fath gwahanol. Yn ystyried os yw'r gyfrannedd o'r ffurf  $y \propto x^2$ , neu  $y = kx^2$ , rhaid eto amnewid y data o'r golofn gyntaf i ddarganfod lluosydd y gyfrannedd:  $18 = k \times 6^2$ ,  $k = \frac{18}{6^2}$ ,  $k = \frac{1}{2}$ . I wirio os yw'r gyfrannedd o'r ffurf  $y = \frac{1}{2}x^2$ , rhaid eto ystyried y data o'r ail golofn. Y tro hyn, mae'r hafaliad yn gweithio ar gyfer y data yma ( $y = \frac{1}{2} \times 8^2 = 32$ ), felly'r hafaliad sy'n dangos y gyfrannedd sydd rhwng y mesuriadau  $x$  ag  $y$  yw  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

## Ymarfer 15

Mae'r tablau isod yn dangos mesuriadau  $x$  ag  $y$ .

Darganfyddwch yr hafaliad sy'n dangos y gyfrannedd sydd rhwng y mesuriadau.



(a)

$x$	4	6
$y$	12	18

(b)

$x$	4	6
$y$	3	2

(c)

$x$	10	6
$y$	15	9

(ch)

$x$	20	15
$y$	3	4

(d)

$x$	2	3
$y$	20	45

(dd)

$x$	2	3
$y$	18	8

(e)

$x$	2	3
$y$	32	108

(f)

$x$	4	9
$y$	14	21



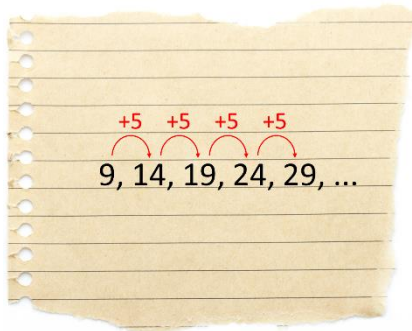
Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

## Nfed Term Cwadratig

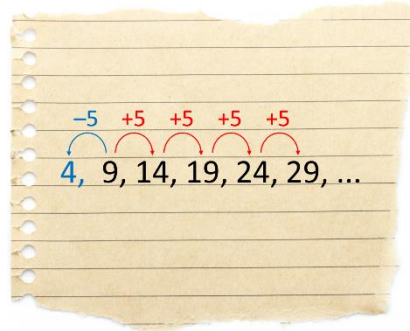
### Nfed Term Llinol

Yn y pecyn Datblygu Algebra 1, fe ddysgom sut i ddarganfod fformiwla ar gyfer  $n$ fed term dilyniant llinol fel 9, 14, 19, 24, 29, ...

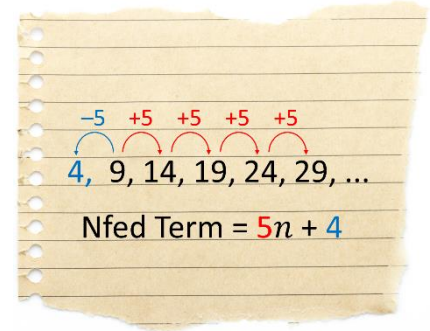
1. Ystyriwch beth yw'r rheol ar gyfer darganfod y rhif nesaf. Yma, rhaid **adio pump** er mwyn ffeindio'r rhif nesaf.



2. Pe bai rhif arall ar gychwyn y dilyniant, beth fyddai'n rhaid i'r rhif yma fod? Yma, rhaid i'r rhif yma fod yn  $9 - 5 = 4$ .



3. Yr  **$n$ fed term** ar gyfer y dilyniant yma yw  $5n + 4$ . (Mae'r 5 a'r 4 yn dod o'r camau blaenorol.)



### Ymarfer 16

Darganfyddwch  $n$ fed term y dilyniannau llinol canlynol.

(a) 4, 6, 8, 10, 12, .....

(b) 13, 15, 17, 19, 21, .....

(c) 14, 17, 20, 23, 26, .....

(ch) 20, 18, 16, 14, 12, .....

(d) 34, 31, 28, 25, 22, .....

(dd) 10, 14, 18, 22, 26, .....

(e) 5, 5.5, 6, 6.5, 7, .....

(f) 8, 9, 10, 11, 12, .....

(ff) 3, 6, 9, 12, 15, .....

(g) -12, -10, -8, -6, -4, .....

(ng) -7, -9, -11, -13, -15, .....

(h) -3, -1, 1, 3, 5, .....

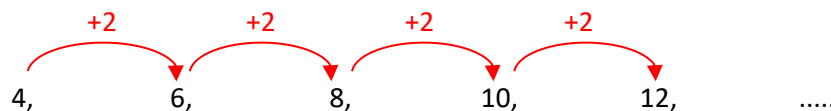
(i) -26, -30, -34, -38, -42, .....

(j) 2, 7, 12, 17, 22, .....

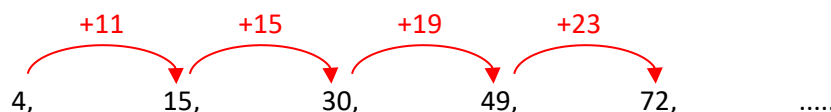
(l) 10, 9.75, 9.5, 9.25, 9, .....

### Y Gwahaniaeth Cyntaf

Mae'r dilyniannau yn Ymarfer 16 yn ddilyniannau llinol gan fod y gwahaniaeth rhwng unrhyw ddau rif dilynol yr un peth. Er enghraifft, y gwahaniaeth cyffredin yng nghwestiwn (a) yw 2.



Mewn dilyniant cwadratig, nid yw'r gwahaniaeth rhwng unrhyw ddau rif dilynol yn gyson. Er enghraifft, yn y dilyniant cwadratig 4, 15, 30, 49, 72, ..... mae'r gwahaniaeth rhwng dau rif dilynol yn cynyddu.



Gallwn ddefnyddio'r **gwahaniaeth cyntaf** yma i benderfynu os yw dilyniant penodol yn ddilyniant llinol ai peidio.



Adolygu

5



**Ymarfer 17**



A yw'r dilyniannau canlynol yn ddilyniannau llinol ai peidio?

- (a) 9, 11, 13, 15, 17, .....
- (b) 1, 4, 9, 16, 25, .....
- (c) 16, 14, 12, 10, 8, .....
- (ch) 3, 6, 11, 18, 27, .....
- (d) 5, 7, 5, -1, -11, .....
- (dd) -20, -10, 0, 10, 20, .....
- (e) 9, 8, 7, 6, 5, .....
- (f) 11, 23, 43, 71, 107, .....
- (ff) 8, 7.5, 7, 6.5, 6, .....

**Dilyniannau Cwadratig Syml**

Y dilyniant cwadratig mwyaf syml yw'r dilyniant o rifau sgwâr

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, .....



Yr *n*fed term ar gyfer y dilyniant yma yw  $n^2$ . Gallwn ffurfio dilyniant cwadratig arall trwy adio neu dynnu'r un rhif o bob un o'r rhifau sgwâr. Er enghraifft:

Dilyniant	Nfed Term
4, 7, 12, 19, 28, .....	$n^2 + 3$
-1, 2, 7, 14, 23, .....	$n^2 - 2$

Mae dilyniannau cwadratig o'r ffurf yma efo'r *n*fed term  $n^2 + a$ , ble mae *a* yn rhif penodol.

**Ymarfer 18**



Darganfyddwch *n*fed term bob un o'r dilyniannau cwadratig syml canlynol.

- (a) 2, 5, 10, 17, 26, .....
- (b) 11, 14, 19, 26, 35, .....
- (c) 7, 10, 15, 22, 31, .....
- (ch) -4, -1, 4, 11, 20, .....
- (d) -9, -6, -1, 6, 15, .....
- (dd) 0, 3, 8, 15, 24, .....
- (e) 1.5, 4.5, 9.5, 16.5, 25.5, .....
- (f) 1, 4, 9, 16, 25, .....
- (ff) -25, -22, -17, -10, -1, .....

**Ymarfer 19**



Ysgrifennwch 5 term cyntaf y dilyniannau cwadratig canlynol.

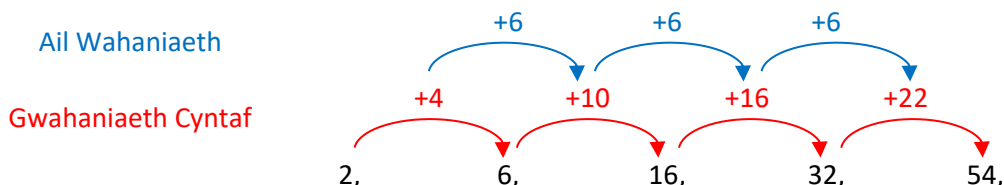
- (a)  $n^2 + 4$
- (b)  $n^2 - 6$
- (c)  $n^2 + 13$
- (ch)  $n^2 - \frac{1}{4}$
- (d)  $n^2 + 27$
- (dd)  $n^2 - 50$

**Dilyniannau Cwadratig Mwy Cymhleth**

Ystyriwch y dilyniant cwadratig 2, 6, 16, 32, 54, .....

Nid yw'n bosib ffurfio'r dilyniant hwn trwy adio neu dynnu'r un rhif o'r rhestr o'r rhifau sgwâr, felly mae'n rhaid defnyddio dull gwahanol er mwyn darganfod *n*fed term y dilyniant.

**Cam 1:** Darganfyddwch yr ail wahaniaeth ar gyfer y dilyniant.



**Cam 2: Hanerwch** yr ail wahaniaeth i ddarganfod cyfernod<sup>1</sup> yr  $n^2$  yn fformiwla yr *n*fed term.

Mae  $6 \div 2 = 3$ , felly mae'r *n*fed term ar gyfer y dilyniant yn cynnwys y term  $3n^2$ .

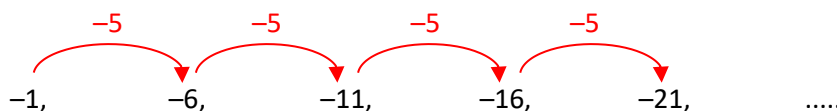


<sup>1</sup> Cyfernod term yw'r rhif sy'n ymddangos ar gychwyn y term.

**Cam 3:** Ffurfiwch tabl i ddarganfod y gwahaniaeth rhwng  $3n^2$  a'r dilyniant gwreiddiol.

Dilyniant Gwreiddiol	2,	6,	16,	32,	54,	.....
$n^2$	1,	4,	9,	16,	25,	.....
$3n^2$	3,	12,	27,	48,	75,	.....
Dilyniant Gwreiddiol $- 3n^2$	-1,	-6,	-11,	-16,	-21,	.....

**Cam 4:** Darganfyddwch  $n$ fed term y dilyniant llinol yn rhes olaf y tabl.



$n$ fed term y dilyniant llinol yw  $-5n + 4$ , felly'r  $n$ fed term ar gyfer y dilyniant cwadratig yw  $3n^2 - 5n + 4$ . (Gellid gwirio hwn trwy amnewid i mewn i'r fformiwla, neu trwy ddefnyddio'r *Table Mode* ar gyfrifiannell.)

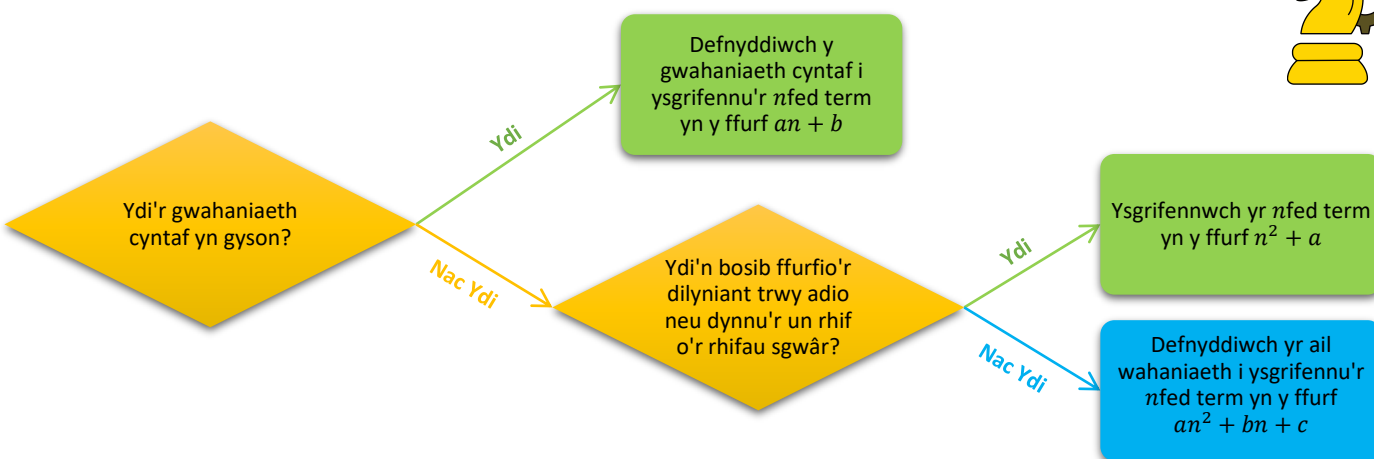
**Ymarfer 20**



Darganfyddwch  $n$ fed term y dilyniannau cwadratig canlynol.

- (a) 6, 11, 18, 27, 38, .....
- (b) 0, 5, 12, 21, 32, .....
- (c) 2, 3, 6, 11, 18, .....
- (ch) -4, -3, 0, 5, 12, .....
- (d) 11, 22, 37, 56, 79, .....
- (dd) 1, 2, 7, 16, 29
- (e) 9, 18, 31, 48, 69, .....
- (f) 6, 11, 20, 33, 50, .....
- (ff) 4, 18, 38, 64, 96, .....
- (g) 6, 15, 32, 57, 90, .....
- (ng) -3, 8, 29, 60, 101, .....
- (h) 10, 31, 64, 109, 166, .....
- (i) 10, 40, 90, 160, 250, .....
- (j) 8, 14, 24, 38, 56, .....
- (l) 8, 22, 42, 68, 100, .....
- (ll) 9, 12, 13, 12, 9, .....
- (m) 10, 9, 4, -5, -18, .....
- (n) 3, -10, -29, -54, -85, .....
- (o) 4, -8, -30, -62, -104, .....
- (p) -15, -28, -49, -78, -115, .....
- (ph) 10.5, 17, 27.5, 42, 60.5, .....

**Siart Llif:** Darganfod  $n$ fed term dilyniant llinol neu gwadratig



**Ymarfer 21**

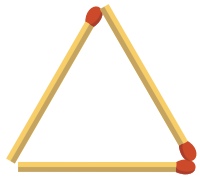


Ysgrifennwch 5 term cyntaf y dilyniannau efo'r  $n$ fed term canlynol.

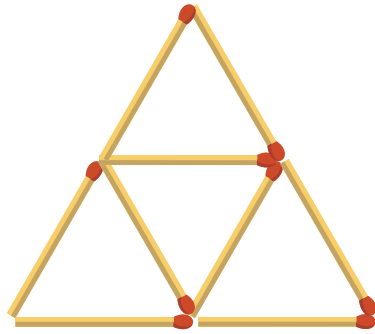
- (a)  $4n + 3$
- (b)  $n^2 + 9$
- (c)  $4n^2$
- (ch)  $2n^2 + 6n + 5$
- (d)  $5n^2 - 3n + 7$
- (dd)  $-3n^2 + 10n - 4$
- (e)  $n^3 + 2$
- (f)  $n^4$
- (ff)  $\frac{1}{n}$

**Ymarfer 22**

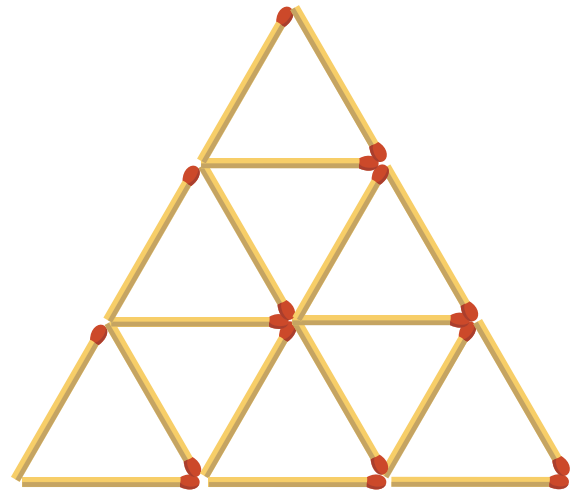
Dyma ddilyniant o batrymau matsis.



Patrwm 1



Patrwm 2



Patrwm 3

(a) Lluniwch Patrwm 4 yn eich llyfrau.

(b) Copïwch a chwblhewch y tabl canlynol.

Rhif y patrwm	1	2	3	4	5	6
Nifer y trionglau	1	4				
Nifer y matsis	3	9				

(c) Ystyriwch y dilyniant ar gyfer nifer y trionglau. Beth yw'r *n*fed term ar gyfer y dilyniant yma?

(ch) Ystyriwch y dilyniant ar gyfer nifer y matsis. Beth yw'r *n*fed term ar gyfer y dilyniant yma?

(d) Sawl matsien sydd eu hangen i wneud Patrwm 20?

(dd) Beth yw rhif y patrwm sy'n cynnwys 100 o drionglau?

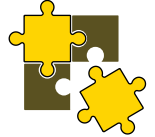
(e) Mae gan Steffan 1,000 o fatsis. Beth yw'r patrwm mwyaf all Steffan ei greu?

(f) Mae Lisa'n creu patrwm sy'n cynnwys 225 o drionglau. Sawl matsien sydd ym mhatrwm Lisa?



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Anhafaeddau



Os ydych am brynu pecyn o felysion sy'n costio 79 ceiniog, mae angen **o leiaf** 79 ceiniog arnoch.

Efallai fod gennych fwy na hynny yn eich poced. Rhaid i'r swm yn eich poced fod yn fwy na neu'n hafal i 79 ceiniog.

Os  $x$  yw'r swm sydd yn eich poced, gallwn ysgrifennu'r **anhafaledd**  $x \geq 79$  i ddangos pryd y gallwn brynu'r pecyn o felysion.



## Symbolau Anhafaeddau

- Ystyr y symbol  $\geq$  yw 'yn fwy na neu'n hafal i'.
- Ystyr y symbol  $>$  yw 'yn fwy na'.
- Ystyr y symbol  $\leq$  yw 'yn llai na neu'n hafal i'.
- Ystyr y symbol  $<$  yw 'yn llai na'.



## Anhafaeddau ar Linell Rif

### Enghraifft

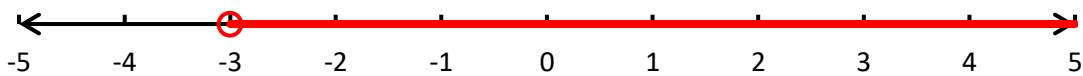
Arddangoswch yr anhafaeddau canlynol ar linell rif.

(a)  $x > -3$

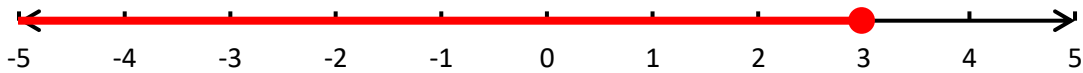
(b)  $y \leq 3$

(c)  $2 \leq x < 4$

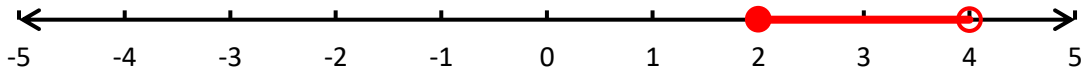
Ateb: (a)



(b)



(c)

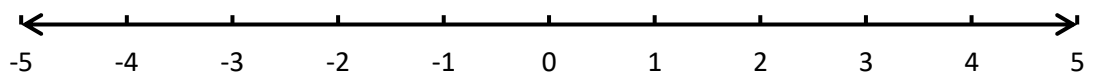


### Ymarfer 23

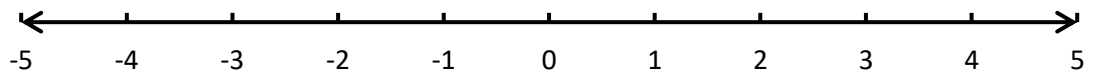
Defnyddiwch y llinellau rhif isod i arddangos yr anhafaeddau canlynol.



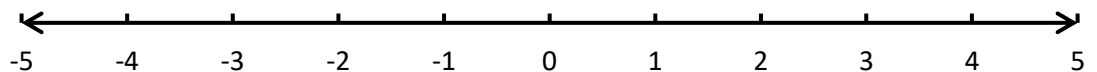
(a)  $x < 4$



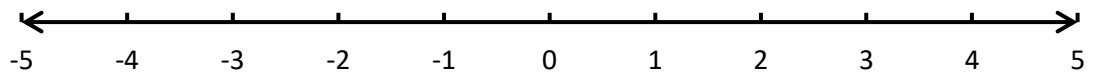
(b)  $x \geq -2$



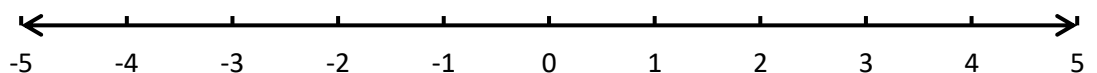
(c)  $-4 < x \leq 1$



(ch)  $-2.5 \leq x < 3$



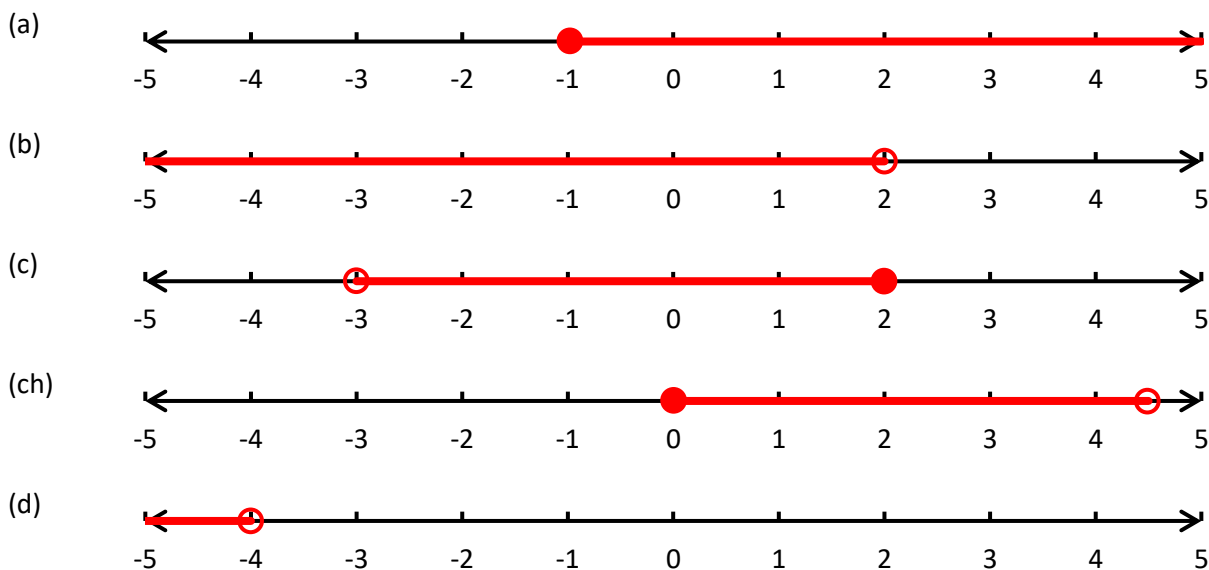
(d)  $x > 0$



**Ymarfer 24**



Ysgrifennwch yr anhafaleddau sy'n cael eu dangos ar y llinellau rhif isod. (Defnyddiwch  $x$  fel y newidyn.)



**Datrys Hafaliadau**

Gan fod datrys anhafaleddau yn debyg iawn i ddatrys hafaliadau, mae'n addas yn awr adolygu ychydig o'r gwaith datrys hafaliadau o flynyddoedd blaenorol.

**Ymarfer 25**



Datryswch yr hafaliadau canlynol.

*Hafaliadau un cam*

- (a)  $x + 7 = 9$
- (b)  $3x = 15$
- (c)  $x - 4 = 14$
- (ch)  $\frac{x}{2} = 10$
- (d)  $7y = 42$
- (dd)  $\frac{12}{w} = -4$

*Hafaliadau dau gam*

- (e)  $2x + 3 = 19$
- (f)  $3x - 1 = 17$
- (ff)  $5y + 9 = 64$

*Hafaliadau tri cham*

- (g)  $5x + 2 = 3x + 32$
- (ng)  $4x - 5 = x + 16$
- (h)  $4x + 4 = 7x - 11$

*Hafaliadau lle mae'n rhaid ehangu'n gyntaf*

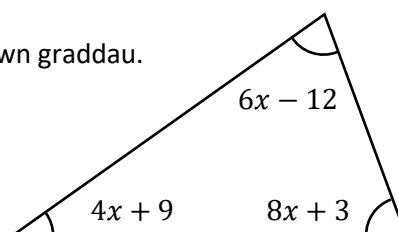
- (i)  $2(x + 7) = 22$
- (j)  $3(y - 4) = 24$
- (l)  $20 = 4(x - 2)$
- (ll)  $4(x + 2) = 2(x + 7)$
- (m)  $4(x - 12) + 2x = 0$
- (n)  $3(x - 4) = 2(x + 4) + 8$

*Hafaliadau ffracsiynol*

- (o)  $\frac{x}{2} + 5 = 9$
- (p)  $\frac{x+5}{2} = 4$
- (ph)  $\frac{18}{x-2} = 3$

*Hafaliadau mewn cyd-destun*

- (r) Mae pob un o'r onglau yn y triongl ar y dde wedi'i mesur mewn graddau. Cyfrifwch beth yw maint yr ongl leiaf.



## Datrys Anhafaleddau



Mae datrys anhafaledd union yr un peth â datrys hafaliad, ond mae un rheol bwysig:

Rhaid **newid y symbol** yng nghanol yr anhafaledd os ydym yn  
(a) **cyfnewid ochrau**; (b) **lluosi neu rannu â rhif negatif**.

Os oes angen newid y symbol yng nghanol yr anhafaledd, yna mae'r symbol  $\geq$  yn newid i fod yn  $\leq$ ; mae'r symbol  $>$  yn newid i fod yn  $<$ ; mae'r symbol  $\leq$  yn newid i fod yn  $\geq$ ; ac mae'r symbol  $<$  yn newid i fod yn  $>$ .

*Pam sydd raid i ni newid y symbol?*

(a) Ystyriwch yr anhafaledd  $5 > 2$ , sydd yn nodi rhywbeth sydd yn wir.

Os ydym yn cyfnewid ochrau'r anhafaledd **heb** newid y symbol yn y canol, yna byddwn yn gorffen efo rhywbeth sydd ddim yn wir:  $2 > 5$ . Rhaid felly newid y symbol yn y canol os ydym yn cyfnewid yr ochrau mewn anhafaledd.

(Yn yr enghraifft, yr anhafaledd cywir ar ôl cyfnewid yr ochrau yw  $2 < 5$ .)

(b) Ystyriwch eto'r anhafaledd  $5 > 2$ . Os ydym yn lluosu bob ochr yr anhafaledd â  $-2$ , byddwn yn gorffen efo rhywbeth sydd ddim yn wir:  $-10 > -4$ .

Rhaid felly newid y symbol yn y canol os ydym yn lluosu anhafaledd efo rhif negatif.

(Yn yr enghraifft, yr anhafaledd cywir ar ôl lluosu â  $-2$  yw  $-10 < -4$ .)

Mae'r un peth yn wir os ydym yn rhannu anhafaledd â rhif negatif.



## Enghraifft

Datrysych yr anhafaleddau canlynol.

(a)  $4x + 1 \geq 13$

(b)  $7 - 3x < 1$

(c)  $2(x + 4) \leq 5(x + 1)$

(ch)  $\frac{x}{2} > 6 + 2x$

Ateb: (a)  $4x + 1 \geq 13$

$$4x \geq 12$$

$$x \geq 3$$

[Tynnu 1]

[Rhannu efo 4]

(b)  $7 - 3x < 1$

$$-3x < -6$$

$$x > 2$$

[Tynnu 7]

[Rhannu efo -3]

(c)  $2(x + 4) \leq 5(x + 1)$

$$2x + 8 \leq 5x + 5$$

$$2x \leq 5x - 3$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1$$

[Ehangu cromfachau]

[Tynnu 8]

[Tynnu 5x]

[Rhannu efo -3]

(ch)  $\frac{x}{2} > 6 + 2x$

$$x > 2(6 + 2x)$$

$$x > 12 + 4x$$

$$-3x > 12$$

$$x < -4$$

[Lluosi efo 2]

[Ehangu cromfachau]

[Tynnu 4x]

[Rhannu efo -3]



## Ymarfer 26

Datrysych yr anhafaleddau canlynol.

(a)  $x + 2 > 5$

(b)  $5x \geq 20$

(c)  $\frac{x}{3} < 6$

(ch)  $y - 4 \leq 10$

(d)  $-2x < 8$

(dd)  $\frac{x}{-2} \leq 4$

(e)  $2x + 5 > 37$

(f)  $3y - 2 < 7$

(ff)  $4x - 4 \geq 4$

(g)  $6 - 2x \geq 10$

(ng)  $10 - 3x < 22$

(h)  $1 - x \leq 7$

(i)  $4x + 6 > 2x + 18$

(j)  $5x - 1 \geq 2x + 32$

(l)  $3y + 4 < 2y - 10$

(ll)  $2x + 3 > 4x + 23$

(m)  $3x - 8 \leq 5x + 20$

(n)  $5y + 7 \geq y - 29$



Sgîl

C



**Ymarfer 27**

C

Datrysych yr anhafaleddau canlynol.

(a)  $3(x - 1) < 9$

(b)  $2(x + 3) \leq 22$

(c)  $5(3 - y) > 10$

(ch)  $4(x + 2) \geq 2(x + 6)$

(d)  $5(x - 1) < 3(x + 5)$

(dd)  $5(1 - 2x) > 4(2 - 3x)$

(e)  $2x + 3(x - 2) \geq 3x - 4$

(f)  $z + 3(z - 4) \leq 4$

(ff)  $7(3 + x) < 7(3 - x)$

(g)  $3x - 2(x - 1) > 4(x + 2)$

(ng)  $2 - 2(3 - y) \geq 6(2 - y)$

(h)  $5t - 3(2 - t) < 2(3t + 10)$

**Ymarfer 28**

C

Datrysych yr anhafaleddau canlynol.

(a)  $\frac{x}{2} + 3 > 8$

(b)  $\frac{x}{3} - 2 \leq 4$

(c)  $\frac{x}{-4} + 1 > 10$

(ch)  $\frac{x-12}{3} > 5$

(d)  $\frac{x+4}{2} \leq -4$

(dd)  $\frac{y-4}{3} < 2$

(e)  $\frac{x}{2} < 10 - 2x$

(f)  $\frac{x}{3} \geq 4 + x$

(ff)  $\frac{2x}{5} < x - 9$

**Enghraifft**Darganfyddwch y rhif cyfan lleiaf sy'n bodoli'r anhafaledd  $3x + 9 > x + 15$ .*Ateb:* I gychwyn, gadewch i ni ddatrys yr anhafaledd:  $3x + 9 > x + 15$ 

$3x > x + 6$

$2x > 6$

$x > 3$

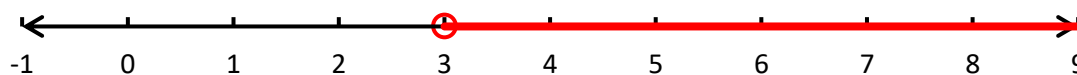
[Tynnu 9]

[Tynnu  $x$ ]

[Rhannu efo 2]



Gallwn ddangos y datrysiad hwn ar linell rif:



Y rhif cyfan lleiaf sy'n fwy na 3 yw 4, felly 4 yw'r ateb i'r cwestiwn.

**Ymarfer 29**

Darganfyddwch y rhif cyfan lleiaf sy'n bodloni'r anhafaleddau canlynol.

(a)  $x > 8$

(b)  $x \geq 4$

(c)  $x - 4 > 9$

(ch)  $2x + 6 \geq 24$

(d)  $6x + 5 > 4x + 13$

(dd)  $6x + 4 > 4x + 13$

(e)  $3x + 9 \geq x + 3$

(f)  $4x - 8 \leq 5x + 5$

(ff)  $\frac{x+1}{2} > 5$

**Enghraifft**Rhestrwch y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaledd  $5 < 2x - 1 \leq 17$ .*Ateb:* I gychwyn, gadewch i ni ddatrys yr anhafaledd:  $5 < 2x - 1 \leq 17$ 

$6 < 2x \leq 18$

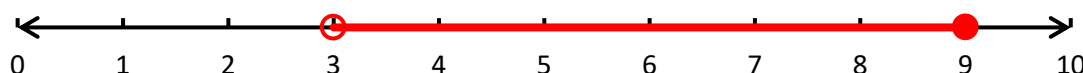
$3 < x \leq 9$

[Adio 1]

[Rhannu efo 2]



Gallwn ddangos y datrysiad hwn ar linell rif:



Y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaledd yw 4, 5, 6, 7, 8 a 9.

**Ymarfer 30**



Rhestrwch y rhifau cyfan sy'n bodloni'r anhafaleddau canlynol.

- |                             |                          |                          |
|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (a) $5 \leq x \leq 8$       | (b) $5 < x < 8$          | (c) $5 < x \leq 8$       |
| (ch) $-4 \leq x \leq 2$     | (d) $-4 < x < 2$         | (dd) $-4 \leq x < 2$     |
| (e) $6 < 2x < 10$           | (f) $6 \leq 3x < 18$     | (ff) $4 < 4y \leq 20$    |
| (g) $3 \leq 2x + 1 \leq 13$ | (ng) $3 < 2x - 1 < 17$   | (h) $5 \leq 3x - 1 < 11$ |
| (i) $3 < 2x \leq 9$         | (j) $5 \leq 2x + 4 < 15$ | (l) $7 < 5x + 1 \leq 21$ |

**Ymarfer 31**



(a) Mae pedair gwaith y rhif  $n$  tynnu 3 yn llai na dwywaith y rhif  $n$  adio 5. Ysgrifennwch anhafaledd a fodlonir gan  $n$  a datrysych ef i ddarganfod gwerthoedd posib  $n$ .

(b) Dechreuodd Vincent a Rowena rentu setiau teledu ar yr un pryd. Mae Vincent yn talu £14 y mis am rentu ei set ef. Mae Rowena yn defnyddio dull gwahanol, mae hi yn talu un taliad o £50 ac yna yn talu rhent o £8 y mis. Cymerwch fod  $x$  yn cynrychioli nifer y misoedd y mae Vincent a Rowena wedi bod yn rhentu eu setiau teledu.



(i) Ysgrifennwch yr anhafaledd sy'n cael ei fodloni gan  $x$  ar gyfer nifer y misoedd mae'r cyfanswm a dalodd Vincent yn **llai** na'r cyfanswm a dalwyd gan Rowena.

(ii) Datrysych yr anhafaledd. Eglurwch beth mae eich datrysiad yn ei ddweud wrthyfych am Vincent a Rowena.

(c) Mae gan Sali waith cartref gwyddoniaeth a mathemateg. Gadewch i  $m$  a  $g$  gynrychioli'r amseroedd sy'n cael eu treulio ar fathemateg a gwyddoniaeth.

(i) Mae Sali yn bwriadu treulio llai na 3 awr ar fathemateg. Ysgrifennwch anhafaledd i ddisgrifio hyn.

(ii) Beth mae  $1 < g < 2$  yn ei feddwl?

(iii) Beth mae  $m > g$  yn ei feddwl?



(ch) Mae bws yn gallu cludo hyd at 46 o bobl. Mae ysgol am gludo 5 o oedolion a chymaint o grwpiau o 4 o blant ag sy'n bosibl ar y bws.



(i) Pa un o'r anhafaleddau hyn sy'n wir am y bws?

$4n + 5 > 46$        $4n + 5 \leq 46$        $4n - 5 < 46$        $4n - 5 \geq 46$

(ii) Datrysych yr anhafaledd cywir o ran (i) i ddarganfod uchafswm nifer y grwpiau o 4 o blant y gellid eu cludo ar y bws.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

**Rhanbarthau Graff**

**Haen Uwch**

Yn y bennod yma, mi wnawn ni drafod sut i liwio rhanbarth o bapur graff sydd wedi'i ddiffinio gan set o anhafaleddau. Er mwyn gwneud hyn, mae'n rhaid adolygu sut i blotio graffiau o'r ffurf  $x = a$ ;  $y = b$  a  $y = mx + c$ , a dysgu techneg newydd ar gyfer plotio graffiau o'r ffurf  $ax + by + c = 0$ .

**Adolygu plotio graffiau o'r ffurf  $x = a$  ag  $y = b$**

- Mae graff  $x = a$  yn llinell fertigol sy'n pasio trwy'r pwynt  $(a, 0)$ .
- Mae graff  $y = b$  yn llinell llorweddol sy'n pasio trwy'r pwynt  $(0, b)$ .

**Ymarfer 32**

Defnyddiwch y papur graff isod i blotio'r llinellau canlynol.

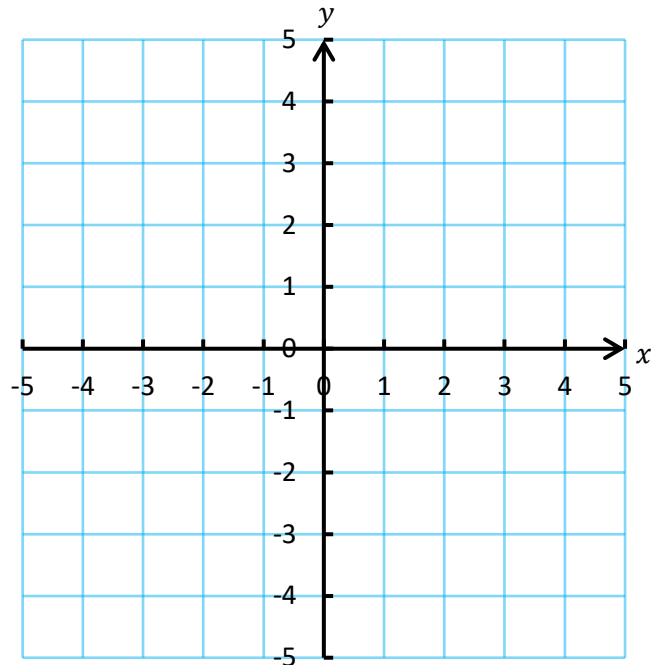
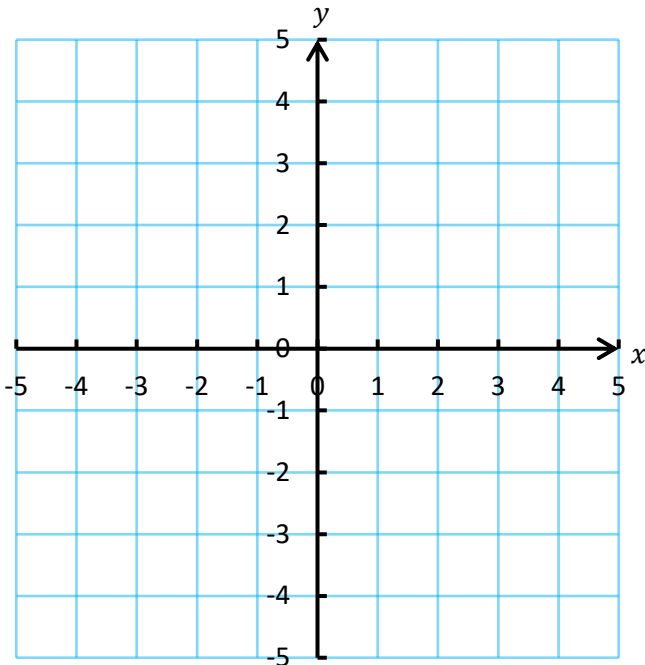


**Adolygu**

5

(a)  $x = 3, y = 4, x = -2, y = -3$

(b)  $y = 2, x = -3, y = 1.5, x = -\frac{5}{2}$



**Adolygu plotio graffiau o'r ffurf  $y = mx + c$**

O gael llinell syth o'r ffurf  $y = mx + c$ , er enghraifft  $y = 3x - 2$ , dyma ddau ddull o blotio'r llinell ar bapur graff.

**Dull 1: Defnyddio tabl**

(a) Amnewidiwch werthoedd gwahanol o  $x$  i mewn i'r hafaliad er mwyn creu tabl o werthoedd.

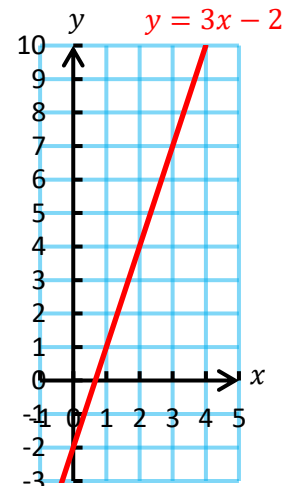
$x$	0	1	2	3
$y$	-2	1	4	7
	↑	↑	↑	↑
	$3 \times 0 - 2$	$3 \times 1 - 2$	$3 \times 2 - 2$	$3 \times 3 - 2$
	$= 0 - 2$	$= 3 - 2$	$= 6 - 2$	$= 9 - 2$
	$= -2$	$= 1$	$= 4$	$= 7$

(b) Plotiwch y gwerthoedd o'r tabl ar bapur graff cyn eu cysylltu gyda llinell syth.

**Dull 2: Defnyddio'r graddiant a'r rhyngdoriad-y**

(a) Ar gyfer y llinell  $y = 3x - 2$ , y rhyngdoriad-y yw  $-2$ , felly mae'r llinell yn pasio trwy'r pwynt  $(0, -2)$ . Plotiwch y pwynt yma ar y papur graff.

(b) Y graddiant yw 3, felly am bob un uned yr awn i'r dde (gan gychwyn yn y pwynt  $(0, -2)$ ), rhaid mynd **tair** uned i fyny. Plotiwch rai o'r pwyntiau yma cyn eu cysylltu gyda llinell syth.

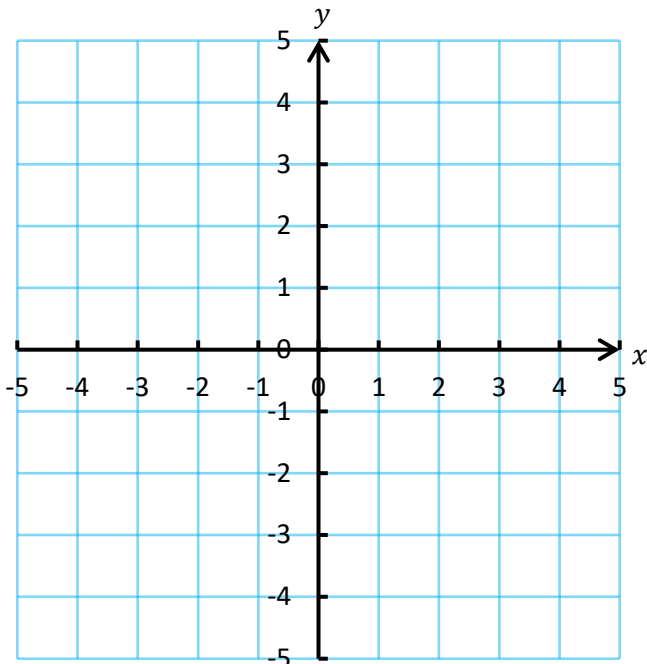


**Ymarfer 33**

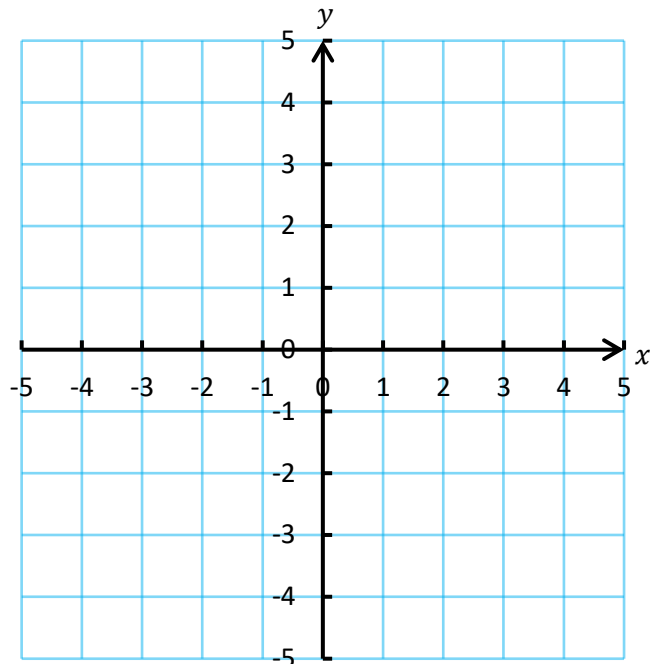


Defnyddiwch y papur graff isod i blotio'r llinellau canlynol.

(a)  $y = 2x - 3$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 1$



(b)  $y = x$ ,  $y = -x$



**Plotio graffiau o'r ffurf  $ax + by + c = 0$**

**Enghraifft**



Plotiwch linell syth ar gyfer yr hafaliad  $2x + 3y - 12 = 0$ .

**Dull 1: Y Dull Cuddiad**

Er mwyn darganfod gwerth  $y$  pan fo  $x = 0$ , **cuddiwch** y term mewn  $x$  efo'ch bys a datrysych yr hafaliad sy'n weddill.

$$2x + 3y - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad 3y - 12 = 0$$

$$3y = 12 \quad \text{[Adio 12]}$$

$$y = 4 \quad \text{[Rhannu efo 3]}$$

Felly mae'r llinell yn mynd trwy'r pwynt  $(0, 4)$ .

Er mwyn darganfod gwerth  $x$  pan fo  $y = 0$ , **cuddiwch** y term mewn  $y$  efo'ch bys a datrysych yr hafaliad sy'n weddill.

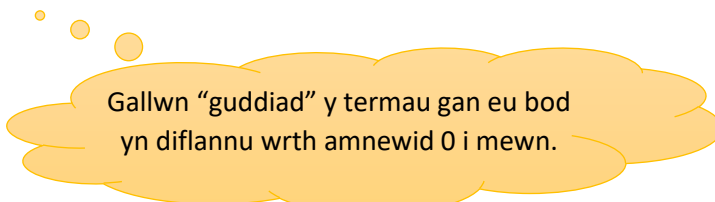
$$2x + 3y - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x - 12 = 0$$

$$2x = 12 \quad \text{[Adio 12]}$$

$$x = 6 \quad \text{[Rhannu efo 2]}$$

Felly mae'r llinell yn mynd trwy'r pwynt  $(6, 0)$ .

I blotio'r llinell ar gyfer  $2x + 3y - 12 = 0$ , plotiwch y ddau bwynt  $(0, 4)$  a  $(6, 0)$  ar bapur graff cyn eu cysylltu efo llinell syth.



Gweler y pecyn Datblygu Algebra 2 i adolygu'r topig yma.



**Dull 2: Y Dull Ad-drefnu**

Ad-drefnwch yr hafaliad er mwyn gwneud  $y$  yn destun yr hafaliad.

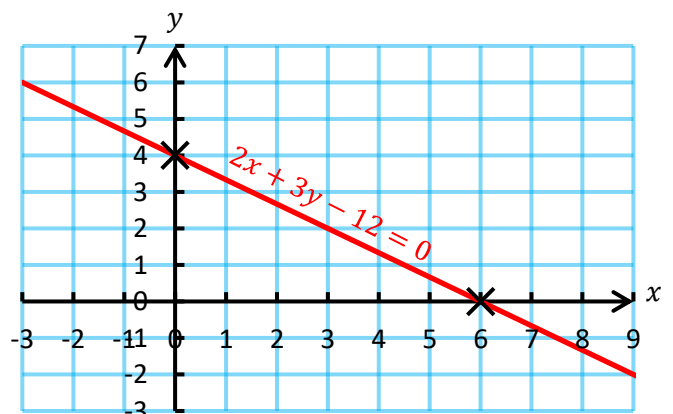
$$2x + 3y - 12 = 0$$

$$3y - 12 = -2x \quad \text{[Tynnu 2x]}$$

$$3y = -2x + 12 \quad \text{[Adio 12]}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 4 \quad \text{[Rhannu efo 3]}$$

Gallwn blotio'r hafaliad yn awr, gan ddefnyddio'r technegau ar gyfer plotio llinell syth o'r ffurf  $y = mx + c$ .



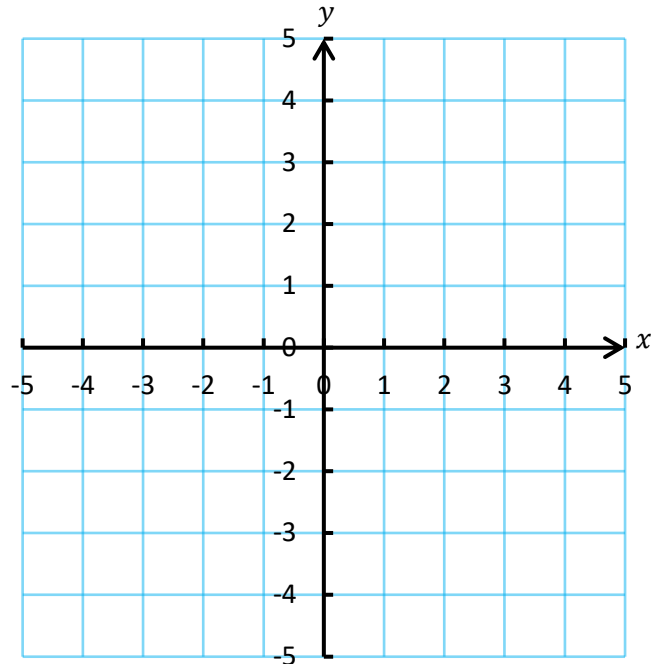
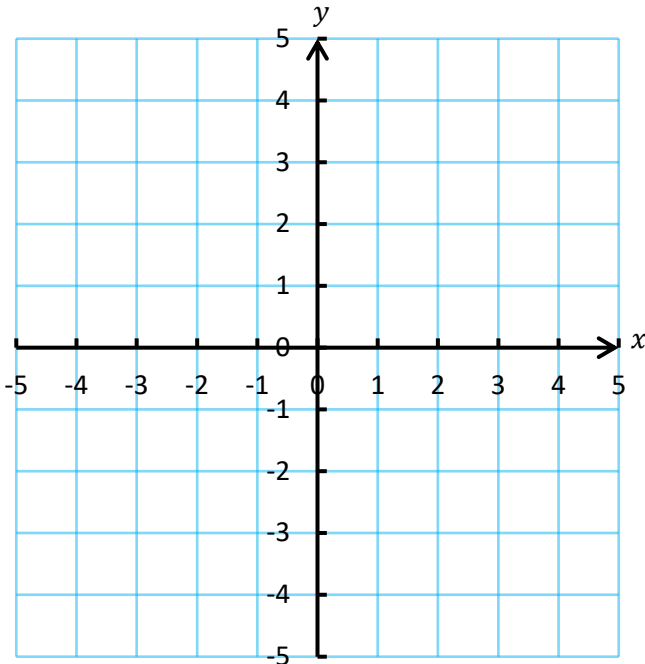
**Ymarfer 34**

Defnyddiwch y papur graff isod i blotio'r llinellau canlynol.



(a)  $2x + 3y - 6 = 0$

(b)  $4x - 2y - 8 = 0$



**Liwio Rhanbarthau**

Gallwn nawr ystyried sut i ddefnyddio setiau o anhafaleddau i liwio rhanbarthau ar bapur graff.

**Enghraifft**

Tywyllwch y rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

$$y < 2, x \geq -1, y \geq x - 1$$

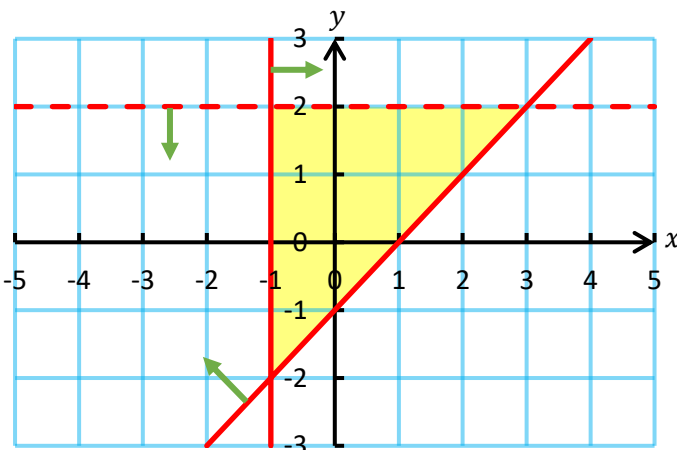
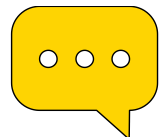


Ateb: **Cam 1:** Plotiwch y graffiau  $y = 2$ ,  $x = -1$ ,  $y = x - 1$ .

**Rheol:** Defnyddiwch linell solet (—) ar gyfer anhafaleddau  $\geq, \leq$ ; a llinell doredig (- - -) ar gyfer anhafaleddau  $>, <$ .

**Cam 2:** Nodwch, gyda saeth, rhanbarth ar gyfer y tair llinell.

**Cam 3:** Tywyllwch y rhanbarth sy'n bodloni'r holl saethau / anhafaleddau.



Ar gyfer llinellau nad yw'n fertigol neu'n llorweddol, **amnewidiwch bwynt sydd ddim yn gorwedd ar y llinell** i benderfynu pa gyfeiriad y dylai'r saeth bwyntio.

Er enghraifft, ar gyfer  $y \geq x - 1$ , amnewidiwch y pwynt  $(0, 0)$ :

$$0 \geq 0 - 1$$

$$0 \geq -1$$

Mae'r anhafaledd yma'n **wir**, felly dylai'r saeth bwyntio **tuag at** y pwynt  $(0, 0)$ .

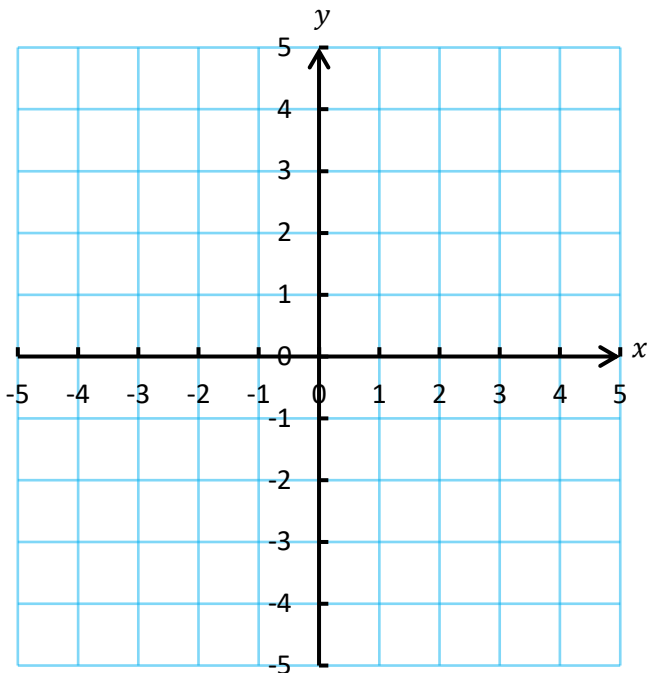


## Ymarfer 35

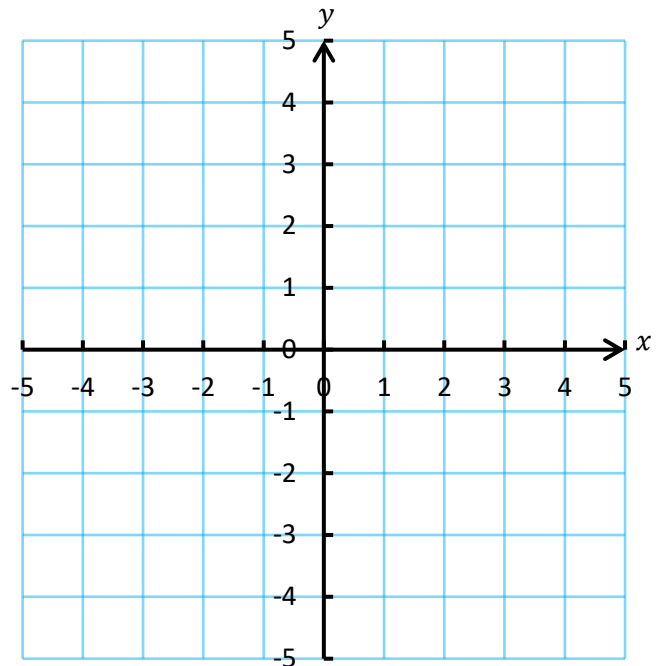


Tywyllwch y rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

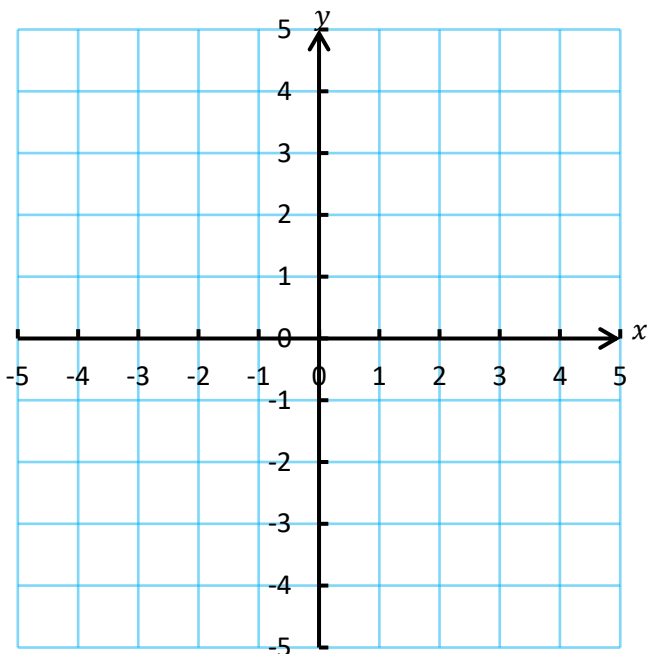
(a)  $y < 4$ ,  $x < 3$ ,  $y \geq -2$ ,  $x \geq -1$



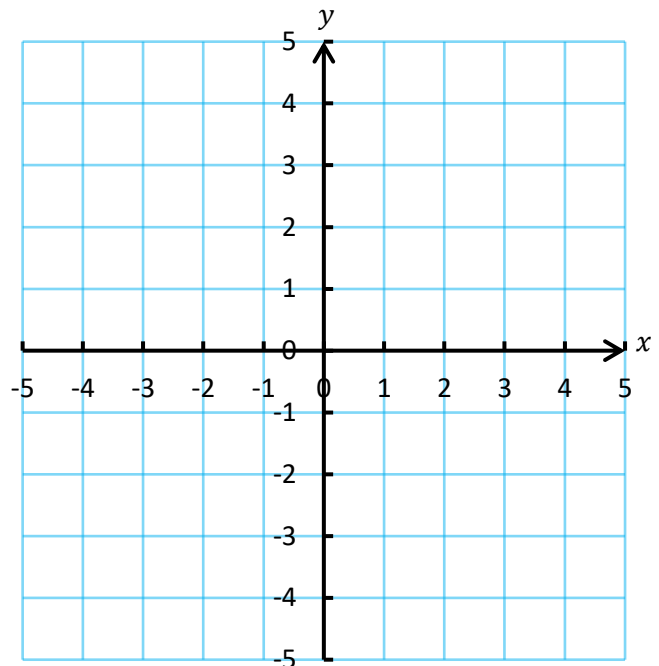
(b)  $y \leq 3$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 2x - 3$



(c)  $y > 1$ ,  $x \geq 1$ ,  $x + 2y - 4 \leq 0$



(ch)  $y > -2$ ,  $y < x + 1$ ,  $y < -2x + 3$



## Ymarfer 36



Lluniwch echelinau addas er mwyn tywyllu'r rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

(a)  $x + y \leq 4$ ,  $y \leq 2x + 4$ ,  $y \geq 1$

(b)  $y \geq 0$ ,  $x < -1$ ,  $y \leq x + 3$

(c)  $x \geq -1$ ,  $y < 4$ ,  $y \geq 3x - 1$

(ch)  $y > -4$ ,  $x < -1$ ,  $y \leq 2x + 1$

(d)  $y < 2$ ,  $x \leq 1$ ,  $y > -x + 2$

(dd)  $y > -3$ ,  $x \geq -2$ ,  $x \leq 1.5$ ,  $y \leq -\frac{1}{2}x + 1$

**Ymarfer 37**



Lluniwch echelinau addas er mwyn tywyllu'r rhanbarth sydd wedi'i ddiffinio gan yr anhafaleddau canlynol.

(a)  $x \leq 2, y > -4, y \geq 2x - 2.5$

(b)  $y < 2, x \geq -3, y \geq x - 1, y \geq -x - 4$

(c)  $x + y < 1, x \geq -3$

(ch)  $y \geq x - 2, y < x + 4$

(d)  $y < 2x, y \geq x + 1$

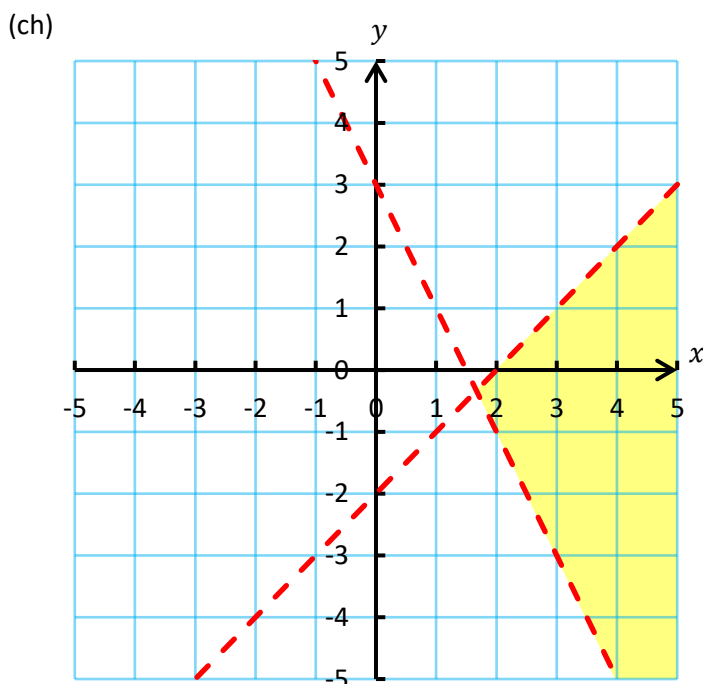
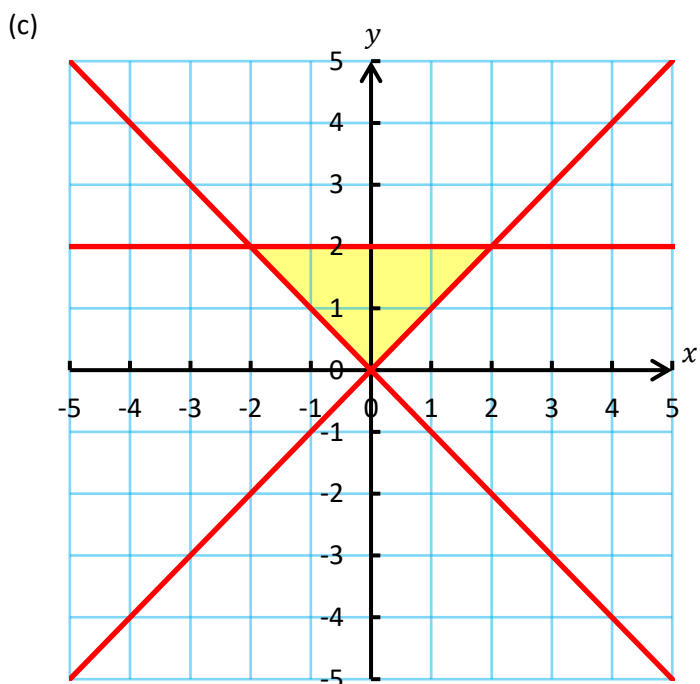
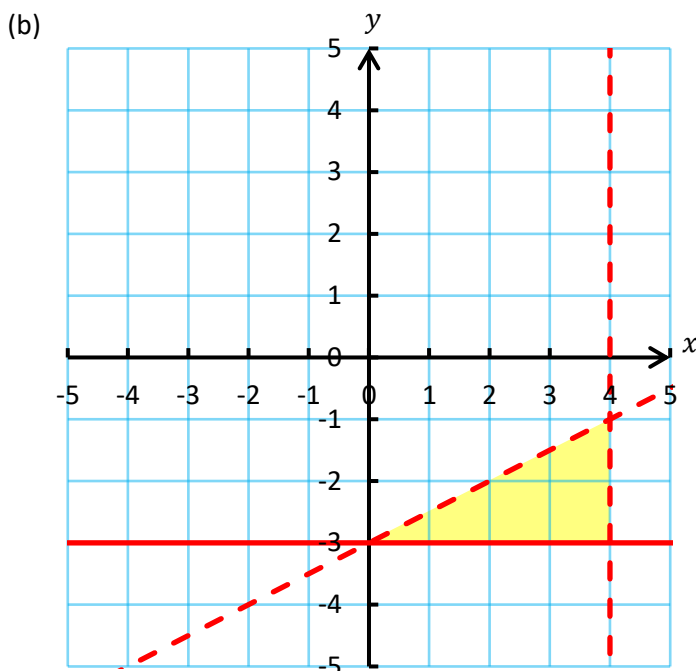
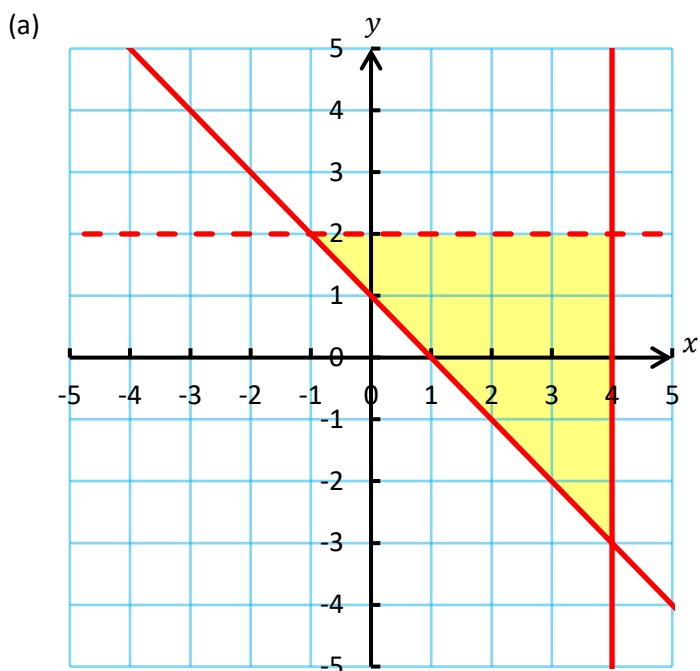
(dd)  $x + y > 2, y > x - 3$

(e)  $x - 2y < 4, y \leq x$

(f)  $2x - 3y \leq 6, 2x + 2y < 0$

**Ymarfer 38**

Pa anhafaleddau sy'n diffinio'r rhanbarthau canlynol?



**Ymarfer 39**



Mae siop wedi gofyn i wneuthurwr (*manufacturer*) gynhyrchu sgertiau a siacedi.

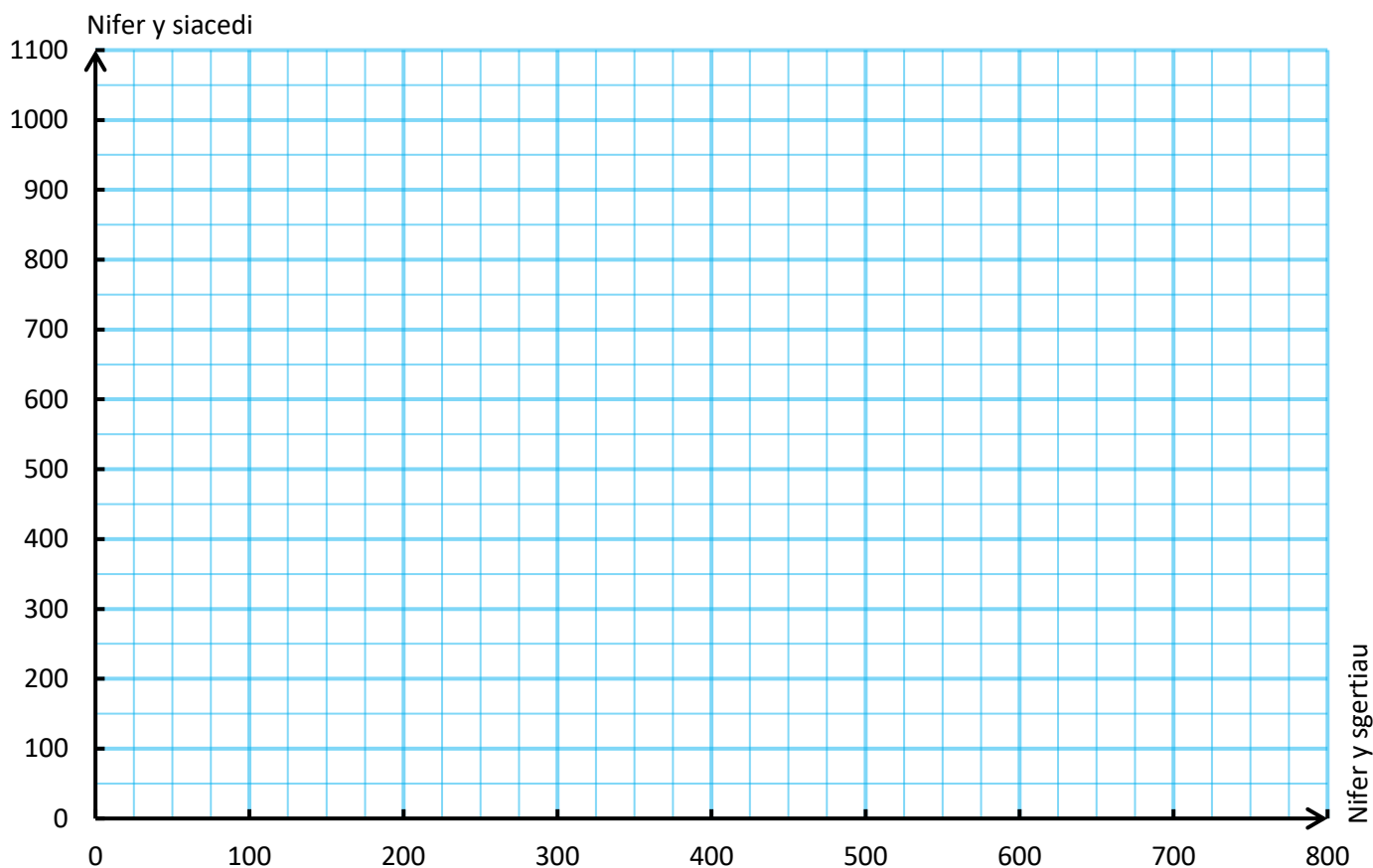
Ar gyfer y deunyddiau, mae gan y gwneuthurwr 750 m<sup>2</sup> o decstil cotwm a 1,000 m<sup>2</sup> o bolyester.

Mae pob sgert angen 1 m<sup>2</sup> o gotwm a 2 m<sup>2</sup> o bolyester.

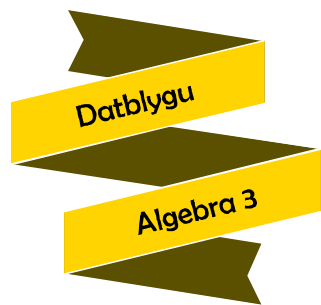
Mae pob siaced angen 1.5 m<sup>2</sup> o gotwm a 1 m<sup>2</sup> o bolyester.

Pris sgert yw £50 a phris siaced yw £40.

Gan gymryd y bydd pob dim yn cael ei werthu, faint o sgertiau a faint o siacedi y dylai'r siop eu prynu er mwyn gwneud yr elw mwyaf?



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...



Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gwybod sut i adnabod os yw'r cysylltiad rhwng dau fesur yn <b>gyfrannedd union</b> neu'n <b>gyfrannedd gwrthdro</b> .			1, 2, 3	
Os oes cyfrannedd union rhwng dau fesur, rwy'n gallu <b>cyfrifo un o'r mesuriadau coll</b> .			2	
Os oes cyfrannedd gwrthdro rhwng dau fesur, rwy'n gallu <b>cyfrifo un o'r mesuriadau coll</b> .			1, 3	
Rwy'n gallu gweithio efo <b>mwy nag un cyfrannedd</b> .			4	
Rwy'n gallu <b>adnabod a defnyddio'r graffiau</b> ar gyfer cyfrannedd union a chyfrannedd gwrthdro.				
Rwy'n gallu ysgrifennu a defnyddio <b>hafaliadau cyfrannedd</b> .			5	
O gael set o ddata ar gyfer dau fesur, rwy'n gallu <b>darganfod hafaliad</b> ar gyfer y gyfrannedd rhwng y ddau fesur.				
Rwy'n gallu <b>ysgrifennu'r nfed term</b> ar gyfer <b>dilyniannau cwadratig syml</b> , e.e. $n^2 + 9$ .			6	
Rwy'n gallu <b>ysgrifennu'r nfed term</b> ar gyfer <b>dilyniannau cwadratig mwy cymhleth</b> , e.e. $4n^2 + 2n - 1$ .			6	
Rwy'n gallu <b>darlunio anhafaledd ar linell rif</b> .			7	
Rwy'n gallu <b>datrys anhafaleddau</b> .			8	
Rwy'n gallu <b>darganfod y rhif cyfan lleiaf</b> (neu'r <b>mwyaf</b> ) sy'n bodloni anhafaledd.				
Rwy'n gallu <b>rhestru'r holl rifau cyfan</b> sy'n bodloni anhafaledd.			9	
Rwy'n gallu <b>plotio graffiau o'r ffurf <math>ax + by + c = 0</math></b> .				
O gael set o anhafaleddau, rwy'n gallu <b>llunio'r rhanbarth</b> sy'n cael ei ddiffinio gan yr anhafaleddau.			10	
O gael rhanbarth ar bapur graff, rwy'n gallu <b>darganfod y set o anhafaleddau</b> sy'n diffinio'r rhanbarth.				



Yr Adran Fathemateg

11

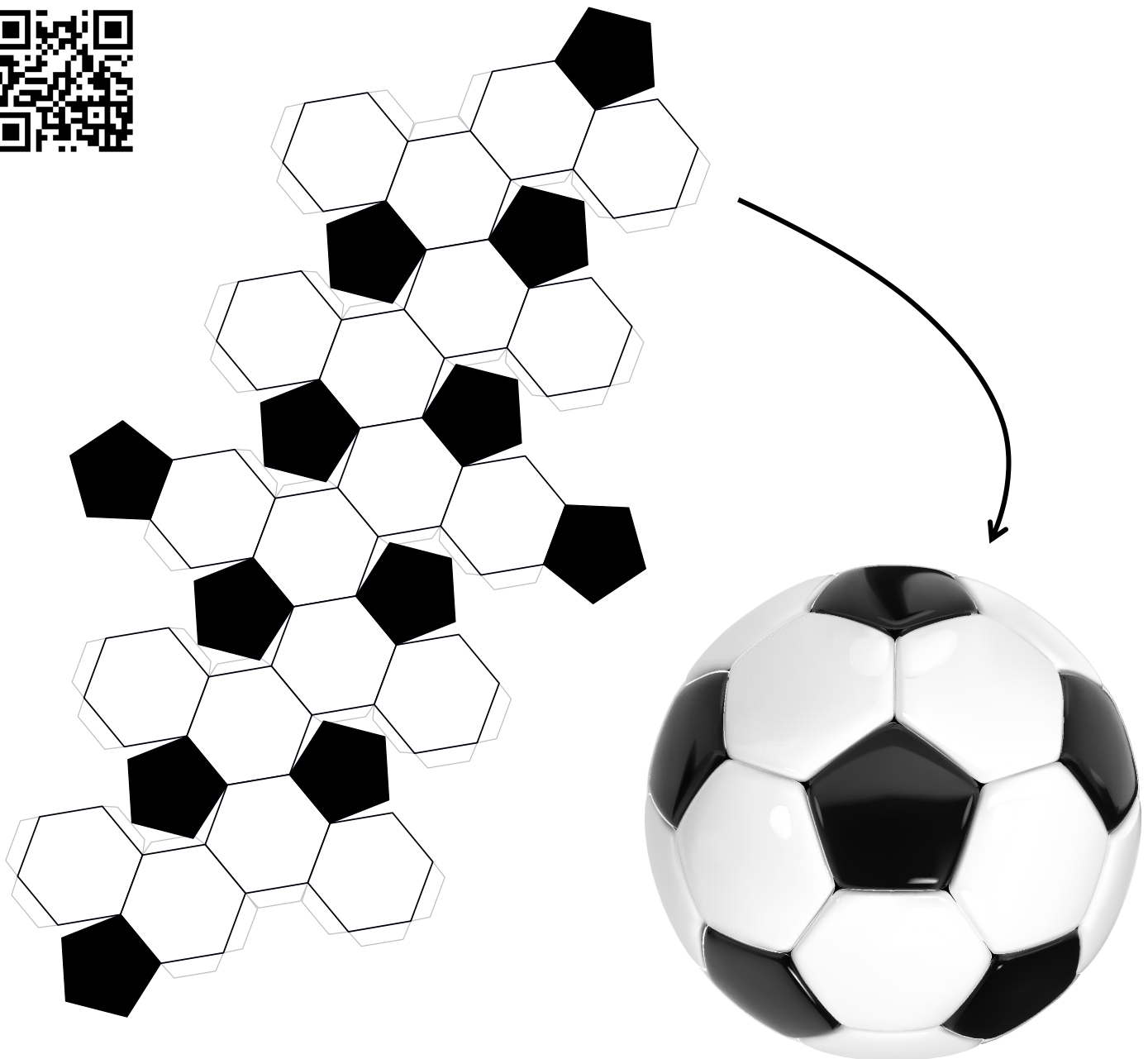
Mesur

Siapiau 4

Enw:

## Cynnwys

Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Siapiau Cyfath	Adnabod siapiau cyfath. Profion trioglau cyfath.	3
Onglau Mewn Polygonau	Onglau mewnol polygon. Onglau allanol polygon. Brithweithiau.	8
Theoremau'r Cylch	Theoremau'r cylch haen ganolradd. Theoremau'r cylch haen uwch.	13
Trawsfurfiadau	Trawsfudo. Cylchdro. Adlewyrchu. Helaethu. Cyfuno.	19



# Siapiau Cyfath



Edrychwch ar y siapiau isod.



Mae'r siapiau i gyd yn **gyflun**, hynny yw'r un siâp sydd i'w weld, o feintiau gwahanol, ond dim ond dau o'r siapiau sydd yn **gyfath**, hynny yw o'r un siâp ac o'r un maint.

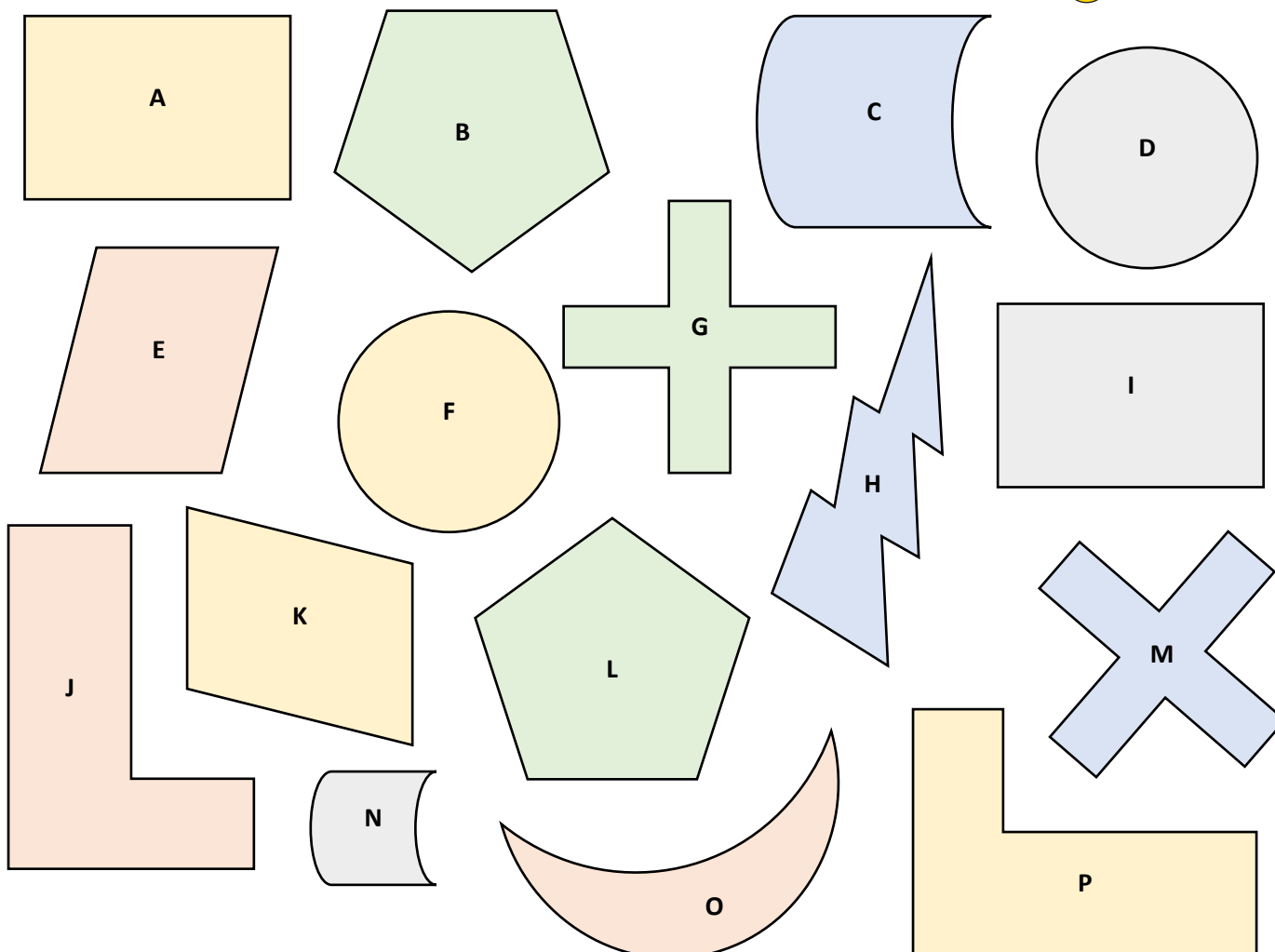
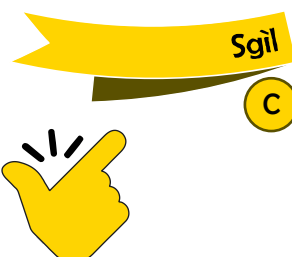
Mae siapiau cyfath yn union yr un siâp, ac yn union yr un maint.

## Ymarfer 1

Ticiwch y ddau siâp cyfath uchod.

## Ymarfer 2

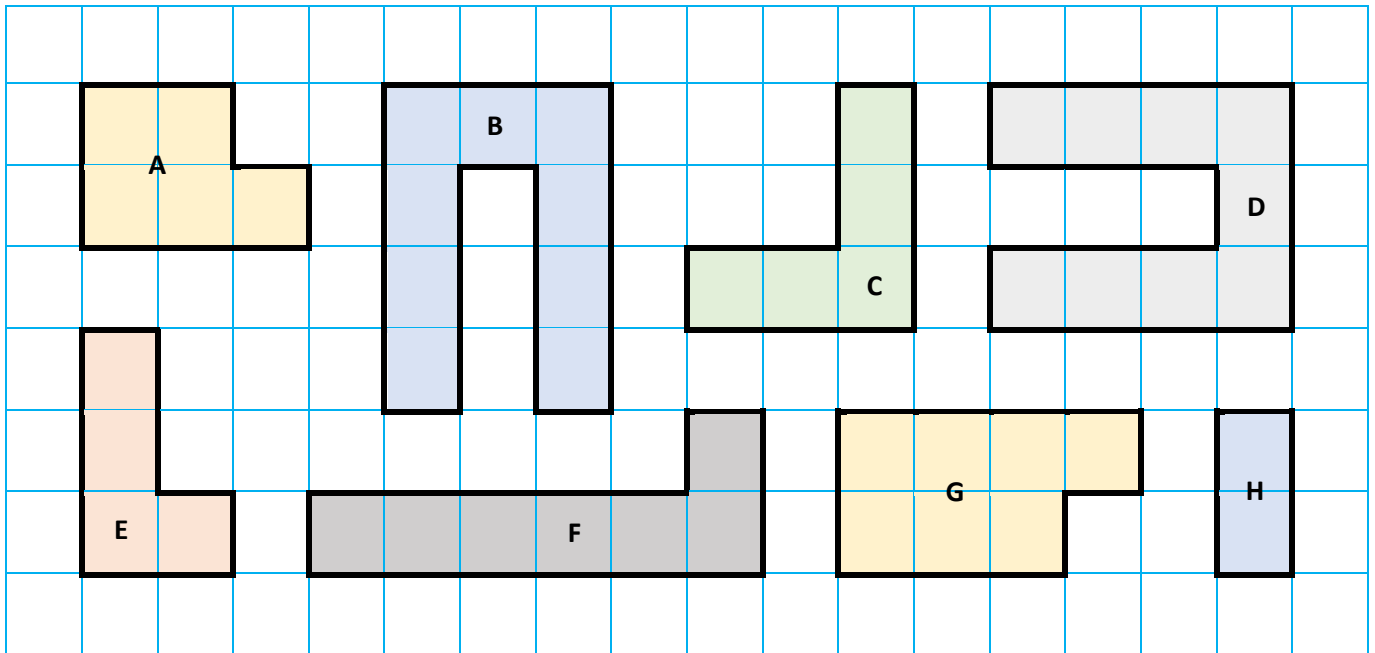
Edrychwch ar y siapiau isod. Pa barau o siapiau sy'n gyfath?



**Ymarfer 3**

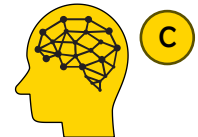


Isod mae casgliad o siapiau wedi'u llunio ar grid sgwariau centimetr.

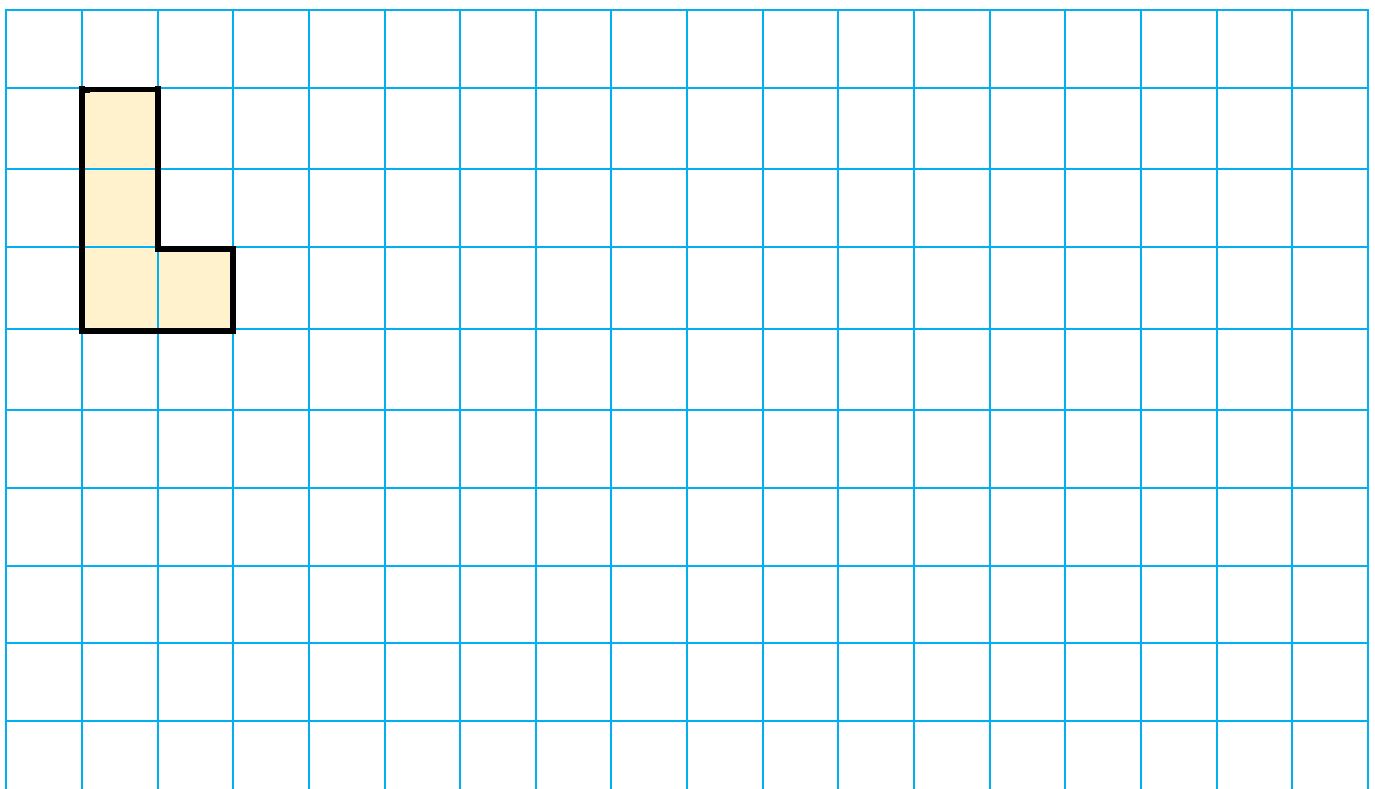


- (a) Pa ddau siâp sy'n gyfath?
- (b) Pa ddau siâp sydd efo arwynebedd  $5 \text{ cm}^2$ ?
- (c) Pa ddau siâp sydd efo perimedr  $12 \text{ cm}$ ?
- (ch) Pa ddau siâp sydd efo arwynebedd  $7 \text{ cm}^2$ ?
- (d) Pa ddau siâp sydd efo perimedr  $10 \text{ cm}$ ?

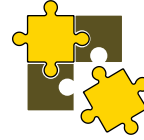
**Ymarfer 4**



Ar y grid isod, lluniwch siapiau sy'n gyfath i'r siâp a ddangosir, ond sydd efo cyfeiriadaeth (*orientation*) gwahanol. Sawl siâp sy'n bosib eu llunio?

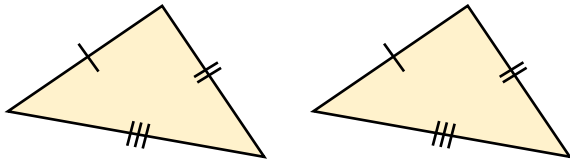


Profion Trionglau Cyfath



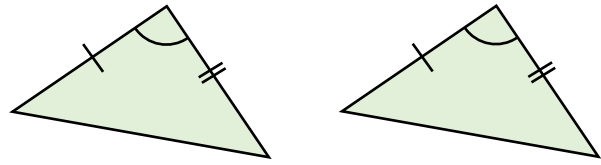
Mae pedair ffordd wahanol o brofi bod dau driongl yn gyfath.

(1) Ochr, Ochr, Ochr (SSS)



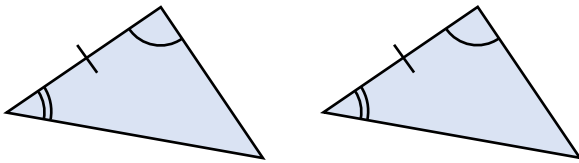
Mae hydoedd ochrau'r triongl cyntaf yn cyfateb i hydoedd ochrau'r ail driongl.

(2) Ochr, Ongl, Ochr (SAS)



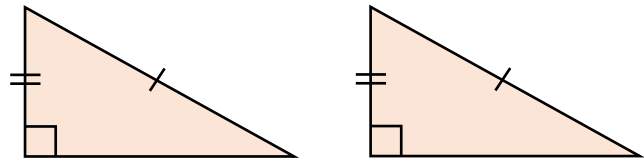
Mae hydoedd dwy o ochrau'r triongl cyntaf yn cyfateb i hydoedd dwy o ochrau'r ail driongl, ac mae'r ongl rhwng yr hydoedd yn hafal.

(3) Ongl, Ochr, Ongl (ASA)



Mae maint dwy o onglau'r triongl cyntaf yn cyfateb i faint dwy o onglau'r ail driongl, ac mae hyd yr ochr rhwng yr onglau'n hafal.

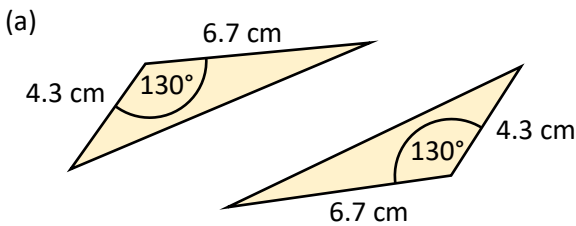
(4) Ongl Sgwâr, Hypotenws, Ochr (RHS)



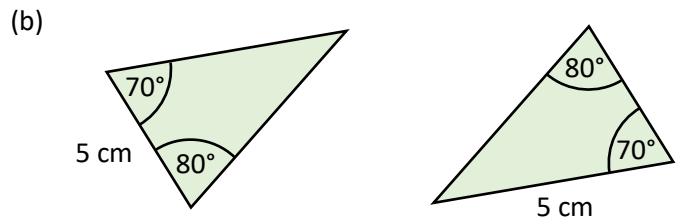
Mae'r ddau driongl yn drionglau ongl sgwâr; mae hyd yr hypotenws yn hafal; ac mae hyd un ochr arall hefyd yn hafal.

Enghraifft

Eglurwch, gan nodi eich rhesymau, os yw'r parau canlynol o drionglau yn gyfath ai peidio.



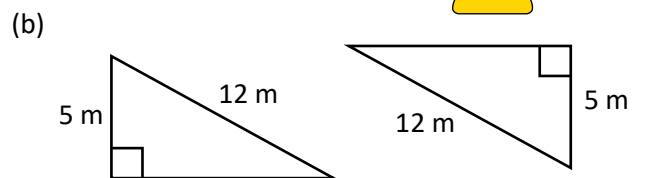
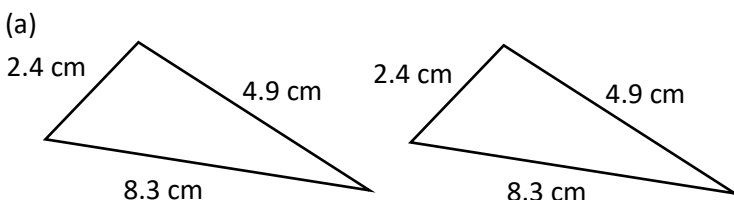
Ateb: Mae hydoedd dwy o ochrau'r triongl cyntaf hafal i hydoedd dwy o ochrau'r ail driongl (4.3 cm, 6.7 cm). Mae'r ongl rhwng yr ochrau (130°) hefyd yn hafal, felly oherwydd y rheol SAS mae'r trionglau'n gyfath.



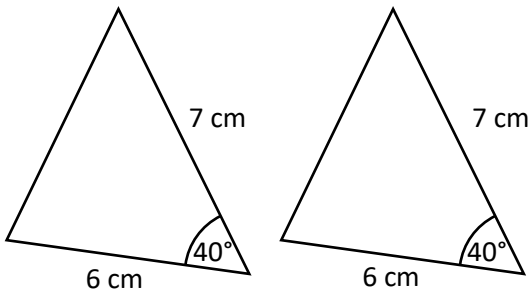
Ateb: Nid yw'r trionglau yma'n gyfath. Mae ongl o 70°, ongl o 80° ag ochr o 5 cm ym mhob triongl, ond nid yw'r ochr o 5 cm rhwng yr onglau yn y triongl ar y dde. Gan fod ochr hiraf triongl o hyd gyferbyn yr ongl fwyaf (80° yn yr achos yma), rhaid i hyd yr ochr rhwng yr onglau fod yn llai na 5 cm. Felly ni allwn ddefnyddio'r rheol ASA i brofi bod y trionglau yma'n gyfath.

Ymarfer 5

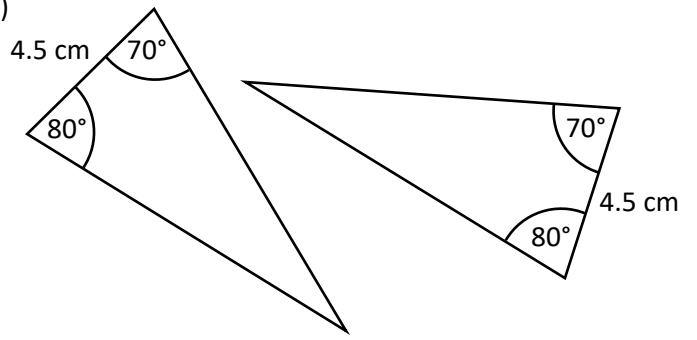
Eglurwch, gan nodi eich rhesymau, os yw'r parau canlynol o drionglau yn gyfath ai peidio. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



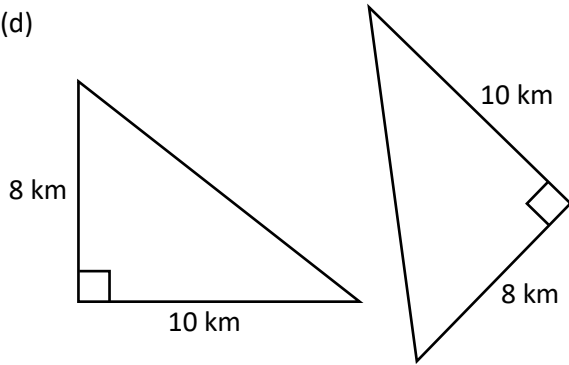
(c)



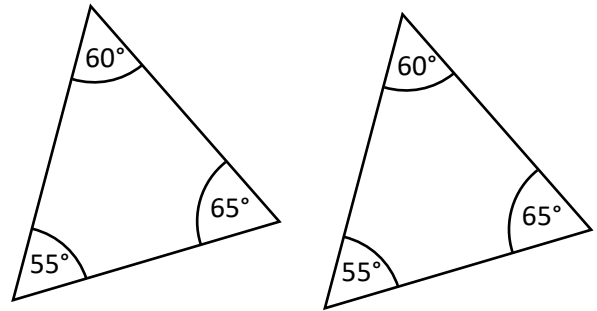
(ch)



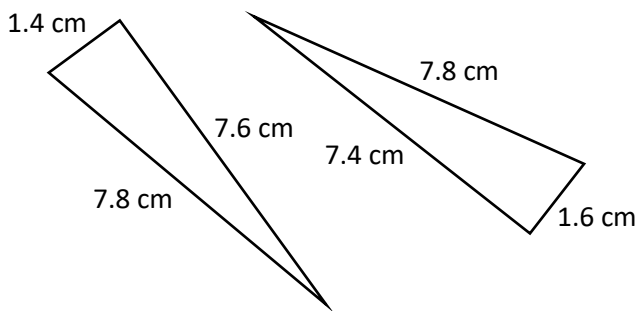
(d)



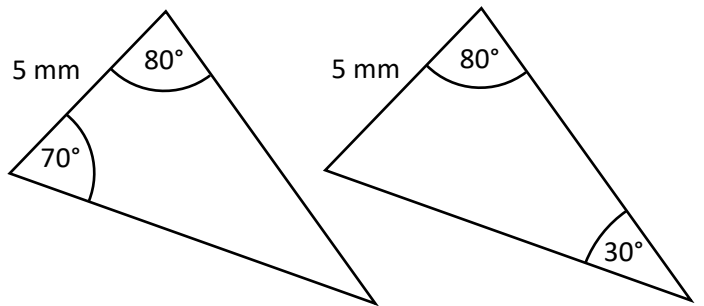
(dd)



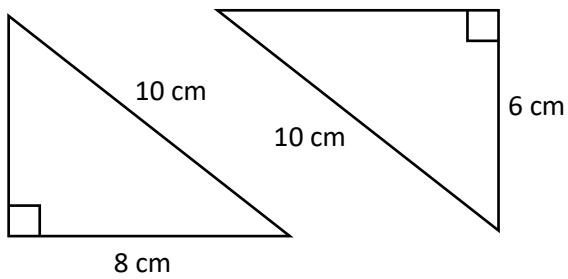
(e)



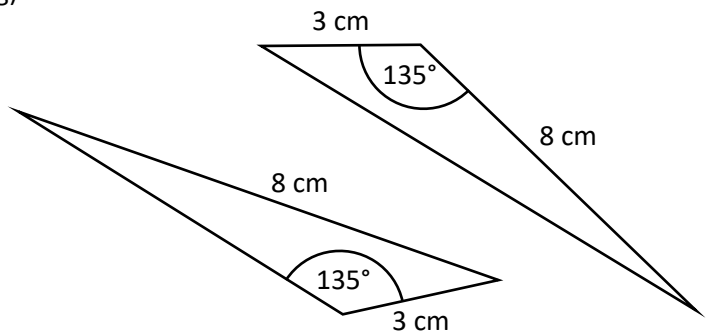
(f)



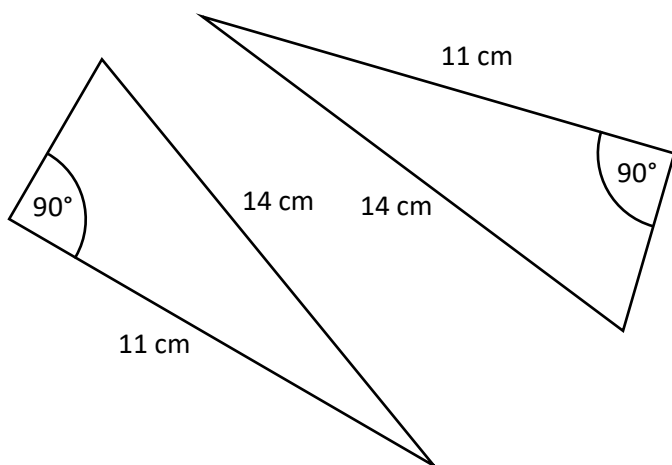
(ff)



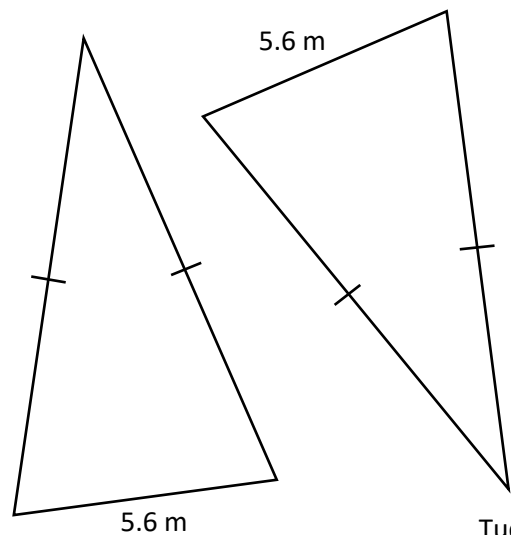
(g)



(ng)



(h)



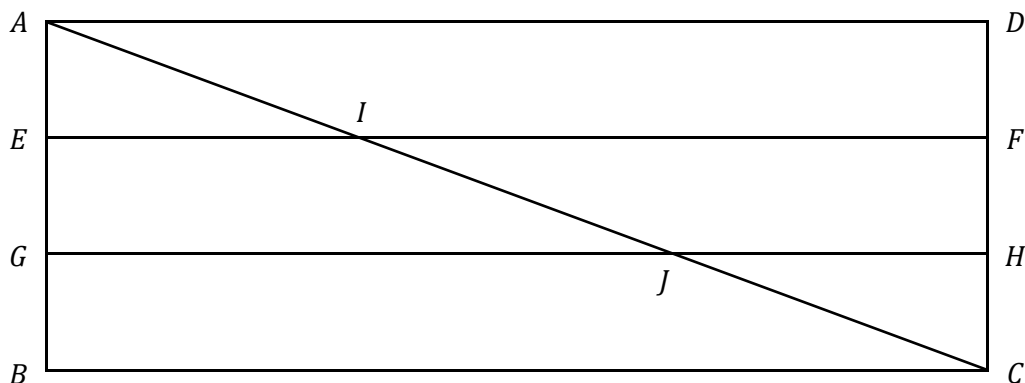
**Ymarfer 6**



Mae'r diagram isod yn dangos ffens bren betryal,  $ABCD$ . Mae'r fframwaith yn cael ei gryfhau trwy ychwanegu tri bar pren ychwanegol,  $EF$ ,  $GH$  ac  $AC$ .

Mae'r trawstiau  $AD$ ,  $EF$ ,  $GH$  a  $BC$  yn baralel i'w gilydd gyda bylchau cyfartal rhyngddyn nhw.

Mae'r bar  $AC$  yn cwrdd ag  $EF$  a  $GH$  yn  $I$  a  $J$  yn ôl eu trefn.



- (a) Enwch driongl sy'n gyfath â'r triongl  $AGJ$ .
- (b) Eglurwch yn glir pam mae'r trionglau yma'n gyfath.

**Ymarfer 7**



Rhowch gylch o amgylch naill ai CYWIR neu ANGHYWIR ar gyfer pob gosodiad isod.

GOSODIAD		
Mae pob petryal yn gyfath.	CYWIR	ANGHYWIR
Mae cylchoedd sydd â'u harwynebeddau'n hafal yn gyfath.	CYWIR	ANGHYWIR
Mae pob pentagon rheolaidd yn gyfath.	CYWIR	ANGHYWIR
Gyda gosodiad ( <i>setting</i> ) 100%, mae llungopiwr yn cynhyrchu siapiau cyfath.	CYWIR	ANGHYWIR
Mae bob triongl efo sail 5 cm ag uchder 4 cm yn gyfath.	CYWIR	ANGHYWIR
Mae bob hanner cylch efo diamedr 6 cm yn gyfath.	CYWIR	ANGHYWIR



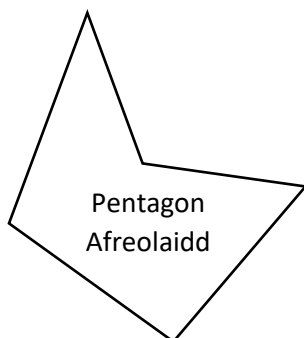
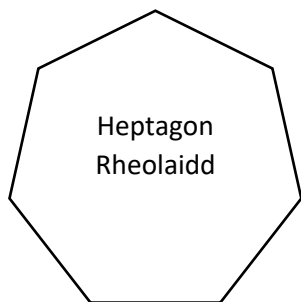
Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Onglau Mewn Polygonau

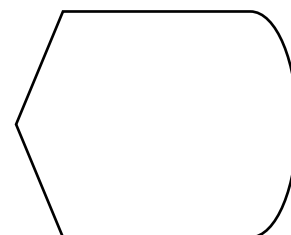
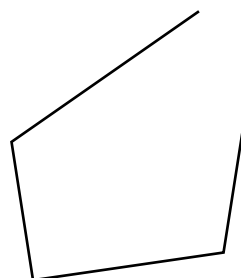


Yr enw ar siâp sy'n defnyddio llinellau syth yn unig yw **polygon**. Mae polygon yn **rheolaidd** os yw hyd ei ochrau i gyd yn hafal a maint ei onglau hefyd i gyd yn hafal. Os nad yw polygon yn bolygon rheolaidd, yna mae'n cael ei alw'n bolygon **afreolaidd**.

## Enghreifftiau o bolygonau



## Anenghreifftiau o bolygonau



### Ymarfer 8

Llenwch y tabl canlynol.

Nifer yr ymylon	Enw'r polygon	Swm yr onglau mewnol	Ongl fewnol polygon rheolaidd
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
$n$	Polygon efo $n$ ymyl		

### Ymarfer 9



Defnyddiwch bren mesur ag onglydd i lunio (a) pentagon rheolaidd; (b) hecsagon rheolaidd; (c) decagon rheolaidd.

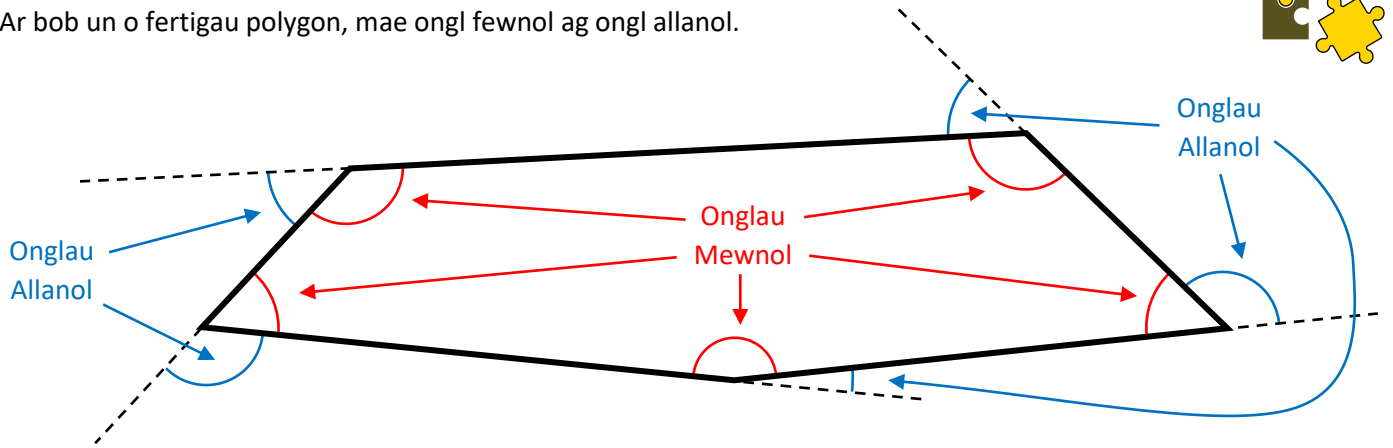
### Sialens!

Defnyddiwch daenlen Excel i ymchwilio i faint onglau mewnol polygonau rheolaidd gwahanol. Wrth i'r nifer o ymylon gynyddu, beth sy'n digwydd i faint yr ongl fewnol? A fydd hyn yn parhau am byth? Pa fath o siâp yw polygon rheolaidd efo  $\infty$  o ymylon?

### Ongl Allanol Polygon



Ar bob un o fertigau polygon, mae ongl fewnol ag ongl allanol.



Wrth gerdded ar hyd perimedr allanol y polygon, ongl allanol fertig yw faint sydd raid troi er mwyn parhau i deithio ar hyd y perimedr. Er enghraifft, dychmygwch gerdded o amgylch perimedr allanol adeilad Y Pentagon, pencadlys adran amddiffyn yr Unol Daleithiau.



Mae cyfanswm yr onglau mewnol yn dibynnu ar y math o bolygon. Uchod, pentagon yw'r polygon, felly cyfanswm yr onglau mewnol yw 540°. Ond beth yw cyfanswm yr onglau allanol? Eto, dychmygwch gerdded ar hyd perimedr allanol y polygon. O ddychwelyd i'ch safle gwreiddiol, byddwch wedi troi o amgylch troad cyfan, neu 360°. Nid yw'r math o bolygon yn bwysig yma, felly cyfanswm onglau allanol unrhyw bolygon yw 360°.

### Crynodeb

Ar gyfer polygon efo  $n$  ymyl,

Cyfanswm yr onglau allanol =  $360^\circ$   
Cyfanswm yr onglau mewnol =  $180^\circ(n - 2)$



Ar gyfer unrhyw fertig mewn polygon,

Ongl fewnol + ongl allanol =  $180^\circ$

Os yw'r polygon yn bolygon rheolaidd,

Un ongl allanol =  $\frac{360^\circ}{n}$   
Un ongl fewnol =  $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$  neu  $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$



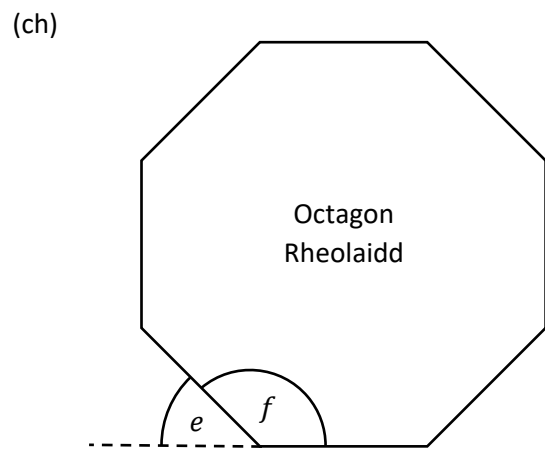
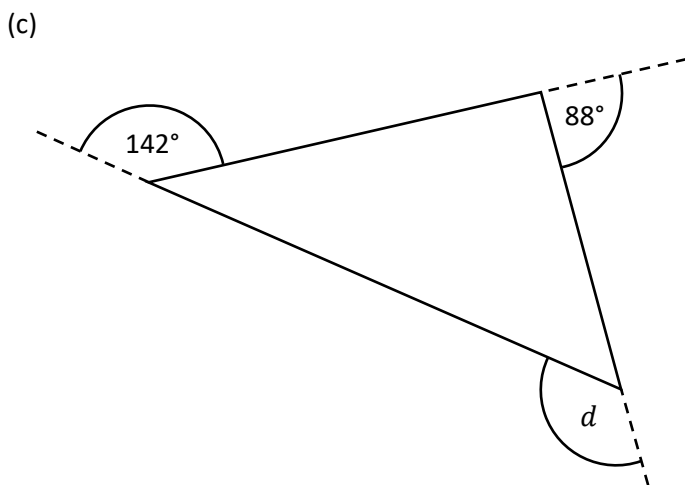
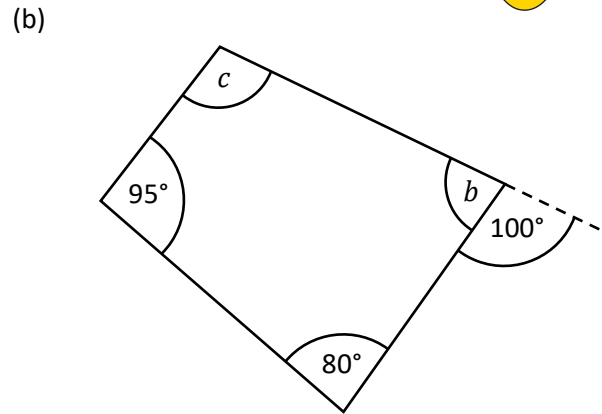
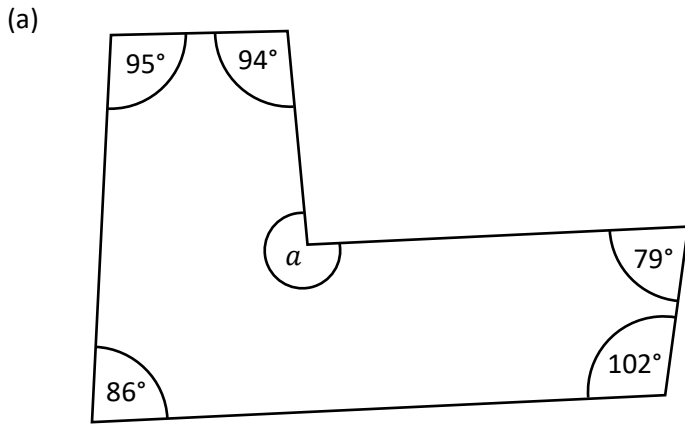
### Sialens!

Profwch fod  $\frac{180^\circ(n-2)}{n} \equiv 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ .

**Ymarfer 10**



Cyfrifwch faint yr onglau coll. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 11**



- (a) Beth yw cyfanswm onglau mewnol unrhyw heptagon?
- (b) Beth yw ongl allanol unrhyw driongl hafalochrog?
- (c) Beth yw ongl fewnol unrhyw nonagon rheolaidd?
- (ch) Pedair o onglau allanol pentagon yw  $110^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $50^\circ$ . Beth yw maint y pumed ongl allanol?
- (d) Pedair o onglau mewnol pentagon yw  $150^\circ$ ,  $130^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $90^\circ$ . Beth yw maint y pumed ongl fewnol?

**Ymarfer 12**



- (a) Maint onglau allanol polygon rheolaidd yw  $18^\circ$ . Sawl ymyl sydd gan y polygon rheolaidd?
- (b) Maint onglau mewnol polygon rheolaidd yw  $156^\circ$ . Sawl ymyl sydd gan y polygon rheolaidd?
- (c) Tair o onglau allanol hecsagon yw  $100^\circ$ . Mae'r tair ongl allanol arall yn hafal. Cyfrifwch faint pob un o'r onglau allanol eraill hyn.
- (ch) Pam nad yw'n bosib llunio triongl efo onglau allanol  $170^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $150^\circ$ ?
- (d) Pedair o chwe ongl fewnol hecsagon yw  $130^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $160^\circ$ . Mae'r ddwy ongl fewnol arall yn hafal. Cyfrifwch faint ongl **allanol** fwyaf yr hecsagon.

**Ymarfer 13**



Lluniwch bolygonau yn y bylchau isod, gan ddangos yn glir maint pob ongl fewnol.

		Maint yr ongl fewnol leiaf		
		Llai	Hafal	Mwy
Cyfanswm yr onglau mewnol	Mwy			
	Hafal			
	Llai			

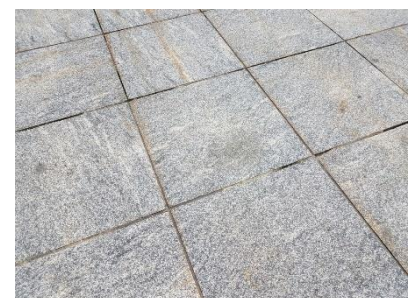
**Ymarfer 14**



Mae sgwariau (neu bedrochrau rheolaidd) yn **brithweithio**, fel mae'n bosib gweld o'r llun ar y dde o deils wedi'u gosod ar lawr.

Defnyddiwch y matiau ATM i ddarganfod pa ddau bolygon rheolaidd arall sy'n brithweithio.

Profwch mai dim ond y 3 polygon rheolaidd yma sy'n brithweithio. (Awgrym: defnyddiwch ffactorau 360 a'r rhestr o onglau mewnol polygonau rheolaidd.)



**Ymarfer 15**

Mae **brithwaith rhannol-reolaidd** (*semi-regular tessellation*) yn defnyddio dau neu fwy o bolygonau rheolaidd cyfath i lenwi'r plân.

Er enghraifft, mae'r brithwaith ar y dde yn defnyddio sgwariau (du a gwyn) ac octagonau (coch a gwyn).

Defnyddiwch y matiau ATM i geisio darganfod yr **wyth** math o frithwaith rhannol-reolaidd. Cofnodwch y brithweithiau yn y tabl isod (mae'r un cyntaf wedi'i wneud i chi).



Brithwaith	Polygonau	Onglau mewnol o gwmpas unrhyw bwynt
1	Octagon, Octagon, Sgwâr	$135^\circ + 135^\circ + 90^\circ = 360^\circ$
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Theoremau'r Cylch



Mae nifer o ffeithiau yn ymwneud ag onglau mewn cylch y mae'n rhaid eu dysgu. (Nid oes rhaid dysgu'r profion.)

(1) Mae tangiad a radiws yn cyfarfod ar ongl sgwâr.

**Prawf**

Tybiwch nad yw tangiad a radiws yn cyfarfod ar ongl sgwâr. Yna gallwn lunio llinell berpendicwlar o ganol y cylch  $O$  i'r pwynt  $Q$  ar y tangiad (pwynt sydd tu allan i'r cylch), fel bod yr ongl  $O\hat{Q}P = 90^\circ$ .

Mae'n dilyn bod y triongl  $OQP$  yn driongl ongl sgwâr ble mae'r radiws  $OP$  yn hypotenws i'r triongl. Ond gwelwn fod rhaid i'r llinell  $OQ$  fod yn hirach na'r llinell  $OP$  (gan fod  $Q$  yn gorwedd tu allan i'r cylch). Mae hyn yn mynd yn erbyn y ffaith fathemategol mai hypotenws triongl ongl sgwâr yw'r ochr hiraf, felly rhaid bod tangiad a radiws yn cyfarfod ar ongl sgwâr.

(2) Mae'r ongl mewn hanner cylch yn ongl sgwâr.

**Prawf**

Holltwch y triongl i mewn i ddau driongl isosgeles, trwy ychwanegu radiws o'r canol  $O$  i'r fertig  $A$ .

Cyfanswm onglau triongl  $ABC$  yw  $180^\circ$ , felly

$$a + a + b + b = 180^\circ$$

$$2a + 2b = 180^\circ \quad \text{[Casglu termau]}$$

$$a + b = 90^\circ \quad \text{[Rhannu efo 2]}$$

Felly mae'r ongl  $B\hat{A}C$  yn ongl sgwâr.

(3) Mae'r ongl yng nghanol cylch yn ddwbl yr ongl ar y cylchyn.

**Prawf**

Holltwch y pedrochr i mewn i ddau driongl isosgeles, trwy ychwanegu radiws o'r canol  $O$  i'r fertig  $A$ .

Yn y triongl  $ABO$ ,  $A\hat{O}B = 180^\circ - 2a$ .  
Yn y triongl  $ACO$ ,  $A\hat{O}C = 180^\circ - 2b$ .

Yn defnyddio'r onglau o amgylch y canol  $O$ ,

$$B\hat{O}C = 360^\circ - A\hat{O}B - A\hat{O}C$$

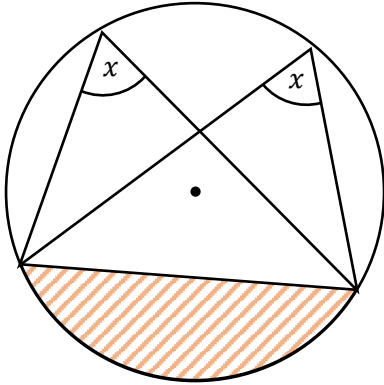
$$B\hat{O}C = 360^\circ - (180^\circ - 2a) - (180^\circ - 2b)$$

$$B\hat{O}C = 2a + 2b$$

$$B\hat{O}C = 2(a + b)$$

Felly mae'r ongl yng nghanol y cylch ( $B\hat{O}C$ ) yn ddwbl yr ongl ar y cylchyn ( $B\hat{A}C$  neu  $a + b$ ).

(4) Mae onglau yn yr un segment yn hafal.

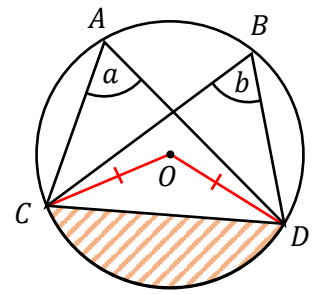


**Prawf**

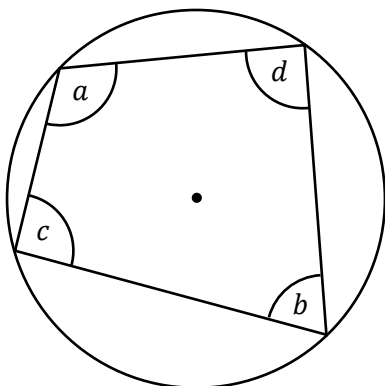
Ychwanegwch ddau radiws o'r canol  $O$  i'r fertigau  $C$  a  $D$ .

O'r theorem cylch blaenorol, mae maint ongl  $\widehat{COD}$  yn ddwbl maint ongl  $\widehat{CAD}$ . Ond hefyd gallwn ddweud bod maint ongl  $\widehat{COD}$  yn ddwbl maint ongl  $\widehat{CBD}$ .

Rhaid felly bod yr onglau  $\widehat{CAD}$  a  $\widehat{CBD}$  yn hafal. Felly mae onglau yn yr un segment yn hafal.



(5) Mae onglau cyferbyn pedrochr cylchol yn adio i  $180^\circ$ .



$$a + b = 180^\circ$$

$$c + d = 180^\circ$$

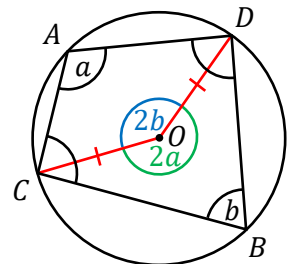
**Prawf**

Ychwanegwch ddau radiws o'r canol  $O$  i'r fertigau  $C$  a  $D$ .

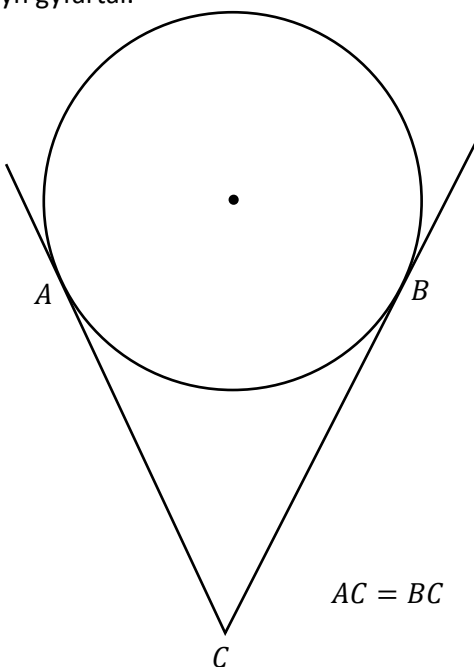
Gan fod yr ongl yn y canol yn ddwbl yr ongl ar y cylchyn, gallwn ddweud bod  $\widehat{COD} = 2b$ , a  $\widehat{COD}$  atblyg  $= 2a$ .

Mae'r onglau o amgylch unrhyw bwynt yn adio i  $360^\circ$ , felly  $2a + 2b = 360^\circ$   
 $a + b = 180^\circ$  [Rhannu efo 2]

Felly mae onglau cyferbyn pedrochr cylchol yn adio i  $180^\circ$ .



(6) Mae hyd tangiadau o bwynt allanol yn gyfartal.



**Prawf (Haen Uwch)**

Ychwanegwch ddau radiws o'r canol  $O$  i'r fertigau  $A$  a  $B$ .

Yna ychwanegwch linell o'r canol  $O$  i'r fertig  $C$ .

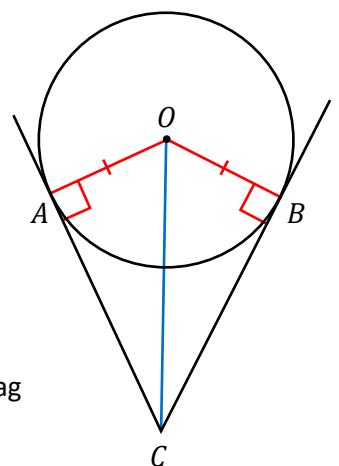
Gan fod tangiad a radiws yn cyfarfod ar ongl sgwâr, mae  $\widehat{OAC} = \widehat{OBC} = 90^\circ$ .

Mae'r ddau driongl ongl sgwâr  $OAC$  ag  $OBC$  yn rhannu'r un hypotenws  $OC$ .

Mae  $OA = OB$ , gan eu bod yn ddau radiws.

Gan ddefnyddio'r rheol RHS, gallwn ddweud bod y trionglau  $OAC$  ag  $OBC$  yn gyfath.

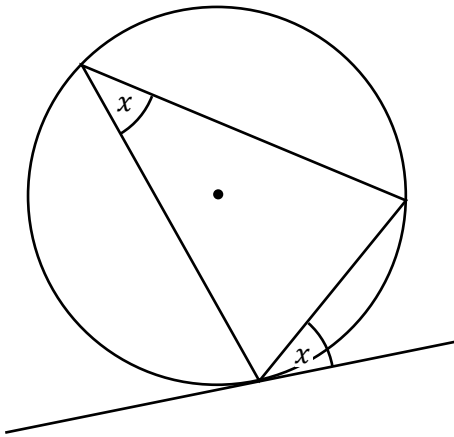
Rhaid felly bod  $AC = BC$ , ac felly mae hyd tangiadau o bwynt allanol yn gyfartal.



Mae'r ddwy theorem olaf yn ymddangos yn yr haen uwch yn unig.



(7) Mae'r ongl rhwng cord a thangiad yn hafal i'r ongl yn y segment eiledol.



### Prawf

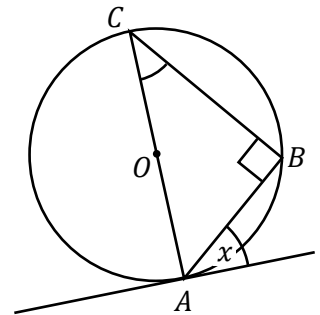
Gan fod onglau yn yr un segment yn hafal, gallwn ddedis profi'r achos ble mae'r llinell  $AC$  yn ddiamedr i'r cylch.

Mae tangiad a radiws yn cyfarfod ar ongl sgwâr, felly  $\widehat{CAB} = 90^\circ - x$ .

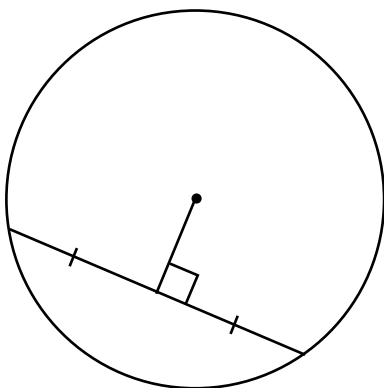
Mae'r ongl mewn hanner cylch yn ongl sgwâr, felly  $\widehat{ABC} = 90^\circ$ .

Gan ddefnyddio'r triongl  $ABC$ ,  
 $\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{CAB}$   
 $\widehat{ACB} = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - x)$   
 $\widehat{ACB} = x$

Felly mae'r ongl rhwng cord a thangiad yn hafal i'r ongl yn y segment eiledol.



(8) Mae'r perpendicwlar o'r canol i gord yn haneru'r cord.



### Prawf

Ychwanegwch ddau radiws o'r canol  $O$  i'r fertigau  $A$  a  $B$ .

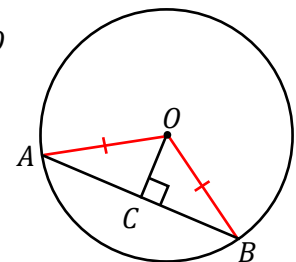
Mae'r trionglau  $OAC$  ag  $OBC$  yn drionglau ongl sgwâr.

Mae hypotenws y ddau driongl yn hafal, gan eu bod yn ddau radiws.

Mae'r ddau driongl yn rhannu'r ochr  $OC$ .

Gan ddefnyddio'r rheol RHS, gallwn ddweud bod y trionglau  $OAC$  ag  $OBC$  yn gyfath.

Rhaid felly bod  $AC = BC$ , ac felly mae'r perpendicwlar o'r canol i gord yn haneru'r cord.



### Ymarfer 16



Cymerwch ychydig o amser i ddod yn gyfarwydd â'r theoremau cylchoedd. Dyma ychydig o syniadau:

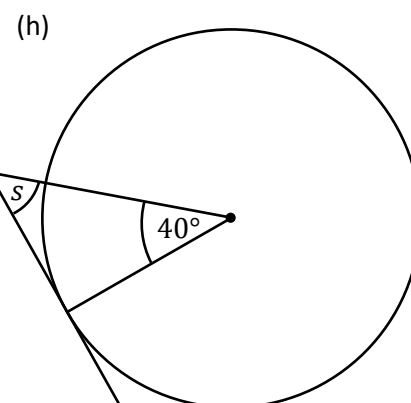
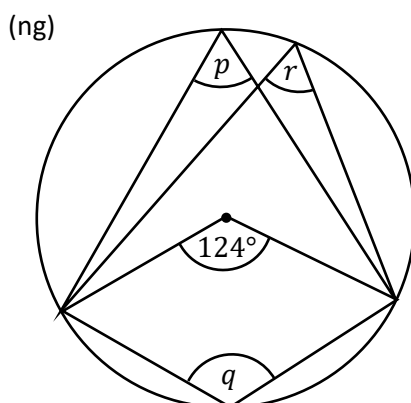
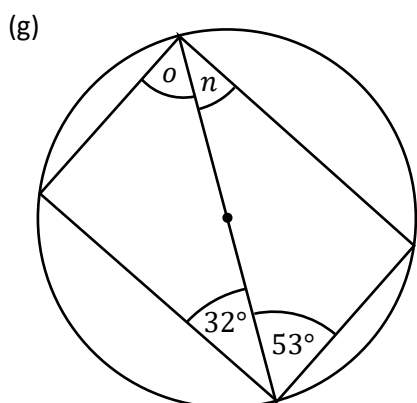
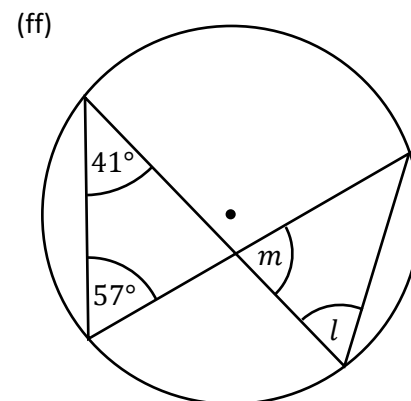
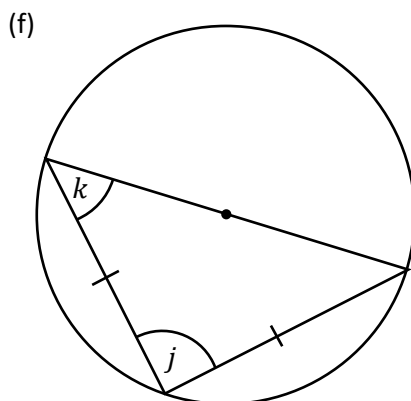
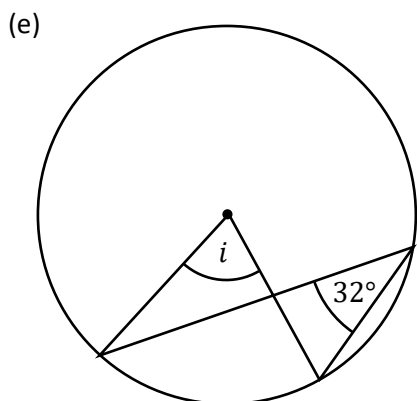
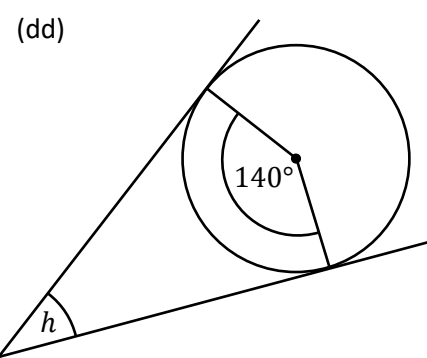
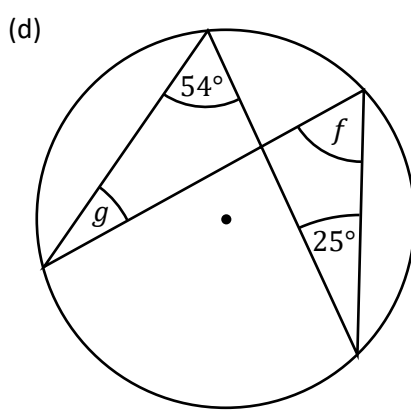
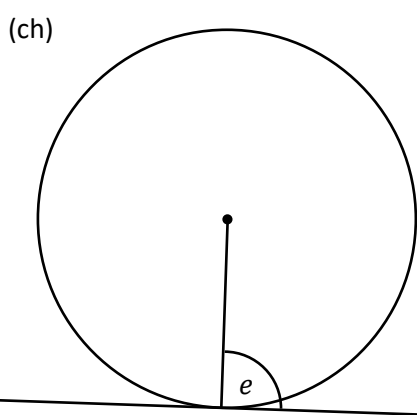
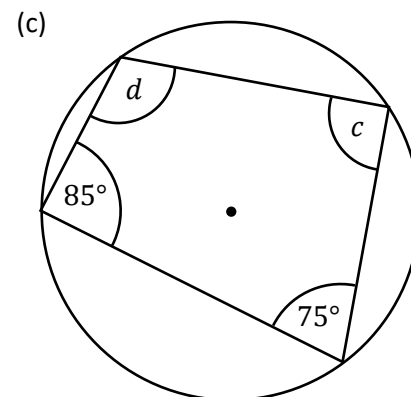
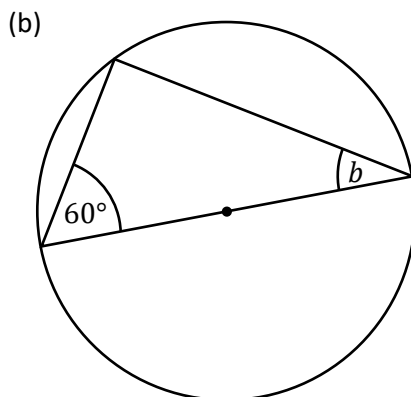
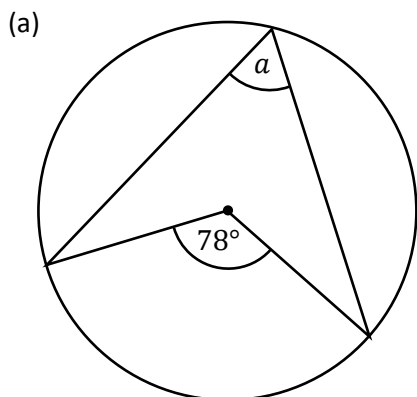
- Ceisiwch ail-greu'r theoremau yn y meddalwedd GeoGebra.
- Lluniwch enghreifftiau o'r theoremau cylchoedd yn eich llyfr adolygu.
- Ceisiwch ail-greu'r theoremau gan ddefnyddio platiau papur, llinyn a deunyddiau lliwio.
- Gwiriwch fod y theoremau'n wir gan lunio enghreifftiau efo cwmpas, pren mesur ac onglydd.





**Ymarfer 17**

Defnyddiwch theoremau'r cylch i ddarganfod yr onglau sydd wedi'u marcio yn y diagramau canlynol. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 18**

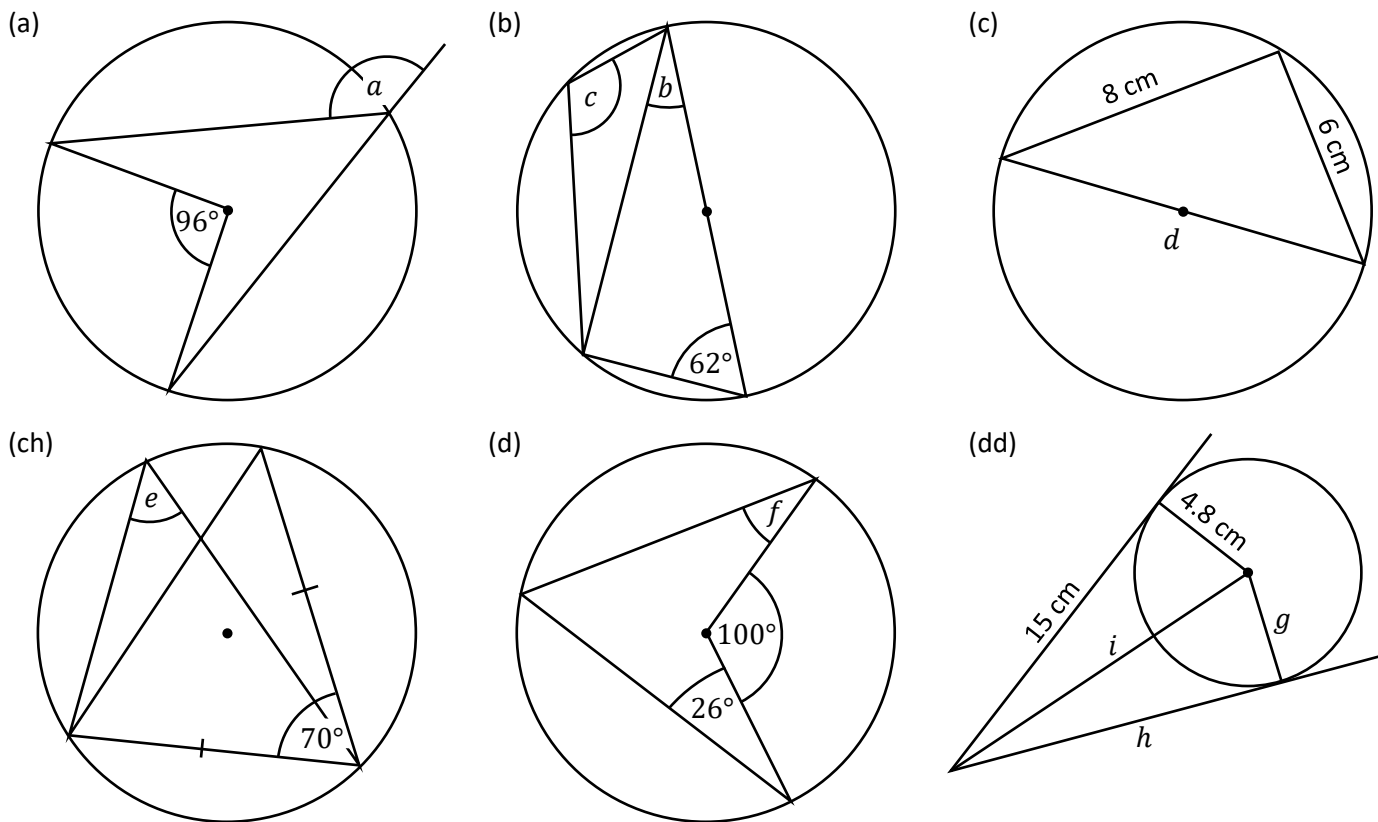
Ar gyfer bob cwestiwn yn Ymarfer 17 uchod, nodwch pa theorem cylch y gwnaethoch ei ddefnyddio er mwyn darganfod maint yr ongl (neu'r onglau) coll.



**Ymarfer 19**



Defnyddiwch theoremau'r cylch i ddarganfod yr onglau neu'r ochrau sydd wedi'u marcio yn y diagramau canlynol. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 20**



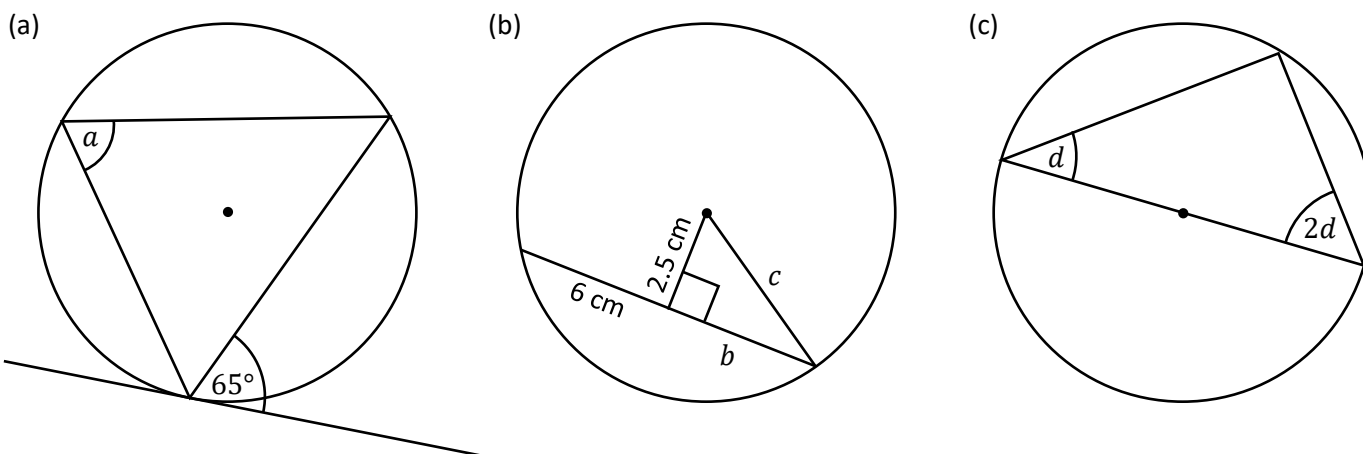
Ar gyfer bob cwestiwn yn Ymarfer 19 uchod, nodwch pa theorem cylch y gwnaethoch ei ddefnyddio er mwyn darganfod y gwerth (neu'r gwerthoedd) coll.

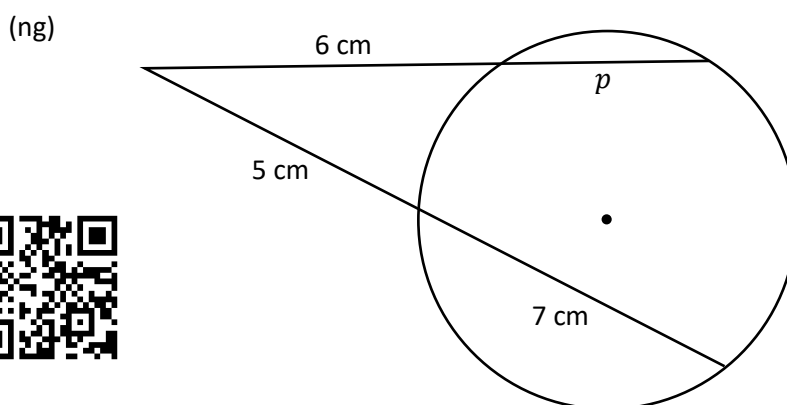
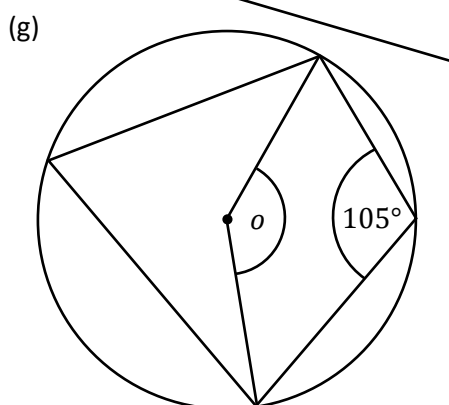
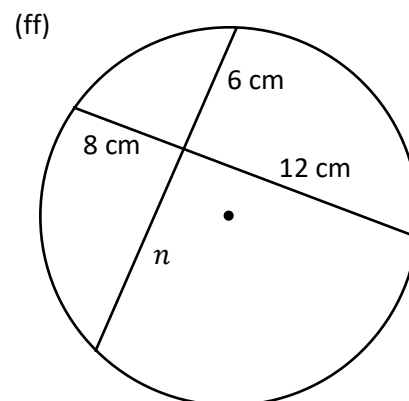
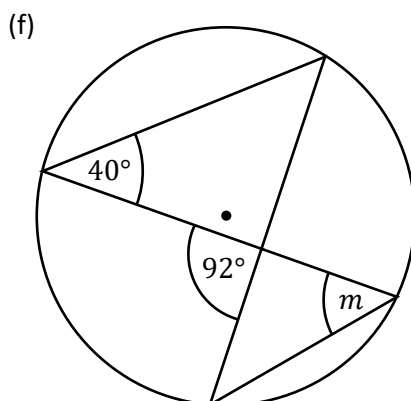
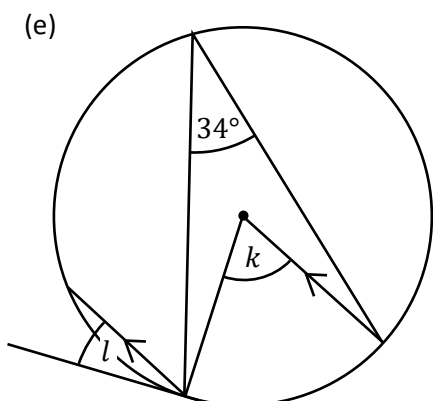
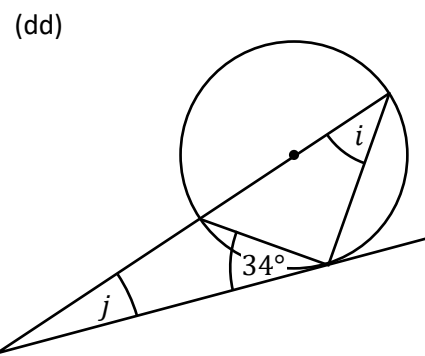
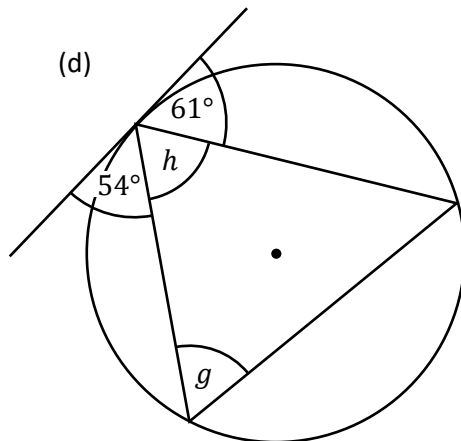
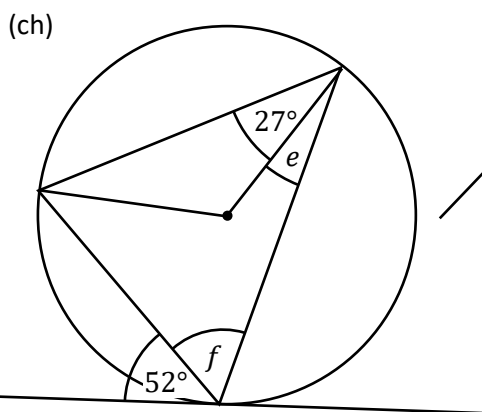
**Sialens!**

Dychmygwch gylch efo radiws 1 m. Mae 6 triongl hafalochrog yn cael eu gosod yn y cylch, gydag un fertig o bob triongl yng nghanol y cylch, a dau fertig arall ar gylchyn y cylch. Nid yw'r trionglau'n orgyffwrdd (*overlap*). Beth yw'r gwahaniaeth rhwng arwynebedd y cylch ag arwynebedd y chwe triongl hafalochrog?

**Ymarfer 21**

Defnyddiwch theoremau'r cylch i ddarganfod yr onglau neu'r ochrau sydd wedi'u marcio yn y diagramau canlynol. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)





**Ymarfer 22**



Ar gyfer bob cwestiwn yn Ymarfer 21 uchod, nodwch pa theorem cylch y gwnaethoch ei ddefnyddio er mwyn darganfod y gwerth (neu'r gwerthoedd) coll.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Trawsffurfiadau



Dros y blynyddoedd, rydym wedi gweld pedwar math gwahanol o drawsffurfiad.

Blwyddyn 7	Blwyddyn 8	Blwyddyn 9	Blwyddyn 10
Trawsfudiad (symud siâp)	Cylchdro (troi siâp)	Adlewyrchiad (adlewyrchu siâp)	Helaethiad (newid maint siâp)

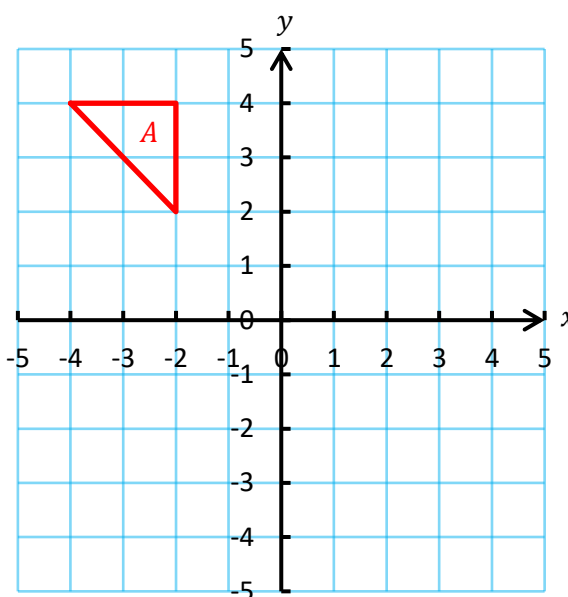
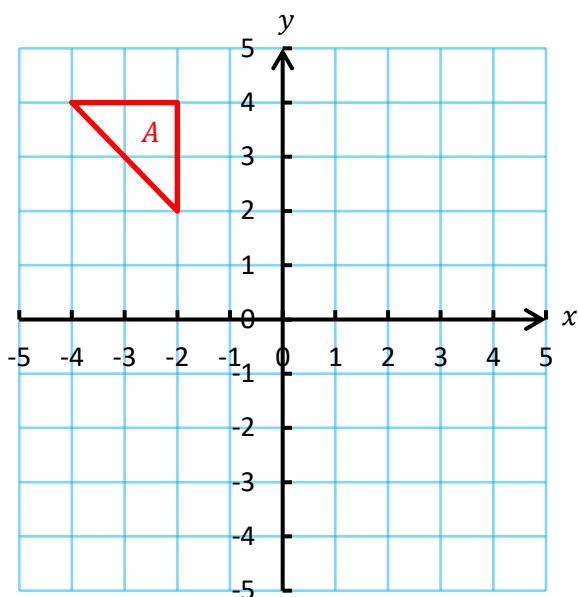
Yn y bennod yma, mi wnawn ni adolygu'r trawsffurfiadau, cyn eu cyfuno mewn gwahanol ffyrdd.

**Ymarfer 23**



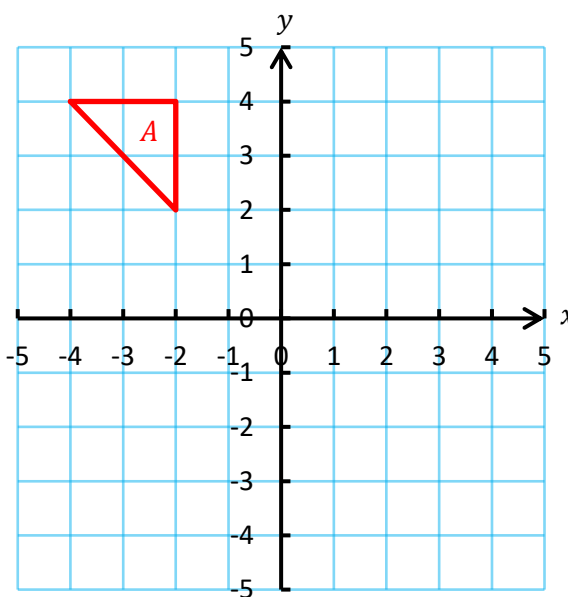
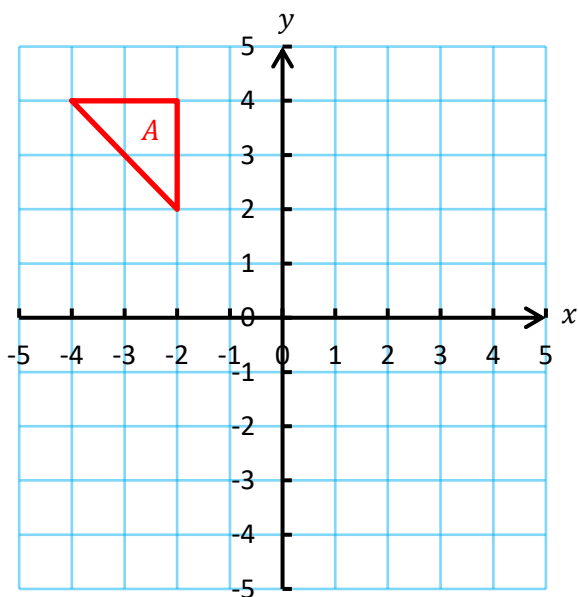
(a) Trawsfudwch y triogl *A* gan ddefnyddio'r factor colofn  $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

(b) Cylchdrowch y triogl *A* 90° yn glocwedd o amgylch y pwynt (-1, 1).



(c) Adlewyrchwch y triogl *A* yn y llinell  $y = 1$ .

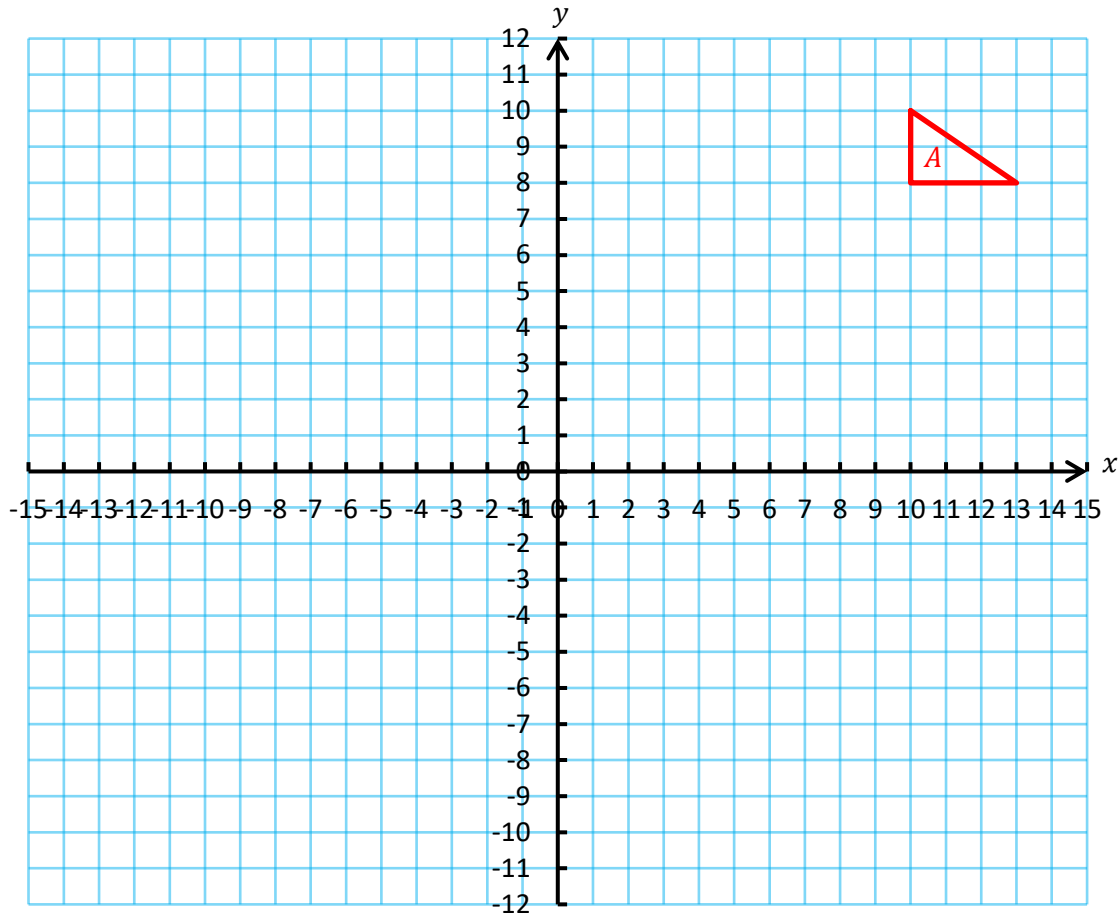
(ch) Helaethwch y triogl *A* gan ddefnyddio'r ffactor graddfa 2 a chanol yr helaethiad (-5, 3).



**Ymarfer 24**



- (a) Trawsfudwch y triongl *A* gan ddefnyddio'r fector colofn  $\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ . Labelwch y triongl newydd yn *B*.
- (b) Adlewyrchwch y triongl *B* yn y llinell  $x = 4$ . Labelwch y triongl newydd yn *C*.
- (c) Cylchdrochwch y triongl *C*  $90^\circ$  yn wrthglocwedd o amgylch y pwynt  $(-4, 3)$ . Labelwch y triongl newydd yn *D*.
- (ch) Adlewyrchwch y triongl *D* yn y llinell  $y = 1$ . Labelwch y triongl newydd yn *E*.
- (d) Helaethwch y triongl *E* gan ddefnyddio'r ffactor graddfa 3 a chanol yr helaethiad  $(-10, -3)$ . Labelwch y triongl newydd yn *F*.
- (dd) Adlewyrchwch y triongl *F* yn y llinell  $x = 4$ . Labelwch y triongl newydd yn *G*.
- (e) Trawsfudwch y triongl *G* gan ddefnyddio'r fector colofn  $\begin{pmatrix} -20 \\ 11 \end{pmatrix}$ . Labelwch y triongl newydd yn *H*.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...



# Myfyrio

Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gallu <b>adnabod siapiau cyfath</b> .			1, 2	
Rwy'n gallu cyfrifo <b>cyfanswm onglau mewnol</b> unrhyw bolygon.			3, 7	
Rwy'n gallu cyfrifo <b>ongl fewnol unrhyw bolygon rheolaidd</b> .			6, 7	
Rwy'n gwybod beth yw <b>cyfanswm onglau allanol unrhyw bolygon</b> .			3, 5	
Rwy'n gallu cyfrifo <b>ongl allanol unrhyw bolygon rheolaidd</b> .			4	
Rwy'n gwybod y <b>cysylltiad rhwng ongl fewnol ac ongl allanol</b> unrhyw fertig mewn polygon.			3, 5	
Rwy'n gwybod pryd mae polygonau rheolaidd yn <b>brithweithio</b> , a phryd nad ydynt yn brithweithio.			7	
Rwy'n gallu adrodd beth yw'r <b>theoremâu cylchoedd</b> .			8, 9, 10	
Rwy'n gallu <b>defnyddio'r theoremâu cylchoedd</b> i ddarganfod onglau ac ochrau coll.			8, 9, 10	
Rwy'n gallu <b>cyfuno'r pedwar trawsffurfiad</b> i drawsffurfio siapiau gwahanol.			11	





Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gallu <b>adnabod siapiau cyfath.</b>			1	
Rwy'n gallu <b>defnyddio'r rheolau SSS, SAS, ASA, RHS i brofi pryd mae dau driongl yn gyfath.</b>			2, 3	
Rwy'n gallu cyfrifo <b>cyfanswm onglau mewnol</b> unrhyw bolygon.			4, 6, 8	
Rwy'n gallu cyfrifo <b>ongl fewnol unrhyw bolygon rheolaidd.</b>			7, 8	
Rwy'n gwybod beth yw <b>cyfanswm onglau allanol unrhyw bolygon.</b>			4	
Rwy'n gallu cyfrifo <b>ongl allanol unrhyw bolygon rheolaidd.</b>			5	
Rwy'n gwybod y <b>cysylltiad rhwng ongl fewnol ac ongl allanol</b> unrhyw fertig mewn polygon.			4, 6	
Rwy'n gwybod pryd mae polygonau rheolaidd yn <b>brithweithio</b> , a phryd nad ydynt yn brithweithio.			8	
Rwy'n gallu adrodd beth yw'r <b>theoremâu cylchoedd.</b>			9, 10, 11	
Rwy'n gallu <b>defnyddio'r theoremâu cylchoedd</b> i ddarganfod onglau ac ochrau coll.			9, 10, 11	
Rwy'n gallu <b>cyfuno'r pedwar trawsffurfiad</b> i drawsffurfio siapiau gwahanol.			12	





Yr Adran Fathemateg

11

Datblygu

Tebygolrwydd

Enw:

## Cynnwys

Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Amllder Cymharol	Adolygu. Amllder Cymharol.	3
Digwyddiadau Cyfunol	Digwyddiadau annibynnol. <b>Digwyddiadau dibynnol.</b> Digwyddiadau cydanghynhwysol. Diagramau Venn. <b>Diagramau gofod sampl a digwyddiadau dibynnol.</b>	8
Diagramau Canghennog	Arddangos cyfuniadau o ddau neu fwy o ddigwyddiadau. Digwyddiadau annibynnol. <b>Digwyddiadau dibynnol.</b>	15



## Amllder Cymharol



### Ymarfer 1 (Adolygu gwaith blaenorol ar debygolrwydd)

### Adolygu

S

(a) Defnyddiwch “dim siawns”; “siawns isel”; “siawns deg”; “siawns dda” neu “sicr” i ddisgrifio tebygolrwydd y digwyddiadau canlynol.

- (i) Byddwch yn cael “cynffon” wrth daflu darn arian teg.
- (ii) Bydd y person nesaf i chi gyfarfod yn ysgrifennu efo’i llaw chwith.
- (iii) Byddwch yn cael rhif llai na 5 wrth daflu dis teg cyffredin.
- (iv) Bydd dydd Gŵyl Dewi ar Fawrth 1af blwyddyn nesaf.
- (v) Byddwch yn derbyn 101% yn eich arholiad mathemateg ar ddiwedd y flwyddyn.



(b) Lluniwch raddfa tebygolrwydd. Marciwch y pwyntiau i, ii, iii, iv er mwyn dangos pa mor debygol, yn eich tyb chi, yw pob un o’r canlynol.

- (i) Dyn fydd yn gyrru’r car nesaf i chi ei weld.
- (ii) Bydd hi’n bwrw eira yn ystod y dydd yfory.
- (iii) Bydd stori am wleidyddiaeth ar y newyddion heno.
- (iv) Bydd yr Almaen yn ennill cwpan y byd (pêl-droed) nesaf.

(c) Atebwch efo rhif rhwng 0 ac 1: beth yw’r tebygolrwydd y bydd rhywun yn cerdded i dop yr Wyddfa yfory?

(ch) Atebwch y cwestiynau canlynol efo ffraciwn. Beth yw’r tebygolrwydd o gael...



- (i) Y rhif 4 wrth daflu dis teg cyffredin?
- (ii) “Pen” wrth daflu darn arian teg?
- (iii) Rhif sgwâr wrth droelli troellwr efo’r rhifau 1 i 8 arno?

(d) Mae Rheinallt yn cymysgu’r 52 cerdyn mewn pecyn cyffredin o gardiau chwarae ac yn dewis un cerdyn o’r pecyn ar hap. Beth yw’r tebygolrwydd y dewisir:

- (i) Cerdyn sy’n ddiemwnt?
- (ii) Cerdyn sy’n 6?
- (iii) Cerdyn sy’n gerdyn llun (*face card*)?
- (iv) Cerdyn sy’n rhaw ac yn eilrif?
- (v) Cerdyn sy’n goch ac yn llai na 5?

(dd) Y tebygolrwydd y bydd Meira’n mynd i’r siop a phrynu torth o fara yfory yw 0.4. Beth yw’r tebygolrwydd na fydd Meira’n mynd i’r siop a phrynu torth o fara yfory?

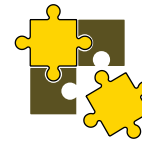
(e) Mae un dis coch ac un dis glas wedi eu labelu o 1 i 6. Mae Gethin yn taflu’r ddau ddis ag yn lluosu’r ddau sgôr.

- (i) Defnyddiwch ddiagram gofod sampl i restru’r holl ganlyniadau sy’n bosib.
- (ii) Beth yw’r tebygolrwydd y bydd lluoswm y ddau rif yn 12?
- (iii) Beth yw’r tebygolrwydd y bydd lluoswm y ddau rif yn rif un digid?

(f) Mae’r tebygolrwydd y bydd Ellie yn mynd i redeg ar unrhyw ddiwrnod yn 0.7.

Mae 30 o ddiwrnodau ym mis Ebrill. Ar faint o ddiwrnodau ym mis Ebrill y gallech chi ddisgwyl i Ellie fynd i redeg?





**Amllder Cymharol**

Mae **amllder** digwyddiad yn cyfeirio at sawl gwaith y mae'r digwyddiad hwnnw yn digwydd mewn nifer o dreialon.

Mae **amllder cymharol** digwyddiad yn cymharu'r amllder gyda'r nifer o dreialon.

$$\text{Amllder cymharol digwyddiad} = \frac{\text{Sawl gwaith mae'r digwyddiad yn digwydd}}{\text{Nifer y treialon}}$$



Mae'n bosib defnyddio amllder cymharol i **amcangyfrif tebygolrwydd digwyddiad**.

**Ymarfer 2**



Byddwch angen darn arian ar gyfer yr ymarfer yma.

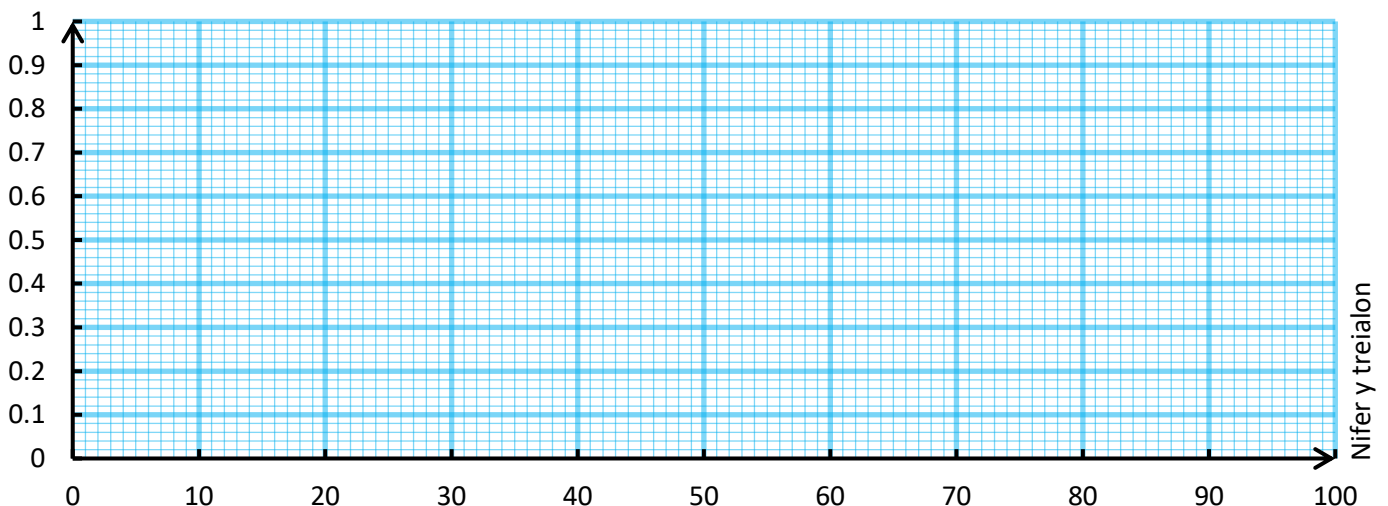
(a) Taflwch ddarn o arian 100 o weithiau, gan gofnodi yn y tabl isod, ar ôl bob 10 tafliad, sawl gwaith y mae'r darn arian wedi glanio yn dangos 'pen'.

Cyfanswm nifer y treialon	Nifer y pennau yn y 10 tafliad yma	Cyfanswm nifer y pennau hyd yma	Amllder cymharol nifer y pennau, fel ffracsiwn	Amllder cymharol nifer y pennau, fel degolyn
10			$\frac{\quad}{10}$	
20			$\frac{\quad}{20}$	
30			$\frac{\quad}{30}$	
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				

(b) Plotiwch, ar y papur graff isod, graff llinell yn dangos beth sy'n digwydd i'r amllder cymharol wrth i'r nifer o dreialon gynyddu.

Amllder cymharol

**Amllder cymharol sawl gwaith mae 'pen' yn ymddangos wrth daflu darn o arian**



(c) Pe bai llawer mwy o dreialon yn cael eu cynnal, sut fydddech yn disgwyl i'r graff newid?

**Ymarfer 3 (Arbrawf Nodwydd Buffon)**



Byddwch angen gwelltyn o hyd 3 cm, a phapur efo llinellau wedi'u gwahanu gan 6 cm, ar gyfer yr ymarfer yma.

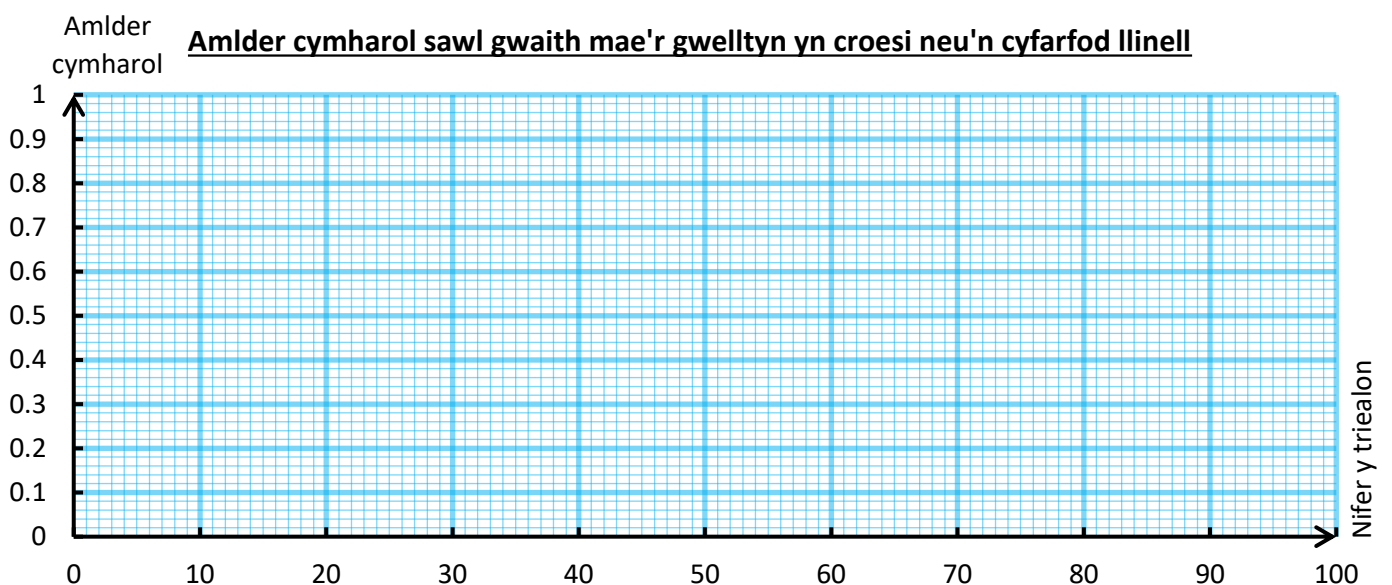
Yn y flwyddyn 1777, meddyliodd Ffrancwr o'r enw Georges-Louis Leclerc (Comte de Buffon) am arbrawf sy'n gallu cael ei ddefnyddio i amcangyfrif  $\pi$ .

Ym mhob treial, mae gwelltyn yn cael ei ollwng ar ddarn o bapur. Dylid gollwng y gwelltyn uwchben canol y darn o bapur, o tuag uchder braich. Dylid cofnodi os yw'r gwelltyn yn croesi (neu'n cyfarfod) un o'r llinellau, ai peidio.

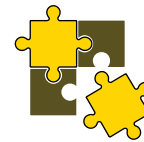
(a) Gwnewch yr arbrawf 100 o weithiau. Cofnodwch, ar ôl bob 10 o dreialon, sawl gwaith mae'r gwelltyn wedi croesi (neu'n cyfarfod) un o'r llinellau.

Cyfanswm nifer y treialon	Nifer y weithiau mae'r gwelltyn wedi croesi llinell yn y 10 treial yma	Cyfanswm nifer y croesiadau hyd yma	Amllder cymharol nifer y croesiadau, fel ffraciwn	Amllder cymharol nifer y croesiadau, fel degolyn
10			$\frac{\quad}{10}$	
20			$\frac{\quad}{20}$	
30			$\frac{\quad}{30}$	
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				

(b) Plotiwch, ar y papur graff isod, graff llinell yn dangos beth sy'n digwydd i'r amllder cymharol wrth i'r nifer o dreialon gynyddu.



(c) Cyfrifwch **gilydd** eich amllder cymharol olaf. Pa mor agos yw'r gwerth yma at  $\pi$ ?



Mewn unrhyw arbrawf,

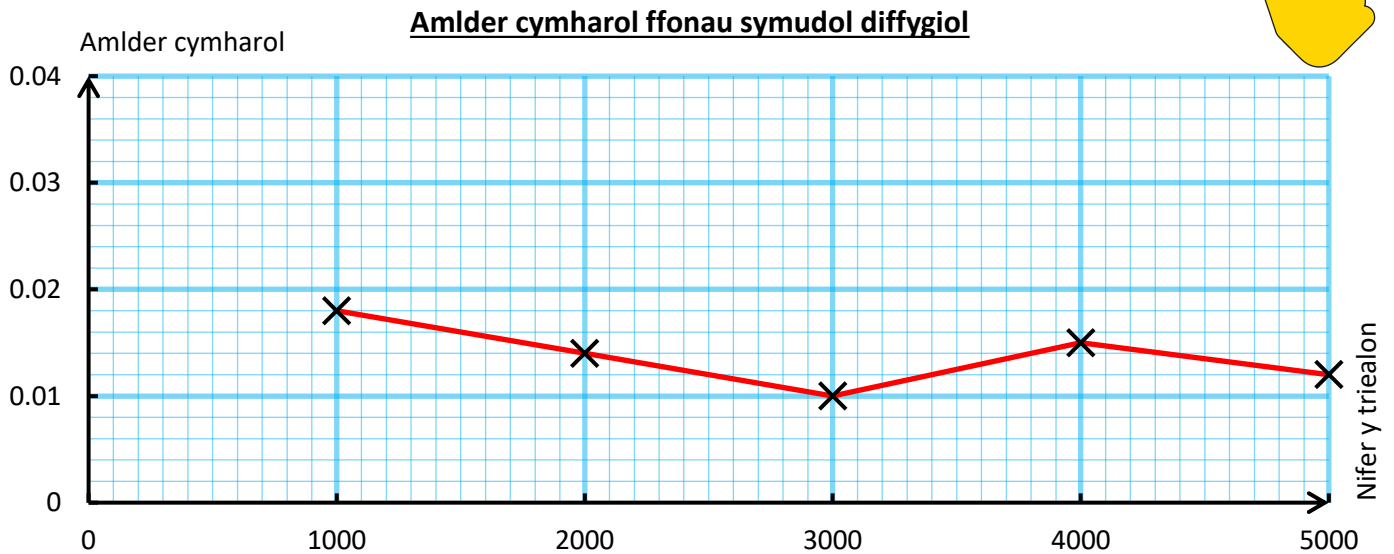
**Y mwyaf o dreialon sy'n cael eu cynnal, y gorau yw'r amllder cymharol fel amcangyfrif o'r tebygolrwydd.**

**Ymarfer 4**

**C**

Mae ffatri'n cynhyrchu ffonau symudol. Mae'r rheolwr yn cynnal arolwg i ymchwilio i'r tebygolrwydd y bydd y ffatri yn cynhyrchu ffôn symudol diffygiol (*defective*).

Mae amllder cymharol ffonau symudol diffygiol sydd wedi'u cynhyrchu yn cael ei gyfrifo ar ôl profi cyfanswm o 1,000, 2,000, 3,000, 4,000 a 5,000 o ffonau symudol. Mae'r canlyniadau'n cael eu dangos ar y graff isod.



- (a) Faint o'r 2,000 o ffonau symudol cyntaf sy'n cael eu profi sy'n ddiffygiol?
- (b) Ysgrifennwch yr amcangyfrif gorau ar gyfer y tebygolrwydd y bydd un ffôn symudol, wedi'i ddewis ar hap, yn ddiffygiol. Rhaid i chi roi rheswm dros eich ateb.

**Ymarfer 5**

**S**

(a) Mae Fred yn taflu dis 200 gwaith ac yn cofnodi sawl tro mae pob sgôr yn ymddangos.

Sgôr	1	2	3	4	5	6
Amllder	29	34	35	32	34	36

- (i) Cyfrifwch amllder cymharol pob un o'r sgorau.
- (ii) Yn eich barn chi, ydy dis Fred yn ddis teg? Rhowch reswm dros eich ateb.
- (b) Cadwodd Rhys gofnod o ganlyniadau ei hoff dîm pêl-droed.



Ennill	Cyfartal	Colli
32	11	7

- (i) Cyfrifwch amllder cymharol pob un o'r tri chanlyniad.
- (ii) Ydy eich atebion i ran (i) yn amcangyfrifon da o debygolrwydd canlyniad y gêm nesaf? Rhowch reswm dros eich ateb.

(c) Sylwodd perchennog gorsaf betrol fod 287 cwsmer o blith y 340 a oedd yn llenwi tanciau eu ceir mewn diwrnod yn gwario dros £30. Defnyddiwch y ffigurau hyn i amcangyfrif y tebygolrwydd y bydd y cwsmer nesaf yn gwario

- (i) dros £30,      (ii) £30 neu lai.

(ch) Mewn arolwg, cafodd 600 o bobl eu holi pa flas creision oedd orau ganddynt. Mae'r tabl yn dangos y canlyniadau.

Blas	Amllder
Plaen	166
Halen a finegr	130
Caws a nionyn	228
Arall	76



- (i) Cyfrifwch amllder cymharol bob blas. Rhowch eich atebion yn gywir i 2 le degol.
- (ii) Eglurwch pam mae'n rhesymol defnyddio'r ffigurau hyn i amcangyfrif tebygolrwydd hoff flas creision y person nesaf i gael ei holi.

(d) Tynnwyd cerdyn allan o becyn ac fe nodwyd ei siwt. Rhoddwyd y cerdyn yn ei ôl a chymysgwyd y pecyn. Gwnaethpwyd hyn 250 o weithiau. Dangosir y canlyniadau yn y tabl isod.

Siwt	Amllder
Rhaw	52
Calon	67
Diemwnt	61
Clwb	70



- Darganfyddwch amllder cymharol
- (i) Rhaw
  - (ii) Calon
  - (iii) Diemwnt
  - (iv) Clwb.
  - (v) Beth yw swm yr amlderau cymharol?

(dd) Mae'r tabl canlynol yn rhoi nifer y lluniau ar bob un o dudalennau papur newydd.

Nifer y lluniau	Marciau Rhifo	Amllder
0		10
1		7
2		9
3		6
4		6
5		4
6		6

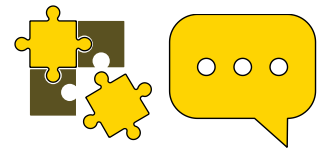


- (i) Sawl tudalen sydd yna yn y papur newydd?
- (ii) Darganfyddwch amllder cymharol mai dim ond un llun sydd ar y dudalen.

## Gwerthuso

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

## Digwyddiadau Cyfunol



Mae **digwyddiadau cyfunol** yn ymwneud ag ystyried dau neu fwy o ddigwyddiadau sy'n digwydd efo'i gilydd. Er enghraifft,

- Taflu ceiniog a rholio dis ar yr un pryd;
- Rholio dis ac yna ei rolio eto;
- Troelli troellwr teg efo'r rhifau 1-8 arno, ac yna dewis cerdyn ar hap allan o becyn o gardiau chwarae cyffredin.



### Digwyddiadau Annibynnol (Haen Ganolradd)

Mae dau ddigwyddiad yn **annibynnol** os *nad* yw canlyniad y digwyddiad cyntaf yn effeithio tebygolrwydd yr ail ddigwyddiad. Er enghraifft, wrth daflu yr un dis dwywaith, nid yw'r ffaith fod 6 wedi ymddangos ar y dis y tro cyntaf yn effeithio'r siawns o gael 6 yr eildro.

Ar gyfer digwyddiadau annibynnol  $A$  a  $B$ ,

$$T(A \cap B) = T(A) \times T(B)$$

Y rheol **luosi** ar gyfer digwyddiadau annibynnol

Hynny yw, y tebygolrwydd fod  $A$  a  $B$  yn digwydd yw lluoswm tebygolrwydd  $A$  a thebygolrwydd  $B$ .

Er enghraifft, y tebygolrwydd o gael pen wrth daflu darn o arian a 4 wrth rolio dis teg cyffredin yw  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ .

### Digwyddiadau Dibynnol (Haen Uwch)

Mae dau ddigwyddiad yn **ddibynnol** os yw canlyniad y digwyddiad cyntaf yn effeithio tebygolrwydd yr ail ddigwyddiad. Er enghraifft, wrth ddewis dau gerdyn allan o becyn o gardiau chwarae cyffredin, **heb eu dychwelyd**, mae'r cerdyn cyntaf sydd wedi'i ddewis yn effeithio'r tebygolrwydd o beth allai'r ail gerdyn fod. Os yw'r cerdyn cyntaf yn frenin, yna'r tebygolrwydd o'r ail gerdyn fod yn frenin yw  $\frac{3}{51}$ , nid  $\frac{4}{52}$  fel y cerdyn cyntaf.

Ar gyfer digwyddiadau dibynnol  $A$  a  $B$ ,

$$T(A \cap B) = T(A) \times T(B|A)$$

Y rheol **luosi** ar gyfer digwyddiadau dibynnol

Hynny yw, y tebygolrwydd fod  $A$  a  $B$  yn digwydd yw lluoswm tebygolrwydd  $A$  a'r tebygolrwydd fod  $B$  yn digwydd o **wybod** bod  $A$  wedi digwydd. (Mae'r tebygolrwydd  $T(B|A)$  yn debygolrwydd **amodol**.)

Er enghraifft, y tebygolrwydd o ddewis dau frenin o becyn o gardiau chwarae cyffredin yw  $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{12}{2652}$ , neu  $\frac{1}{221}$ .

### Digwyddiadau Cydanghynhwysol (Haen Ganolradd)

Mae dau ddigwyddiad yn **gydanghynhwysol** (*mutually exclusive*) os na allent ddigwydd ar yr un pryd. Er enghraifft, wrth rolio dis teg cyffredin, mae'r digwyddiadau "glanio ar odrif" a "glanio ar 6" yn gydanghynhwysol, gan nad yw 6 yn odrif. Ar y llaw arall, nid yw'r digwyddiadau "glanio ar odrif" a "glanio ar rif cysefin" yn gydanghynhwysol, gan fod y rhifau 3 a 5 yn odrifau ac yn rhifau cysefin.

Ar gyfer digwyddiadau cydanghynhwysol  $A$  a  $B$ ,

$$T(A \cup B) = T(A) + T(B)$$

Y rheol **adïo** ar gyfer digwyddiadau cydanghynhwysol

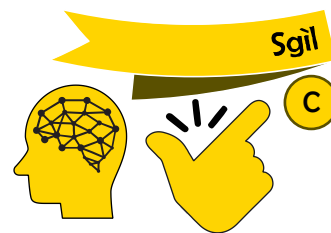
Hynny yw, y tebygolrwydd fod  $A$  neu  $B$  yn digwydd yw swm tebygolrwydd  $A$  a thebygolrwydd  $B$ .

Er enghraifft, y tebygolrwydd o gael odrif neu 6 wrth daflu dis teg cyffredin yw  $\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$ , neu  $\frac{2}{3}$ .

**Ymarfer 6**

Ar gyfer y parau o ddigwyddiadau canlynol, penderfynwch a yw'r digwyddiadau yn annibynnol neu'n ddibynnol.

- (a) Cael 'pen' wrth daflu darn o arian a chael '6' wrth rollo dis teg cyffredin.
- (b) Dewis dwy frenhines wrth ddewis dau gerdyn o becyn o gardiau chwarae cyffredin, heb eu dychwelyd.
- (c) Dewis dwy frenhines wrth ddewis cerdyn o becyn o gardiau chwarae cyffredin, dychwelyd y cerdyn i'r pecyn, a dewis cerdyn arall.
- (ch) Dewis dwy bêl goch pan fo un bêl yn cael ei ddewis o fag gyda 4 pêl goch a 5 pêl las a'r llall yn cael ei ddewis o fag gyda 5 pêl goch a 4 pêl las.
- (d) Dewis dwy bêl goch allan o fag gyda 4 pêl goch a 5 pêl las, heb eu dychwelyd.

**Ymarfer 7**

Ar gyfer y parau o ddigwyddiadau canlynol, penderfynwch a yw'r digwyddiadau yn gydanghynhwysol, neu beidio.

- (a) Cael 'pen' wrth daflu darn arian a chael '6' wrth rollo dis teg cyffredin.
- (b) Wrth rollo dis teg cyffredin, cael
- (i) rhif llai na 3 a rhif mwy na 3.
  - (ii) eilrif a rhif mwy na 4.
  - (iii) odrif a rhif sgwâr.
  - (iv) eilrif a rhif ciwb.
  - (v) eilrif a rhif cysefin.
- (c) Cael 'pen' wrth daflu un darn o arian a chael 'pen' ar ail ddarn o arian.
- (ch) Ar droellwr efo'r rhifau 1-10 arno, cael lluosrif 3 a chael lluosrif 4.
- (d) Ar droellwr efo'r rhifau 1-12 arno, cael lluosrif 3 a chael lluosrif 4.

**Enghraifft**

Mae dis teg cyffredin gan Christine. Mae hi'n taflu'r dis ddwywaith. Cyfrifwch y tebygolrwydd ei bod hi'n taflu 3 y ddau dro.

*Ateb:* Nid yw canlyniad y taflad cyntaf yn effeithio'r ail daflad, felly mae'r digwyddiadau'n annibynnol. Mae'n bosib felly ddefnyddio'r rheol luosi ar gyfer digwyddiadau annibynnol.

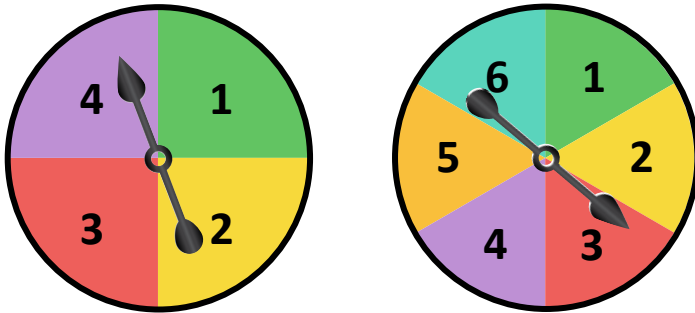
$$\begin{aligned} T(3 \text{ y tro cyntaf, } 3 \text{ yr ail dro}) &= T(3 \text{ y tro cyntaf}) \times T(3 \text{ yr ail dro}) \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{36} \end{aligned}$$

**Ymarfer 8**

- (a) Mae dis teg cyffredin gan David. Mae o'n taflu'r dis ddwywaith. Cyfrifwch y tebygolrwydd ei fod o'n taflu 5 y tro cyntaf ag 1 yr ail dro.
- (b) Mae darn arian teg gan Fiona. Mae hi'n taflu'r darn arian 3 gwaith. Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd hi'n cael 'cynffon' 3 gwaith.
- (c) Mae dis teg cyffredin a darn arian teg gan Rachel. Mae hi'n taflu'r dis ac yn taflu'r darn arian. Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd y dis yn glanio ar 4 a bod y darn arian yn glanio ar 'gynffon'.



(ch) Mae gêm yn cael ei chwarae ble mae'r ddau droellwr isod yn cael eu troelli ar yr un pryd.



- (i) Beth yw'r tebygolrwydd y bydd y troellwr ar y chwith yn dangos 4 a'r troellwr ar y dde 3?  
 (ii) Beth yw'r tebygolrwydd y bydd y troellwr ar y chwith yn dangos eilrif a'r troellwr ar y dde yn dangos odrif?  
 (iii) Beth yw'r tebygolrwydd y bydd y ddau droellwr yn dangos yr un rhif?
- (d) Mae bag yn cynnwys 12 cownter. Mae 3 yn lliw coch, 4 yn lliw glas a'r gweddill yn wyrdd. Mae bag arall yn cynnwys 15 cownter. Mae 7 yn lliw coch, 2 yn lliw glas a'r gweddill yn wyrdd. Beth yw'r tebygolrwydd o ddewis
- (i) Cownter coch o'r bag cyntaf a chownter glas o'r ail fag?  
 (ii) Cownter glas o'r bag cyntaf a chownter coch o'r ail fag?  
 (iii) Dau gownter gwyrdd?

### Ymarfer 9

U

(a) Mae bag yn cynnwys 8 cownter. Mae 3 yn lliw coch a 5 yn lliw glas. Mae 2 gownter yn cael eu dewis o'r bag ar hap, heb eu dychwelyd. Beth yw'r tebygolrwydd o ddewis

- (i) Dau gownter coch?  
 (ii) Cownter coch yn gyntaf yna cownter glas?  
 (iii) Cownter glas yn gyntaf yna cownter coch?  
 (iv) Dau gownter glas?



(b) Mae Tom yn cymysgu pecyn o gardiau chwarae cyffredin cyn dewis dau gerdyn o'r pecyn ar hap, heb eu dychwelyd. Beth yw'r tebygolrwydd fod Tom yn dewis

- (i) Y brenin calonnau yn gyntaf ac yna'r frenhines ddiemwntau?  
 (ii) Dau gerdyn calonnau?  
 (iii) Dau gerdyn yn dangos 7?  
 (iv) Cerdyn coch yn gyntaf ac yna cerdyn du?



(c) Mae dosbarth mewn ysgol yn cynnwys 15 merch a 12 bachgen. Mae dau enw yn cael eu dewis ar hap o'r gofrestr er mwyn cynrychioli'r dosbarth mewn arolwg. Beth yw'r tebygolrwydd o ddewis dwy ferch?

(ch) Y tebygolrwydd fod James yn gwyllo'r teledu heno yw 0.6. Os yw James yn gwyllo'r teledu heno, y tebygolrwydd ei fod yn darllen llyfr heno yw 0.2. Os nad yw James yn gwyllo'r teledu heno, y tebygolrwydd ei fod yn darllen llyfr heno yw 0.7. Beth yw'r tebygolrwydd fod James, heno, yn

- (i) Gwyllo'r teledu ac yn darllen llyfr?  
 (ii) Ddim yn gwyllo'r teledu ac yn darllen llyfr?  
 (ii) Gwyllo'r teledu a ddim yn darllen llyfr?  
 (iv) Ddim yn gwyllo'r teledu a ddim yn darllen llyfr?

(d) Mewn swyddfa mae 20 gweithiwr. Mae saith ohonynt yn gwisgo sbectol. Mae dau weithiwr yn cael eu dewis ar hap. Beth yw'r tebygolrwydd fod y gweithwyr sy'n cael eu dewis **ddim** yn gwisgo sbectol?

**Ymarfer 10**



(a) Mae Mariel yn rholio dis teg cyffredin. Beth yw'r tebygolrwydd fod dis Mariel yn glanio ar

- (i) 2 neu 3?
- (ii) Eilrif neu 5?
- (iii) Rhif llai na 3 neu rif mwy na 4?
- (iv) Rhif cysefin neu rif sgwâr?



(b) Mae Heulwen yn cymysgu pecyn o gardiau chwarae cyffredin cyn dewis un cerdyn o'r pecyn ar hap. Beth yw'r tebygolrwydd fod Heulwen yn dewis

- (i) Cerdyn calonnau neu gerdyn rhawiau?
- (ii) Cerdyn 3 neu gerdyn 5?
- (iii) Cerdyn llun neu gerdyn llai na 6?
- (iv) Cerdyn du neu gerdyn coch?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

(c) Mae un rhif yn cael ei ddewis ar hap o'r grid a ddangosir ar y dde. Beth yw'r tebygolrwydd y bydd y rhif yn:

- (i) 4 neu 5?
- (ii) Lluosrif o 5 neu'n lluosrif o 7?
- (iii) Ffactor o 8 neu'n rhif dau ddigid?
- (iv) Rhif ciwb neu'n rhif cysefin?

(ch) Mae Gareth yn rholio dis teg efo 12 wyneb. Beth yw'r tebygolrwydd y bydd y dis yn glanio ar

- (i) 1 neu 12?
- (ii) Odrif neu luosrif 4?
- (iii) Rhif sgwâr neu 7?
- (iv) Lluosrif 3 neu ffactor 11?



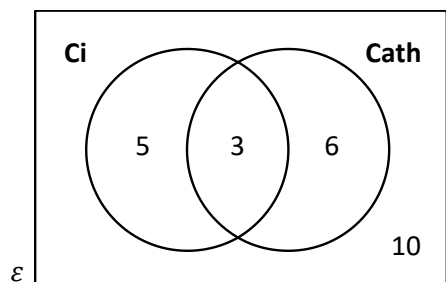
(d) Mae bag yn cynnwys 10 cownter. Mae 3 yn lliw coch, 2 yn lliw glas a'r gweddill yn biws. Mae 1 cownter yn cael ei ddewis ar hap o'r bag. Beth yw'r tebygolrwydd ei fod yn goch neu'n biws?

**Diagramau Venn**

**Enghraifft**

Mewn dosbarth o 24 o ddysgwyr, mae 8 yn berchen ci, 9 yn berchen cath a 3 yn berchen ci a chath. Mae un dysgwr yn cael ei ddewis ar hap o'r dosbarth. Beth yw'r tebygolrwydd fod y dysgwr yma ddim yn berchen ar gi neu gath?

*Ateb:* I gychwyn, gadewch i ni lunio diagram Venn i ddarlunio'r sefyllfa.



Gwelwn o'r diagram Venn fod 10 dysgwr yn y dosbarth ddim yn berchen ar gi neu gath, felly'r tebygolrwydd o ddewis dysgwr sydd ddim yn berchen ar gi neu gath yw  $\frac{10}{24}$ , neu  $\frac{5}{12}$ .



**Ymarfer 11**

(a) Mewn arolwg gofynnodd rhywun i 40 o ddisgyblion a oedden nhw'n hoffi pêl-droed neu rygbi.

Roedd 32 yn hoffi pêl-droed.

Roedd 25 yn hoffi rygbi.

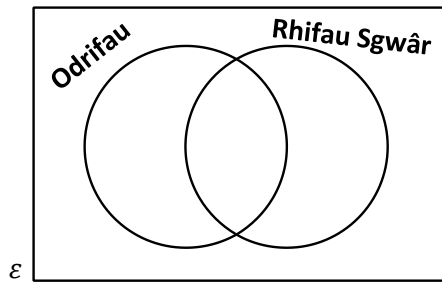
Roedd 22 yn hoffi'r ddau.

(i) Lluniadwch ddiagram Venn sy'n dangos y wybodaeth yma.

(ii) Beth yw'r tebygolrwydd bod disgybl sy'n cael ei ddewis ar hap o'r grŵp hwn yn hoffi rygbi yn unig?



(b) (i) Rhowch y rhifau cyfan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 10 yn y safleoedd cywir yn y diagram Venn isod.



(ii) Mae rhif cyfan yn cael ei ddewis ar hap o'r set {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd y rhif sy'n cael ei ddewis

(I) yn odrif; (II) yn odrif sydd hefyd yn rhif sgwâr; (III) ddim yn odrif na chwaith yn rhif sgwâr.

(c) Cynhaliodd cwmni hufen iâ arolwg blas mewn archfarchnad. Cymerodd 110 person ran yn yr arolwg, lle'r oeddent yn blasu hufen iâ mefus, hufen iâ fanila a hufen iâ siocled.

Dywedodd 65 o'r bobl eu bod yn hoffi'r hufen iâ mefus.

Dywedodd 80 o'r bobl eu bod yn hoffi'r hufen iâ fanila.

Dywedodd 60 o'r bobl eu bod yn hoffi'r hufen iâ siocled.

Dywedodd 55 o'r bobl eu bod yn hoffi'r blasau mefus a fanila.

Dywedodd 50 o'r bobl eu bod yn hoffi'r blasau fanila a siocled.

Dywedodd 45 o'r bobl eu bod yn hoffi'r blasau mefus a siocled.

Dywedodd 40 o'r bobl eu bod yn hoffi'r tri blas.

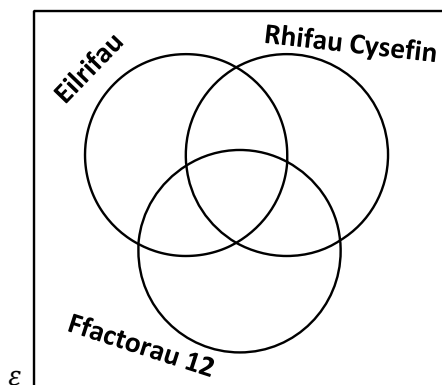
(i) Lluniadwch ddiagram Venn i ddangos y wybodaeth yma.

(ii) Beth yw'r tebygolrwydd bod person sy'n cael ei ddewis ar hap o'r grŵp hwn yn hoffi

(I) Fanila yn unig; (II) Dim un o'r tri blas; (III) Fanila neu Mefus?



(ch) (i) Rhowch y rhifau cyfan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 10 yn y safleoedd cywir yn y diagram Venn isod.



(ii) Mae rhif cyfan yn cael ei ddewis ar hap o'r set {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd y rhif sy'n cael ei ddewis

(I) yn eilrif; (II) yn rhif cysefin ac yn ffactor o 12; (III) yn rhif cysefin ond ddim yn eilrif.

## Diagramau Gofod Sampl a Digwyddiadau Dibynnol



## Enghraifft

Mae pob un o'r rhifau 1, 2, 3, 4, 5, 6 yn cael ei ysgrifennu ar gerdyn.



Mae dau allan o'r chwech o gardiau yn cael eu dewis ar hap, **heb** gael eu rhoi yn ôl.

Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd **swm** y rhifau ar y ddau gerdyn yn llai na 10.

*Ateb:* Gallwn arddangos yr holl gyfuniadau posib mewn diagram gofod sampl.

		Rhif ar yr ail gerdyn					
+		1	2	3	4	5	6
Rhif ar y cerdyn cyntaf	1	Amhosib	3	4	5	6	7
	2	3	Amhosib	5	6	7	8
	3	4	5	Amhosib	7	8	9
	4	5	6	7	Amhosib	9	10
	5	6	7	8	9	Amhosib	11
	6	7	8	9	10	11	Amhosib

Mae  $6 \times 5 = 30$  cyfuniad yn bosib, ac o'r rhain, mae 26 ohonynt yn rhoi swm sy'n llai na 10. Felly'r ateb i'r cwestiwn yw  $\frac{26}{30}$ , neu  $\frac{13}{15}$ .

## Ymarfer 12



(a) Mae pob un o'r rhifau 1, 2, 3, 4, 5, 6 yn cael ei ysgrifennu ar gerdyn.



Mae dau allan o'r chwech o gardiau yn cael eu dewis ar hap, **heb** gael eu rhoi yn ôl.

Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd **lluoswm** y rhifau ar y ddau gerdyn yn llai na 10.

(b) Mae pob un o'r rhifau 1, 2, 2, 3, 3, 3 yn cael ei ysgrifennu ar gerdyn.



Mae dau allan o'r chwech o gardiau yn cael eu dewis ar hap, **heb** gael eu rhoi yn ôl.

(i) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd swm y rhifau ar y ddau gerdyn yn llai na 6.

(ii) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd swm y rhifau ar y ddau gerdyn yn union 3.

(iii) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd y ddau gerdyn sy'n cael eu dewis yn dangos yr un rhif.

(iv) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd y ddau gerdyn sy'n cael eu dewis yn dangos rhifau gwahanol.

(v) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd y cerdyn sy'n dangos y rhif 1 yn cael ei ddewis.



(c) Mae ffactor gwahanol 24 ar bob un o 8 cerdyn.

--	--	--	--	--	--	--	--

Mae 2 gerdyn yn cael eu dewis ar hap **heb** gael eu rhoi'n ôl.

Cyfrifwch y tebygolrwydd bod y **gwahaniaeth positif** rhwng y ddau rif ar y cardiau sydd wedi'i ddewis yn

- (i) 4;
- (ii) odrif;
- (iii) rhif un digid.

(ch) Mae ffactor gwahanol 18 ar bob un o 6 cerdyn.

--	--	--	--	--	--

Mewn gêm, mae chwaraewr yn dewis ar hap dau o'r cardiau uchod, **heb** gael eu rhoi'n ôl.

Y sgôr ar gyfer y gêm yw'r **mwyaif** o'r ddau rif ar y cardiau.

(i) Lluniwch ddiagram gofod sampl i ddangos yr holl ganlyniadau sy'n bosib.

(ii) Darganfyddwch y tebygolrwydd bod y sgôr yn 18.

(iii) Mae chwaraewr yn ennill os yw'r sgôr yn 18.

Os yw 120 o bobl yn chwarae'r gêm unwaith yr un, faint ohonyn nhw y byddech chi'n disgwyl iddyn nhw ennill?

(iv) Mae'n costio 20c i chwarae'r gêm unwaith.

Y wobr am ennill y gêm yw 50c.

Os yw 120 o bobl yn chwarae'r gêm unwaith, faint o elw y byddech chi'n disgwyl iddo gael ei wneud?



## Gwerthuso

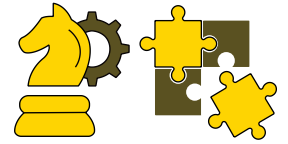
Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Diagramau Canghennog

Mae **diagramau canghennog** yn cael eu defnyddio i ddangos **cyfuniadau o ddau neu fwy o ddigwyddiadau**.

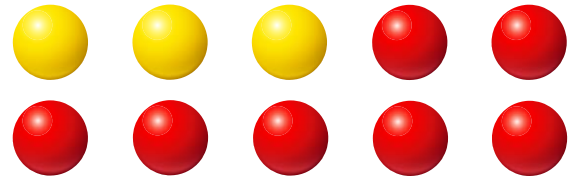
Mae bob cangen wedi ei labelu ar y dde efo'r **canlyniad** ac yn y canol efo'r **tebygolrwydd**.

Mae'n bosib defnyddio diagramau canghennog i arddangos digwyddiadau annibynnol (haen ganolradd) neu ddigwyddiadau dibynnol (haen uwch).



## Enghraifft

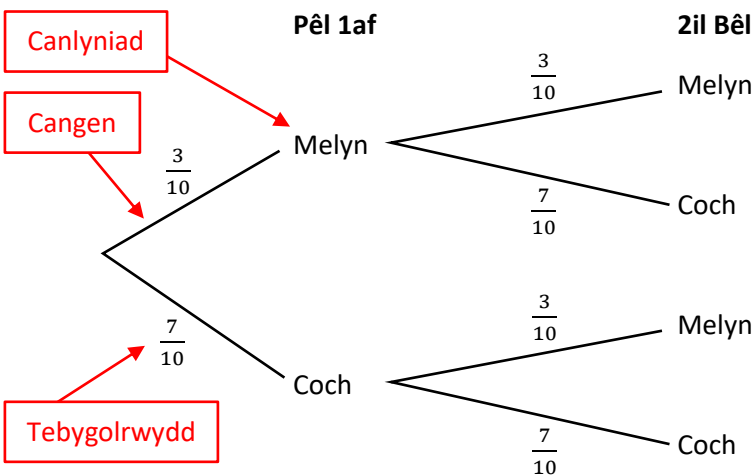
Mae bag yn cynnwys deg pêl sy'n unfath ar wahân i'w lliw. Mae tair o'r peli yn felyn a'r gweddill yn goch. Mae pêl yn cael ei thynnu ar hap o'r bag, mae ei lliw yn cael ei nodi ac mae'r bêl yn cael ei dychwelyd i'r bag. Mae ail bêl yn cael ei thynnu ar hap ac mae lliw honno'n cael ei nodi hefyd.



Defnyddiwch ddiagram canghennog i gyfrifo'r tebygolrwydd

- (a) y bydd y ddwy bêl a dynnir yn felyn;
- (b) y bydd y ddwy bêl a dynnir o liwiau gwahanol;
- (c) na fydd y ddwy bêl a dynnir yn felyn.

Ateb: *Cam 1:* Lluniwch ddiagram canghennog i ddarlunio'r sefyllfa.



## Cyfuniad

Melyn, Melyn  
 $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$

Melyn, Coch  
 $\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$

Coch, Melyn  
 $\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$

Coch, Coch  
 $\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$

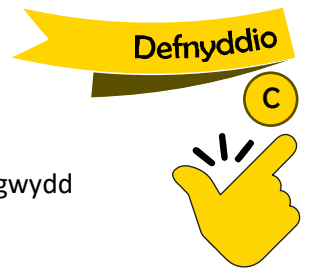


Lluosi wrth fynd ar draws y canghennau, gan fod tynnu'r bêl gyntaf a thynnu'r ail bêl yn ddigwyddiadau annibynnol.

*Cam 2:* Ystyriwch pa lwybrau yn y diagram canghennog sydd angen eu hystyried i ateb y cwestiynau.

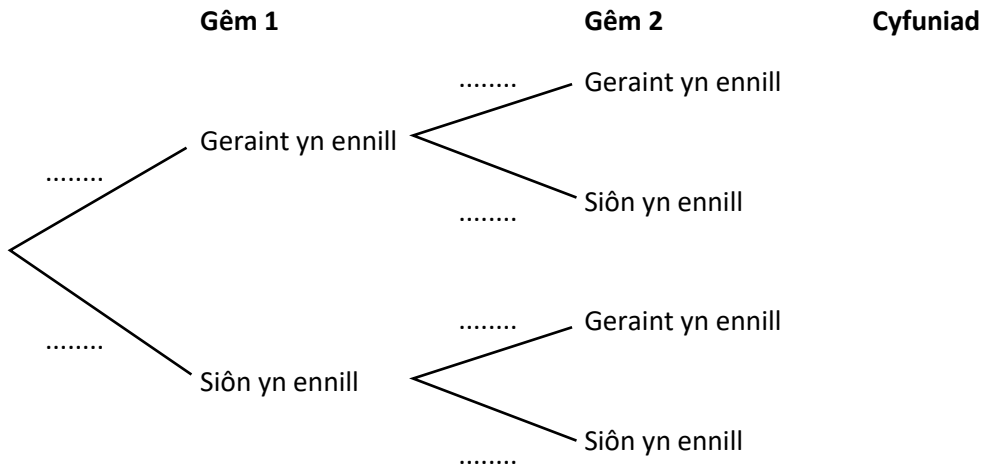
- (a) Y llwybr cyntaf trwy'r diagram canghennog (melyn, melyn) sy'n dangos y sefyllfa ble mae'r ddwy bêl a dynnir yn felyn. Y tebygolrwydd ar gyfer hyn yw  $\frac{9}{100}$ .
- (b) Y llwybrau sy'n dangos dwy bêl o liwiau gwahanol yw'r ail lwybr (melyn, coch) neu'r trydydd llwybr (coch, melyn). Gan fod y llwybrau yma'n gydanghynhwysol, mae'n bosib adio'r tebygolrwyddau i gael yr ateb terfynol:  
 $\frac{21}{100} + \frac{21}{100} = \frac{42}{100}$ . Sylwer bod hi'n bosib symleiddio'r ffracsiwn yma i gael  $\frac{21}{50}$  ond, oni bai bod y cwestiwn yn nodi'n wahanol, nid oes raid symleiddio ffracsiynau wrth ateb cwestiynau ar debygolrwydd.
- (c) Mae dwy ffordd o ateb y cwestiwn yma:
  - (i) Ystyried yr holl lwybrau yn y diagram canghennog **naid** yw'n rhoi dwy bêl felen:  $\frac{21}{100} + \frac{21}{100} + \frac{49}{100} = \frac{91}{100}$ .
  - (ii) Ystyried y tebygolrwydd o dynnu dwy bêl felen ( $\frac{9}{100}$ , yr ateb i ran (a)) a'i dynnu allan o 1:  $1 - \frac{9}{100} = \frac{91}{100}$ .

**Ymarfer 13**



Pryd bynnag y bydd Geraint a Siôn yn chwarae gêm o 'FIFA' ar gonsol cyfrifiadurol, y tebygolrwydd y bydd Geraint yn ennill yw 0.4.

(a) Cwblhewch y diagram canghennog canlynol i ddangos tebygolrwyddau beth sy'n gallu digwydd pan fydd Geraint a Siôn yn chwarae dwy gêm o 'FIFA'.



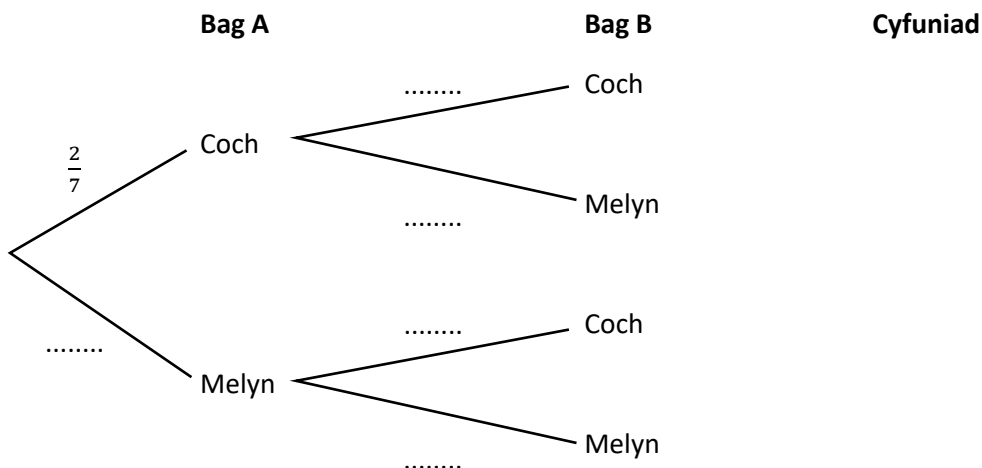
- (b) Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd Siôn yn ennill y ddwy gêm.
- (c) Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd Siôn yn ennill un gêm yn union.
- (ch) Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd Siôn yn ennill dim un o'r gemau.

**Ymarfer 14**

Mae dwy fag mewn gêm, ac mae'r ddwy fag yn cynnwys peli lliw. Mae Bag A yn cynnwys 2 bêl lliw coch a 5 pêl lliw melyn. Mae Bag B yn cynnwys 3 pêl lliw coch a 2 bêl lliw melyn. Mae chwaraewr yn dewis un bêl ar hap o bob bag.



(a) Cwblhewch y diagram canghennog canlynol.



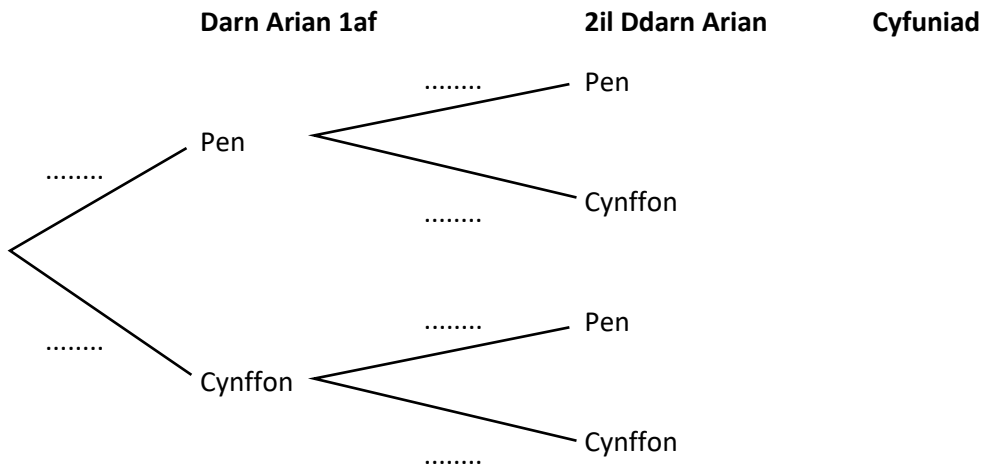
- (b) Darganfyddwch y tebygolrwydd o ddewis dwy bêl goch.
- (c) Darganfyddwch y tebygolrwydd o ddewis un bêl o bob lliw.
- (ch) Darganfyddwch y tebygolrwydd o beidio â dewis dwy bêl goch.

**Ymarfer 15**



Mae dau ddarn arian tueddol (*biased*) yn cael eu taflu. Y tebygolrwydd o gael pen gyda'r darn arian cyntaf yw 70%. Y tebygolrwydd o gael pen gyda'r ail ddarn arian yw 60%.

(a) Cwblhewch y diagram canghennog canlynol.



(b) Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd un darn arian yn dangos 'Pen' a'r llall yn dangos 'Cynffon'.

**Enghraifft**

Y tebygolrwydd y bydd Elin yn postio llun ar *Instagram* dros y penwythnos yw 0.4.

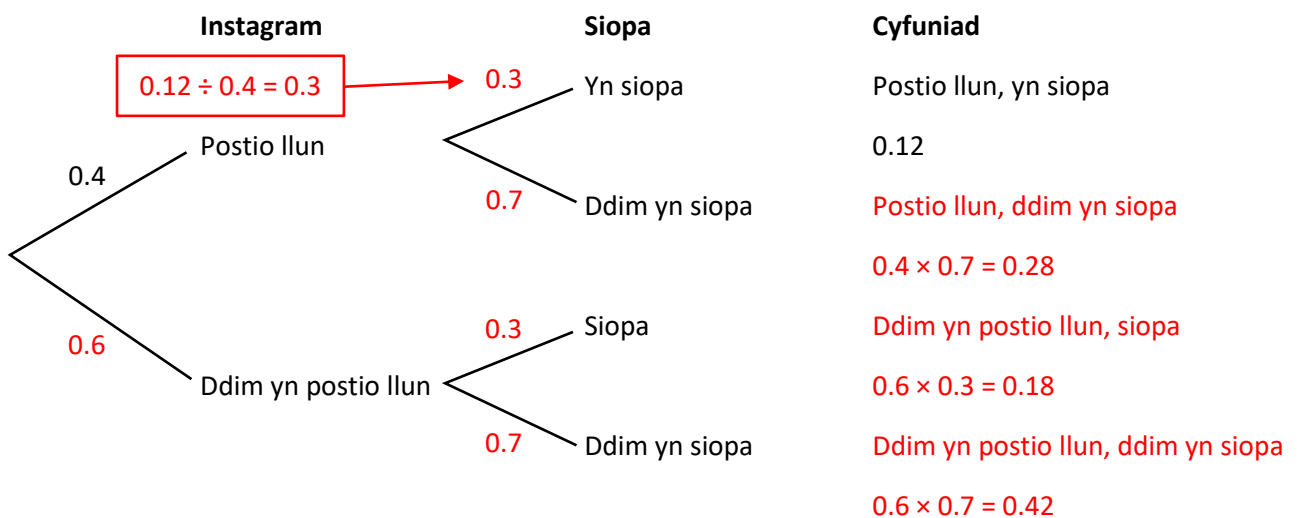
Mae'r tebygolrwydd y bydd Elin yn mynd i siopa dros y penwythnos yn annibynnol arni hi'n postio llun ar *Instagram* dros y penwythnos. Y tebygolrwydd y bydd Elin yn postio llun ar *Instagram* dros y penwythnos, ac yn mynd i siopa dros y penwythnos, yw 0.12.

(a) Cwblhewch y diagram canghennog isod.

(b) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd Elin yn postio llun ar *Instagram* dros y penwythnos ond ddim yn mynd i siopa dros y penwythnos.

*Ateb:* (a) Y testun **coch** yw'r testun sydd wedi'i ychwanegu.

Nodwch yn yr enghraifft yma mai tebygolrwydd un o'r **cyfuniadau** sydd wedi'i roi yn y cwestiwn, ac felly mae'n rhaid gwneud swm **rhannu** i gyfrifo'r tebygolrwydd o siopa dros y penwythnos.



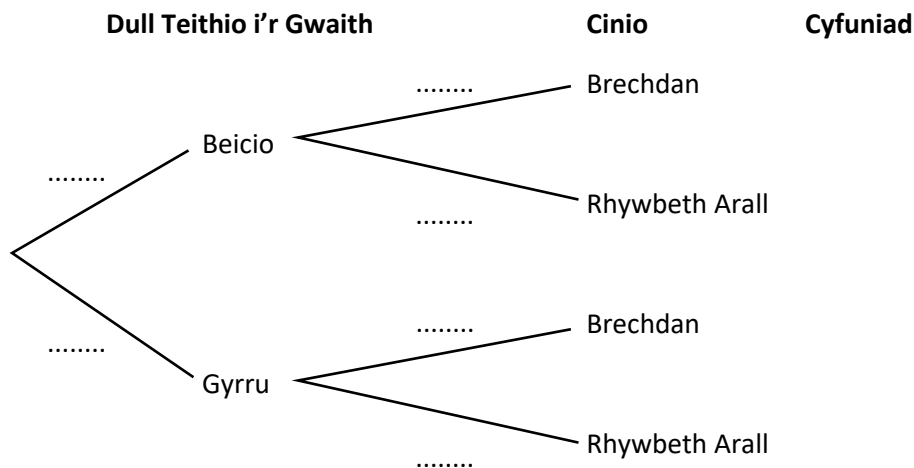
(b)  $0.4 \times 0.7 = 0.28$  (yr ail lwybr).

**Ymarfer 16**



Mae Megan yn byw 5 milltir i ffwrdd o’i gwaith, ac yn naill ai’n beicio neu’n gyrru i’w gwaith. Y tebygolrwydd y bydd hi’n beicio i’w gwaith yw 0.3. Y tebygolrwydd y bydd hi’n beicio i’w gwaith ac yn cael brechdan i ginio yw 0.24. Yn achos Megan, mae ei dull teithio i’w gwaith a beth mae’n ei gael i ginio yn ddigwyddiadau annibynnol.

- (a) Darganfyddwch y tebygolrwydd y bydd Megan yn bwyta brechdan i ginio.
- (b) Cwblhewch y diagram canghennog canlynol.



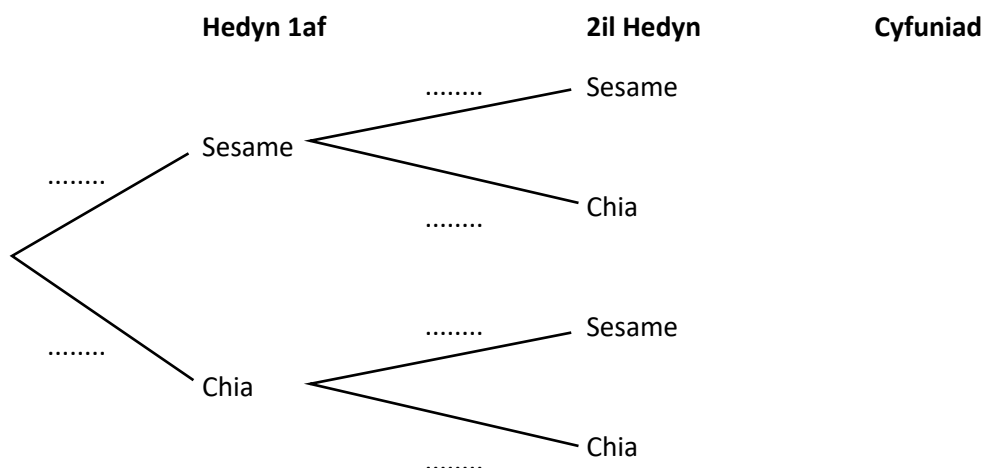
- (c) Darganfyddwch y tebygolrwydd fod Megan yn gyrru i’w gwaith ac yn bwyta rhywbeth heblaw brechdan i ginio.

**Ymarfer 17**



Mae bag yn cynnwys nifer mawr iawn o ddau fath o hedyn (*seed*), sef sesame a chia. Caiff dau hedyn eu dewis ar hap o’r bag. Y tebygolrwydd mai dau hedyn sesame y caiff eu dewis yw 0.49.

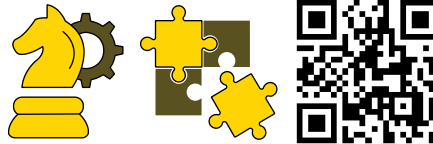
- (a) Cwblhewch y diagram canghennog canlynol.



- (b) Cyfrifwch y tebygolrwydd mai un hedyn o bob math sy’n cael eu dewis.
- (c) Cyfrifwch y tebygolrwydd mai dau hedyn chia sy’n cael eu dewis.
- (ch) Pam bod angen cynnwys y geiriau “nifer mawr iawn” ar gychwyn y cwestiwn yma?
- (d) Pe bai tri hedyn yn cael eu dewis o’r bag, beth fyddai’r tebygolrwydd o ddewis 3 hedyn sesame?

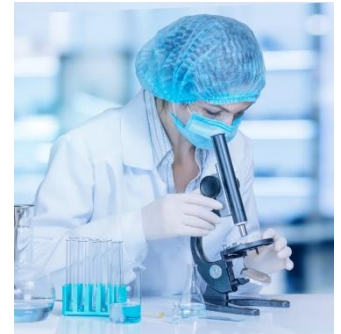
**Digwyddiadau Dibynnol**

**Enghraifft**



Mae ysbyty yn profi cleifion ar gyfer afiechyd penodol. Os yw person efo'r afiechyd, mae'r prawf yn dychwelyd canlyniad "positif". Os nad yw'r person efo'r afiechyd, mae'r prawf yn dychwelyd canlyniad "negatif". Nid yw'r prawf yn berffaith fodd bynnag:

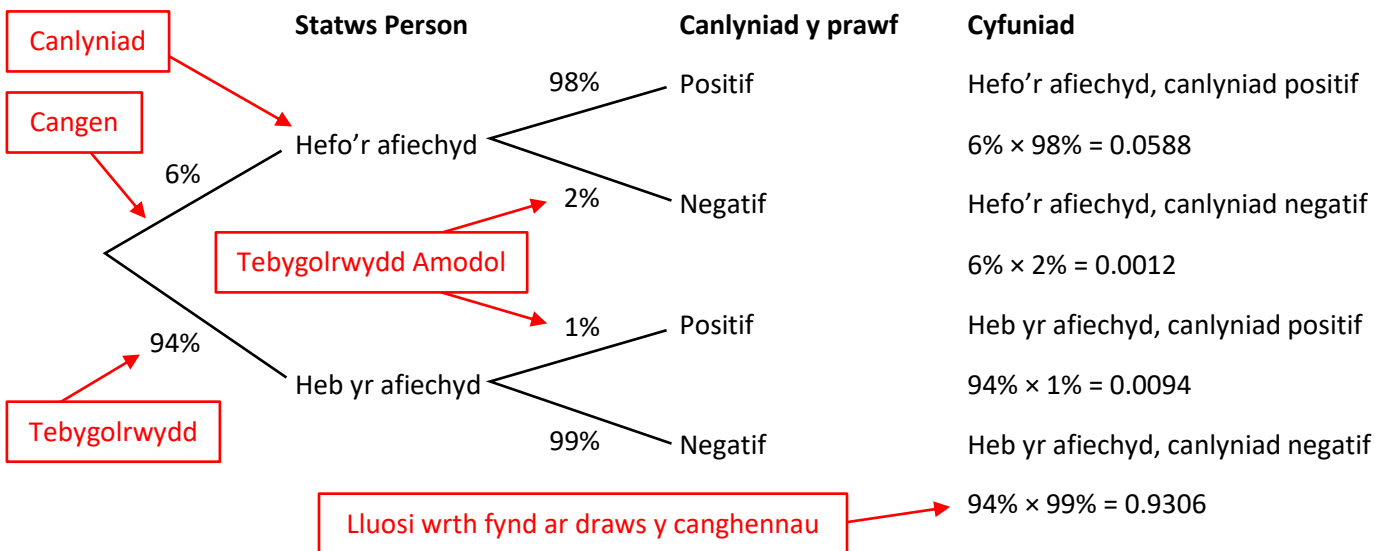
- Mae 98% o gleifion sydd efo'r afiechyd yn derbyn canlyniad "positif";
- Mae 1% o gleifion sydd heb yr afiechyd yn derbyn canlyniad "positif";
- Mae 6% o'r boblogaeth efo'r afiechyd o dan sylw.



Defnyddiwch ddiagram canghennog er mwyn cyfrifo'r tebygolrwydd

- (a) y bydd person sydd wedi'i ddewis ar hap yn derbyn canlyniad positif yn y prawf;  
 (b) y bydd y canlyniad anghywir yn cael ei gyflwyno i berson sydd wedi gwneud y prawf;  
 (c) y bydd y canlyniad cywir yn cael ei gyflwyno i berson sydd wedi gwneud y prawf.

*Ateb: Cam 1:* Lluniwch ddiagram canghennog i ddarlunio'r sefyllfa.



*Cam 2:* Ystyriwch pa lwybrau yn y diagram canghennog sydd angen eu hystyried i ateb y cwestiynau.

(a) Mae dau lwybr yn rhoi canlyniad positif: naill ai "hefo'r afiechyd, positif" (tebygolrwydd 0.0588) neu "heb yr afiechyd, positif" (tebygolrwydd 0.0094). Rydym yn adio'r ddau debygolrwydd yma i gael yr ateb (maent yn ddigwyddiadau cydanghynhwysol):  $0.0588 + 0.0094 = 0.0682$ .

(b) Mae dau lwybr yn golygu bod canlyniad anghywir yn cael ei gyflwyno: naill ai "hefo'r afiechyd, negatif" (tebygolrwydd 0.0012) neu "heb yr afiechyd, positif" (tebygolrwydd 0.0094). Rydym yn adio'r ddau debygolrwydd yma i gael yr ateb (maent yn ddigwyddiadau cydanghynhwysol):  $0.0012 + 0.0094 = 0.0106$ .

(c) Mae dwy ffordd o ateb y cwestiwn yma:

(i) Ystyried yr holl lwybrau yn y diagram canghennog sydd yn rhoi canlyniad cywir ("hefo'r afiechyd, positif" neu "heb yr afiechyd, negatif"):  $0.0588 + 0.9306 = 0.9894$ ;

(ii) Ystyried y tebygolrwydd o dderbyn canlyniad anghywir (0.0106, yr ateb i ran (b)) a'i dynnu allan o 1:  $1 - 0.0106 = 0.9894$ .

**Sialens!**

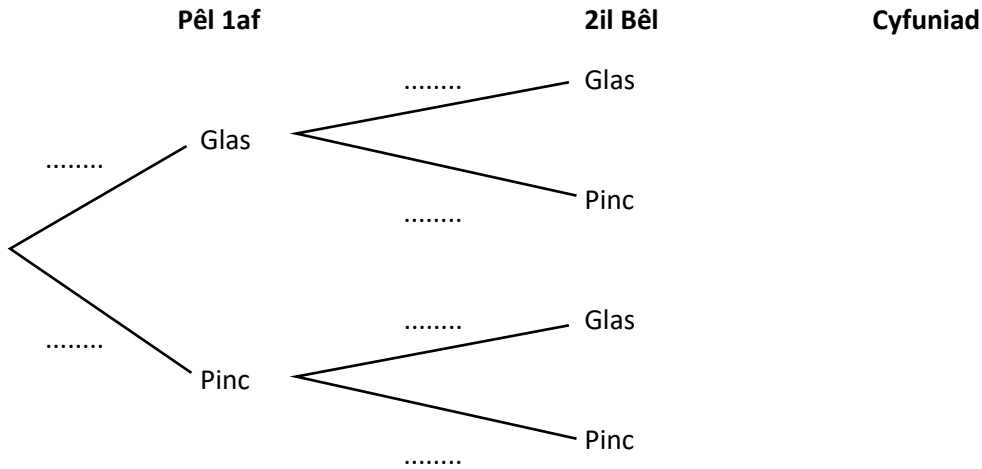
Defnyddiwch y we i ymchwilio i'r termau Cyfeiliornad Math I (*Type I Error*) a Chyfeiliornad Math II (*Type II Error*). Beth yw'r cysylltiad rhwng y termau ystadegol hyn â'r enghraifft uchod?

**Ymarfer 18**

Mae bag yn cynnwys 4 pêl las a 6 pêl binc.  
Mae Billy yn dewis dwy bêl ar hap o'r bag, **heb eu dychwelyd**.



(a) Cwblhewch y diagram canghennog canlynol.



- (b) Darganfyddwch y tebygolrwydd o ddewis dwy bêl binc.
- (c) Darganfyddwch y tebygolrwydd o ddewis un bêl o bob lliw.

**Ymarfer 19**

Mae bag yn cynnwys 7 glain (*bead*) melyn, 3 glain gwyn ac un glain du.  
Mae dwy lain yn cael eu tynnu ar hap o'r bag **heb eu dychwelyd**.

- (a) Cyfrifwch y tebygolrwydd bod y ddwy lain yn felyn.
- (b) Cyfrifwch y tebygolrwydd bod o leiaf un glain gwyn yn cael ei dynnu.



**Ymarfer 20**

Mae blwch yn cynnwys 3 iogwrt banana, 4 iogwrt llus a 5 iogwrt ceirios.  
Mae tri iogwrt yn cael eu dewis ar hap o'r blwch, **heb eu dychwelyd**. Cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd o leiaf un o'r iogyrtiau sy'n cael eu dewis yn iogwrt ceirios.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

Datblygu

Myfyrio

Haen Ganolradd

Tebygolrwydd

Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwyf wedi adolygu'r <b>gwaith blaenorol ar debygolrwydd</b> , e.e. diagramau gofod sampl, amllder disgwylidig.			1, 3, 7	
Rwy'n gwybod sut i <b>gyfrifo amllder cymharol o ddata arbrofol</b> .			2	
Rwy'n gwybod sut i <b>lunio graff</b> sy'n dangos amllderâu cymharol gwahanol yn erbyn y nifer o dreialon.			2	
Rwy'n deall y <b>mwyaf</b> o dreialon sy'n cael eu cynnal, y <b>gorau</b> yw'r amllder cymharol fel amcangyfrif o'r tebygolrwydd.			2	
Rwy'n gallu gwahaniaethu rhwng <b>digwyddiadau annibynnol</b> a <b>digwyddiadau dibynnol</b> .			4	
Rwy'n gallu gwahaniaethu rhwng <b>digwyddiadau cydanghynhwysol</b> a <b>digwyddiadau sydd ddim yn gydanghynhwysol</b> .			4	
Rwy'n gallu defnyddio'r <b>rheol luosi</b> ar gyfer <b>digwyddiadau annibynnol</b> .			4	
Rwy'n gallu defnyddio'r <b>rheol adio</b> ar gyfer <b>digwyddiadau cydanghynhwysol</b> .			5	
Rwy'n gallu ateb cwestiynau ar debygolrwydd sy'n ymwneud â <b>diagramau Venn</b> .			6	
Rwy'n gallu llunio a defnyddio <b>diagramau canghennog</b> .			8	
O gael tebygolrwydd <b>cyfuniad</b> mewn diagram canghennog, rwy'n gallu gweithio'n ôl i lenwi'r holl debygolrwyddau yn y diagram canghennog.			9	

**Myfyrio**

Enw: .....  
Canran yn y prawf: .....

**Datblygu**

**Tebygolrwydd**

**Haen Uwch**

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwyf wedi adolygu'r <b>gwaith blaenorol ar debygolrwydd</b> , e.e. diagramau gofod sampl, amlder disgwylidig.			2, 6	
Rwy'n gwybod sut i <b>gyfrifo amlder cymharol o ddata arbrofol</b> .			1	
Rwy'n gwybod sut i <b>lunio graff</b> sy'n dangos amlderâu cymharol gwahanol yn erbyn y nifer o dreialon.			1	
Rwy'n deall y <b>mwyaf</b> o dreialon sy'n cael eu cynnal, y <b>gorau</b> yw'r amlder cymharol fel amcangyfrif o'r tebygolrwydd.			1	
Rwy'n gallu gwahaniaethu rhwng <b>digwyddiadau annibynnol</b> a <b>digwyddiadau dibynnol</b> .			3	
Rwy'n gallu gwahaniaethu rhwng <b>digwyddiadau cydanghynhwysol</b> a <b>digwyddiadau sydd ddim yn gydanghynhwysol</b> .			3	
Rwy'n gallu defnyddio'r <b>rheol luosi</b> ar gyfer <b>digwyddiadau annibynnol</b> .			3	
Rwy'n gallu defnyddio'r <b>rheol luosi</b> ar gyfer <b>digwyddiadau dibynnol</b> .			9	
Rwy'n gallu defnyddio'r <b>rheol adio</b> ar gyfer <b>digwyddiadau cydanghynhwysol</b> .			4	
Rwy'n gallu ateb cwestiynau ar debygolrwydd sy'n ymwneud â <b>diagramau Venn</b> .			5	
Rwy'n gallu ateb cwestiynau ar debygolrwydd sy'n ymwneud â <b>diagramau gofod sampl</b> sy'n darlunio <b>digwyddiadau dibynnol</b> .			6	
Rwy'n gallu llunio a defnyddio <b>diagramau canghennog</b> ar gyfer digwyddiadau <b>annibynnol</b> a digwyddiadau <b>dibynnol</b> .			7, 9	
O gael tebygolrwydd <b>cyfuniad</b> mewn diagram canghennog, rwy'n gallu gweithio'n ôl i lenwi'r holl debygolrwyddau yn y diagram canghennog.			8	



Yr Adran Fathemateg

11

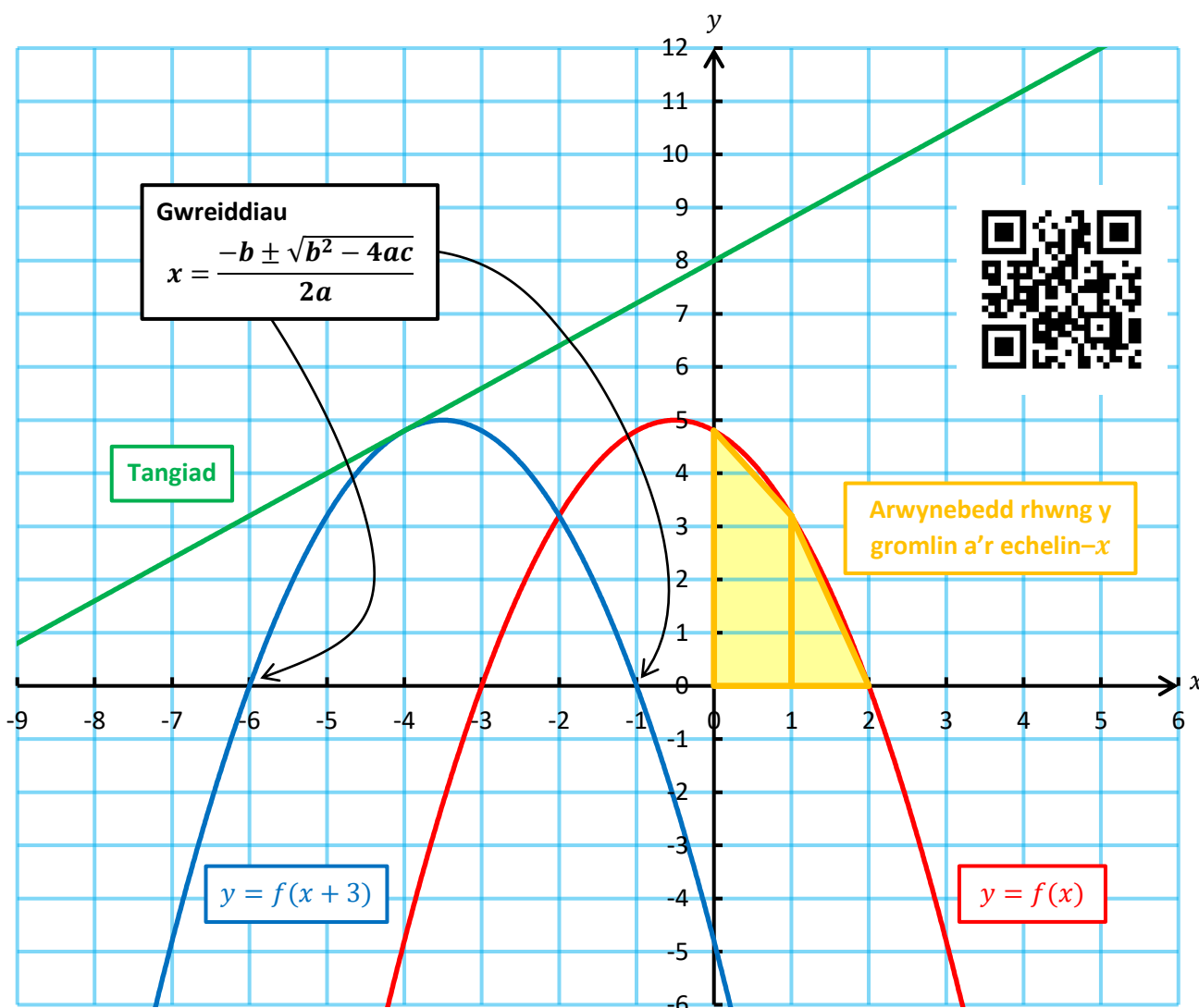
Datblygu

Algebra 4

Enw:

# Cynnwys

Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Trawsfurfiadau Ffwythiannau	Nodiant ffwythiant. Trawsfudo. Ymestyn. Adlewyrchu.	3
Cyn-Galcwlws	Tangiad ffwythiant. Graffiau teithio. Dadleoliad, Cyflymder a Chyflymiad. Yr arwynebedd rhwng graff a'r echelin- $x$ . Rheol y Trapesiwm.	9
Newid Testun Pellach	Adolygu gwaith blaenorol. Newid testun ble mae'r testun yn ymddangos mwy nag unwaith.	18
Y Fformiwla Gwadratig	Datrys hafaliadau cwadratig. Datrys problemau.	20
Ffracsiynau Algebraidd	Ffracsiynau rhifol. Ffracsiynau algebraidd. Datrys hafaliadau sy'n cynnwys ffracsiynau algebraidd.	23



**Trawsfurfiadau Ffwythiannau**

**Nodiant Ffwythiant**

Mae'r graff ar gyfer  $y = 2x - 3$  wedi'i ddangos ar y dde.

Gwelwn, o'r graff, mai gwerth  $y$  ar gyfer  $x = 2$  yw 1.

Mewn mathemateg, mae nodiant arbennig yn cael ei ddefnyddio i gyfeirio at werthoedd o'r math yma. Rydym yn ysgrifennu

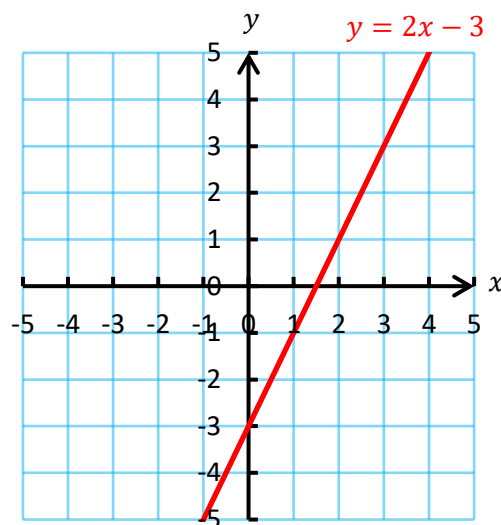
$$f(2) = 1,$$

ble mae  $f$  yn cynrychioli'r **ffwythiant**  $f(x) = 2x - 3$ ,

2 yw **mewnbwn** y ffwythiant,

ag 1 yw **allbwn** y ffwythiant.

Rydym yn dweud bod ' $f$ ' o ddau yn un'.



**Ymarfer 1**

Defnyddiwch y graff ar gyfer  $f(x) = 2x - 3$  i ysgrifennu

- (a)  $f(3)$       (b)  $f(1)$       (c)  $f(0)$

**Enghraifft**

Os yw  $f(x) = 5x - 2$ , yna mae'n bosib cyfrifo  $f(3)$  trwy amnewid  $x = 3$  i mewn i  $5x - 2$ :

$$f(3) = 5 \times 3 - 2$$

$$f(3) = 13$$



**Ymarfer 2**

(a) Os yw  $f(x) = 2x - 3$ , cyfrifwch

- (i)  $f(5)$       (ii)  $f(-2)$       (iii)  $f(20)$

(b) Os yw  $f(x) = x^2 + 4x + 2$ , cyfrifwch

- (i)  $f(2)$       (ii)  $f(5)$       (iii)  $f(0)$       (iv)  $f(-2)$

(c) Os yw  $f(x) = -4x + 15$ , cwblhewch y tabl canlynol.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

(ch) Os yw  $f(x) = 3x - 2$ , darganfyddwch y gwerth ar gyfer  $x$  fel bod  $f(x) = 19$ .

(d) Os yw  $f(x) = x^2$ , darganfyddwch y gwerthoedd ar gyfer  $x$  fel bod  $f(x) = 25$ .

(dd) Mae'r graff ar y dde yn dangos ffwythiant  $f(x)$  wedi'i blotio ar bapur graff. Beth yw'r ffwythiant  $f(x)$ ?

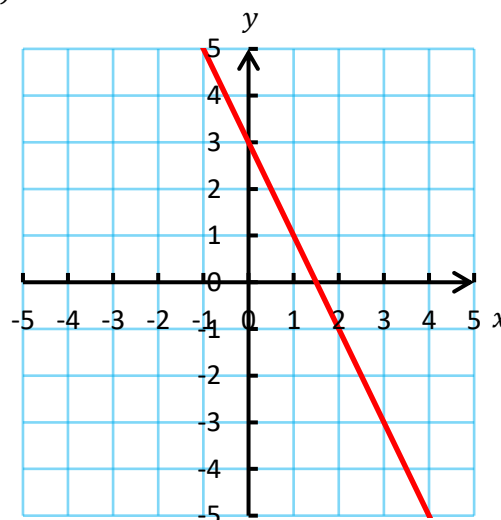
(e) Ar gyfer y ffwythiant o ran (dd), beth yw gwerth  $f(5)$ ?

(f) Os yw  $g(x) = 2x^2 + 5$ , cyfrifwch

- (i)  $g(4)$       (ii)  $g(0)$       (iii)  $g(-2)$

(ff) Os yw  $h(x) = \frac{2}{x-3}$ , cyfrifwch

- (i)  $h(11)$       (ii)  $h(-7)$       (iii)  $h\left(\frac{1}{2}\right)$



**Trawsfurfiadau Ffwythiannau**

Mae nodiant ffwythiant yn hwylus er mwyn disgrifio pa effaith mae trawsffurfiad yn ei gael ar graff ffwythiant.

**Ymarfer 3**



Ewch i'r wefan [www.desmos.com/calculator](http://www.desmos.com/calculator).

Teipiwch  $y = x^2$  i mewn i'r bocs cyntaf.

(a) Teipiwch  $y = x^2 + a$  i mewn i'r ail focs. Pan fo "add slider" yn ymddangos cliciwch ar  $a$ . Pa effaith mae newid gwerth  $a$  yn ei gael ar y graff?

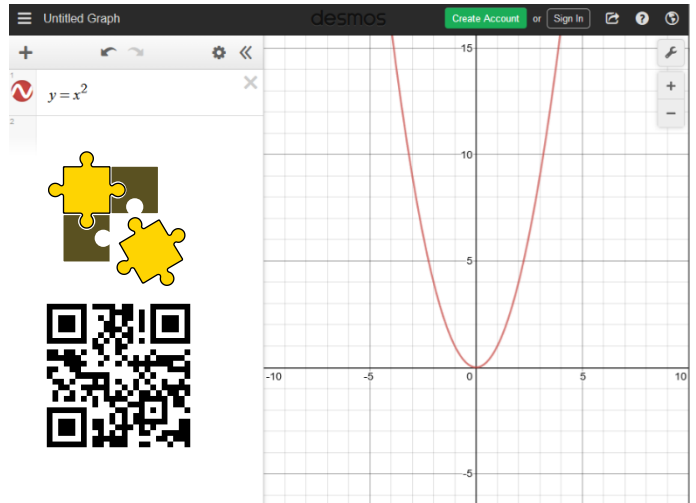
(b) Newidiwch focs 2 i ddangos  $y = (x - a)^2$  yn lle  $y = x^2 + a$ . Pa effaith yn awr mae newid gwerth  $a$  yn ei gael ar y graff?

(c) Pa fath o drawsffurfiadau yw'r trawsffurfiadau o rannau (a) a (b) o'r cwestiwn yma?

(ch) Newidiwch focs 2 i ddangos  $y = ax^2$ . Pa effaith yn awr mae newid gwerth  $a$  yn ei gael ar y graff?

(d) Newidiwch focs 2 i ddangos  $y = (ax)^2$ . Pa effaith yn awr mae newid gwerth  $a$  yn ei gael ar y graff?

(dd) Beth yw'r gwahaniaeth rhwng y ffordd y mae newid  $a$  yn newid y graff yn rhannau (ch) a (d) o'r cwestiwn yma?



**Ymarfer 4**

Lluniwch, ar y set o echelinau isod, y graffiau canlynol.

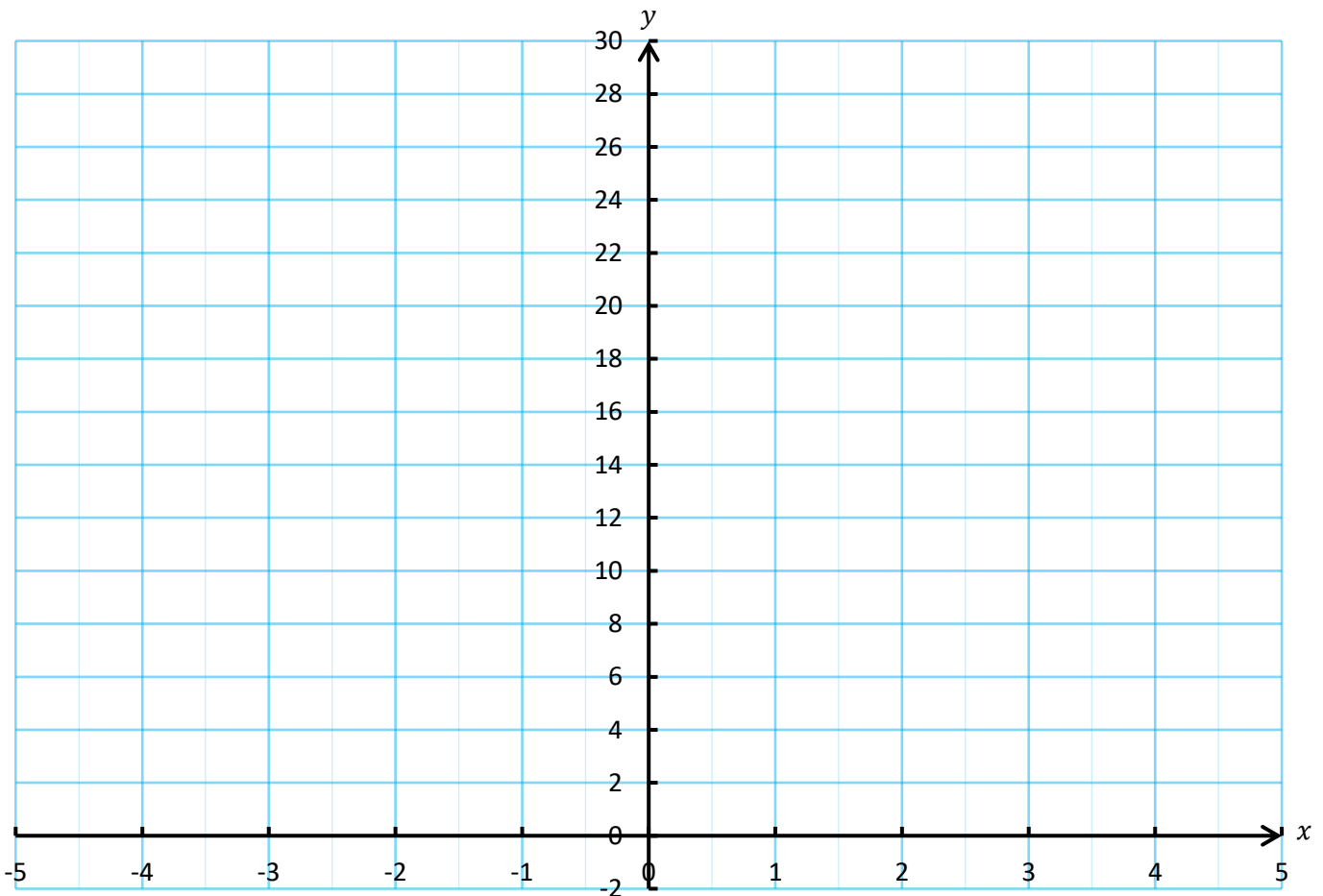


(a)  $y = x^2$

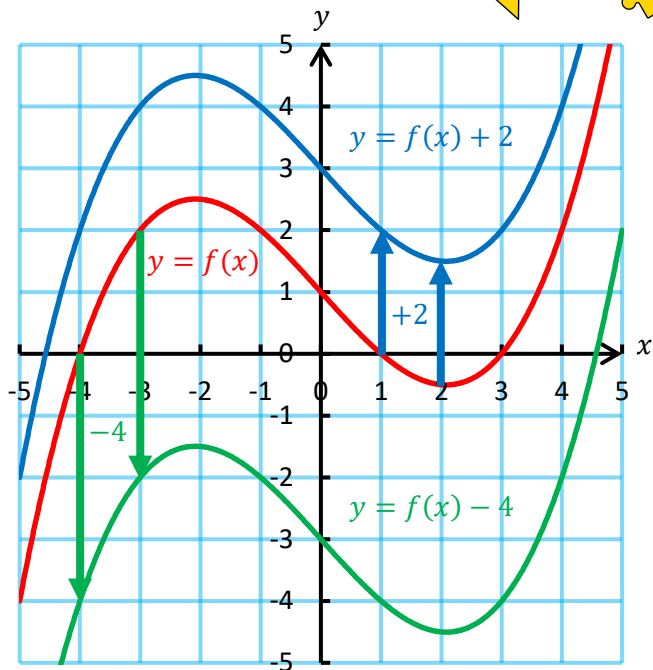
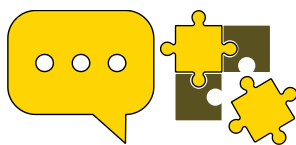
(b)  $y = x^2 + 3$

(c)  $y = (x - 2)^2$

(ch)  $y = 2x^2$

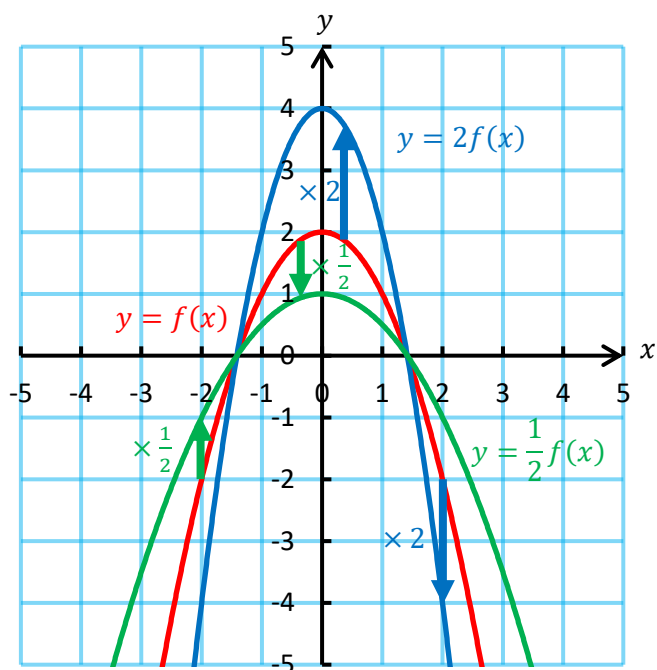


$y = f(x) + a$



Mae'r trawsffurfiad  $y = f(x) + a$  yn symud y graff  $a$  uned i fyny (os yw  $a$  yn positif) neu  $a$  uned i lawr (os yw  $a$  yn negatif).

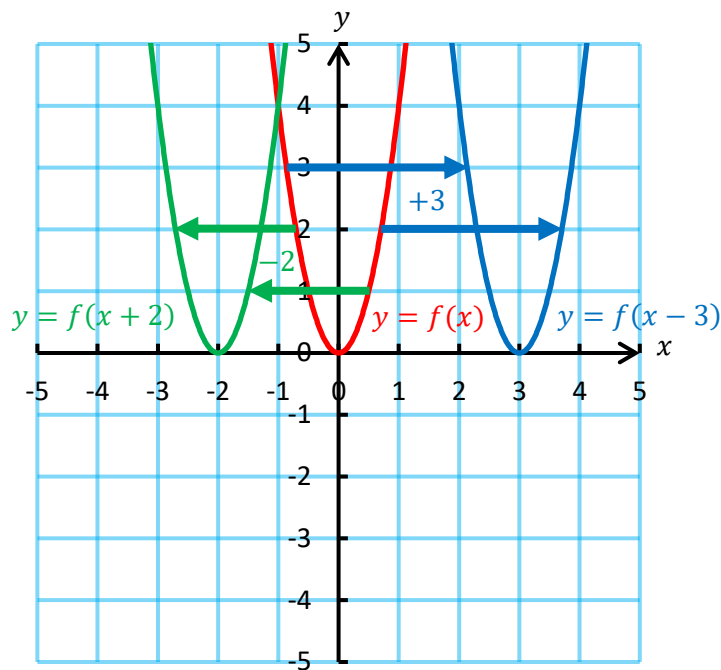
$y = af(x)$



Mae'r trawsffurfiad  $y = af(x)$  yn ymestyn y graff yng nghyfeiriad yr echelin- $y$  (os yw  $a > 1$ ) neu yn cywasgu y graff yng nghyfeiriad yr echelin- $y$  (os yw  $0 < a < 1$ ).

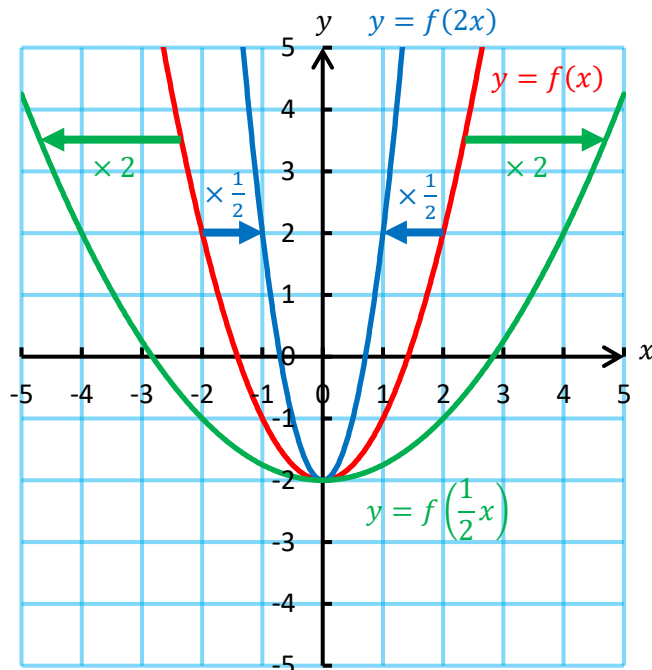
Fel canllaw cyffredinol, mae angen **dilyn** beth sy'n digwydd **y tu allan** i gromfach, a **dadwneud** unrhyw beth sy'n digwydd **y tu mewn** i gromfach. Felly, er enghraifft, rydym yn dilyn  $y = f(x) + 3$  ac yn symud y graff 3 uned i fyny; ond rydym yn dadwneud  $y = f(x + 3)$  gan symud y graff 3 uned i'r chwith.

$y = f(x + a)$



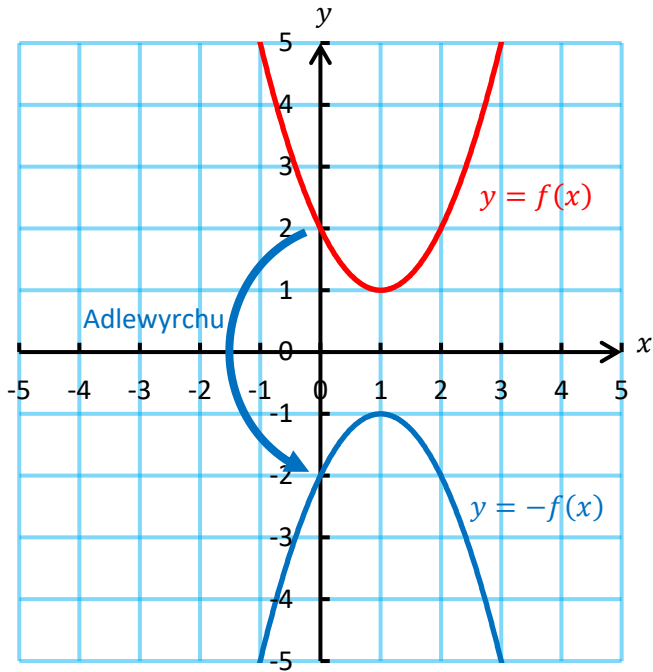
Mae'r trawsffurfiad  $y = f(x + a)$  yn symud y graff  $a$  uned i'r chwith (os yw  $a$  yn positif) neu  $a$  uned i'r dde (os yw  $a$  yn negatif).

$y = f(ax)$



Mae'r trawsffurfiad  $y = f(ax)$  yn cywasgu y graff yng nghyfeiriad yr echelin- $x$  (os yw  $a > 1$ ) neu yn ymestyn y graff yng nghyfeiriad yr echelin- $x$  (os yw  $0 < a < 1$ ).

$y = -f(x)$

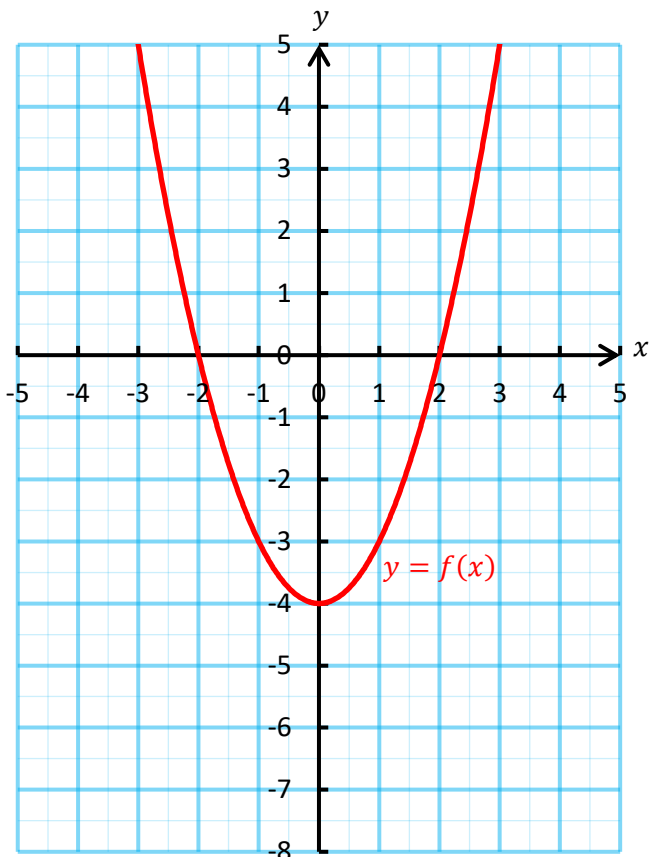


Mae'r trawsffurfiad  $y = -f(x)$  yn adlewyrchu graff  $y = f(x)$  yn yr echelin-x.

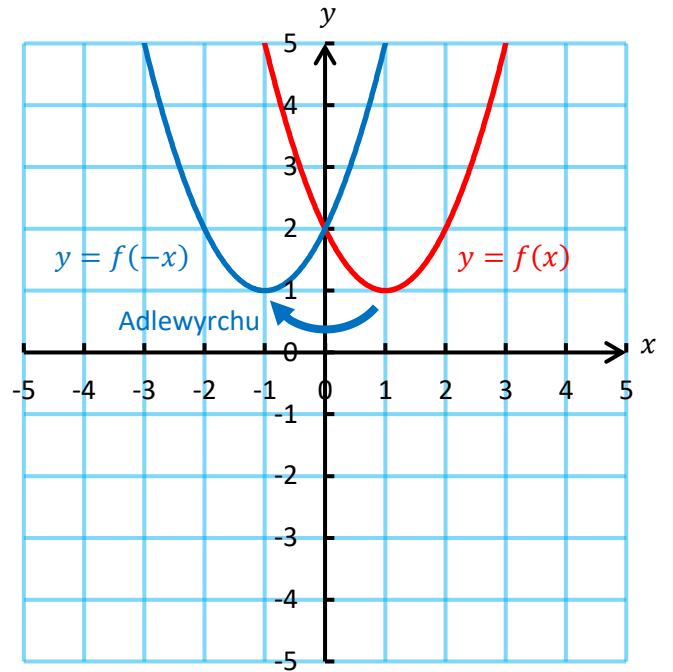
**Ymarfer 5**

Lluniwch, ar y graffiau isod, y trawsffurfiadau canlynol.

(a)  $y = f(x) + 2$



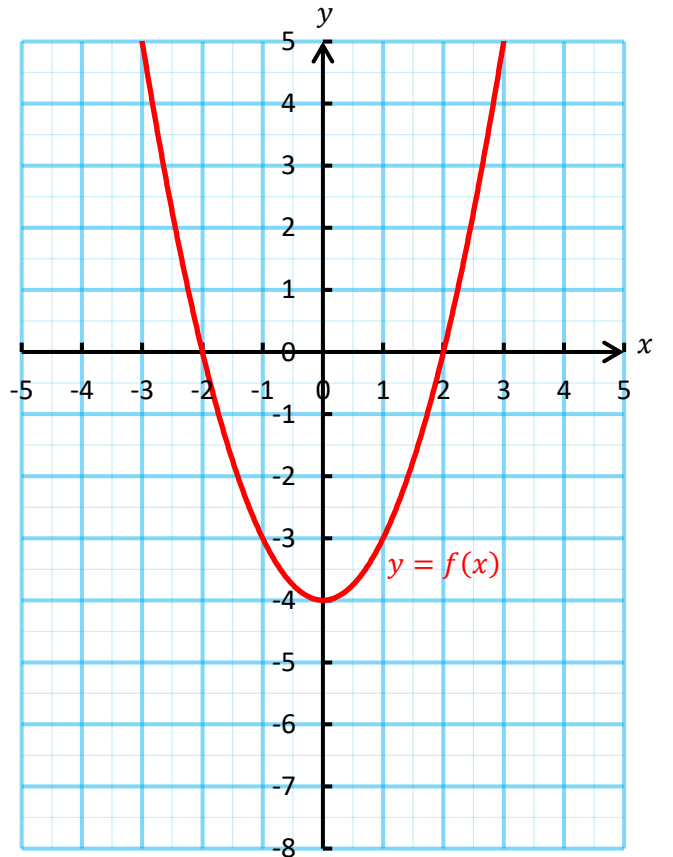
$y = f(-x)$



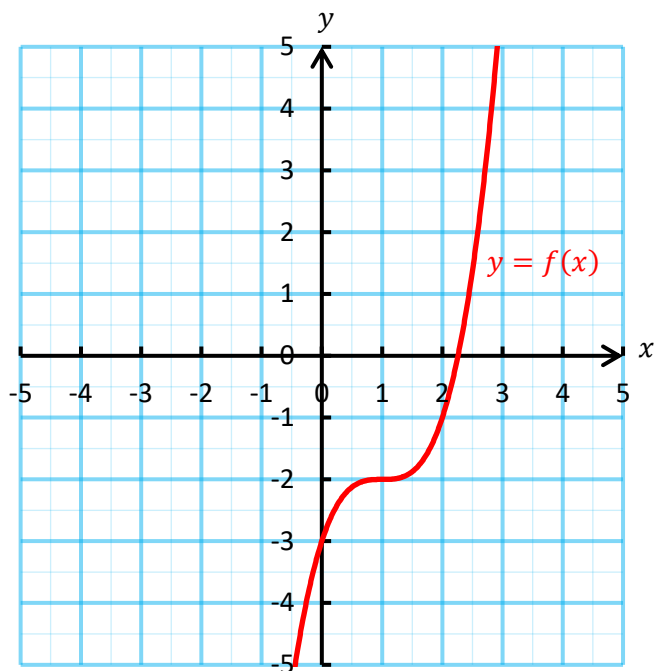
Mae'r trawsffurfiad  $y = f(-x)$  yn adlewyrchu graff  $y = f(x)$  yn yr echelin-y.



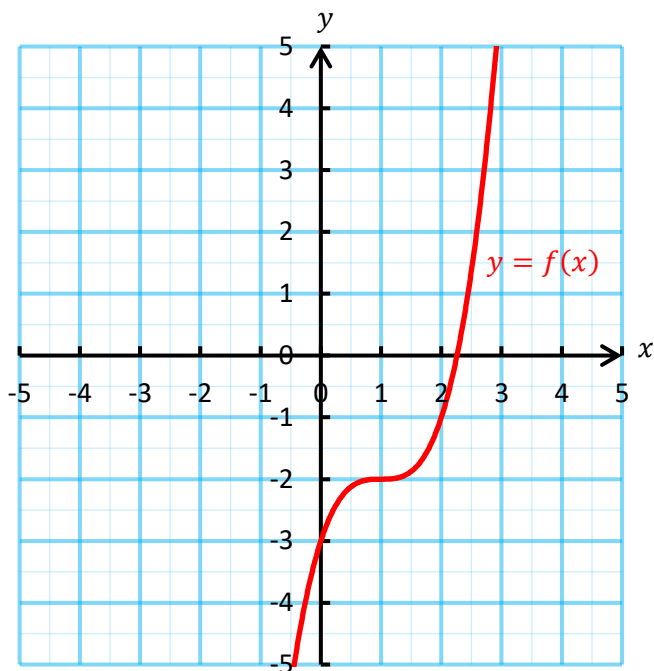
(b)  $y = f(x + 2)$



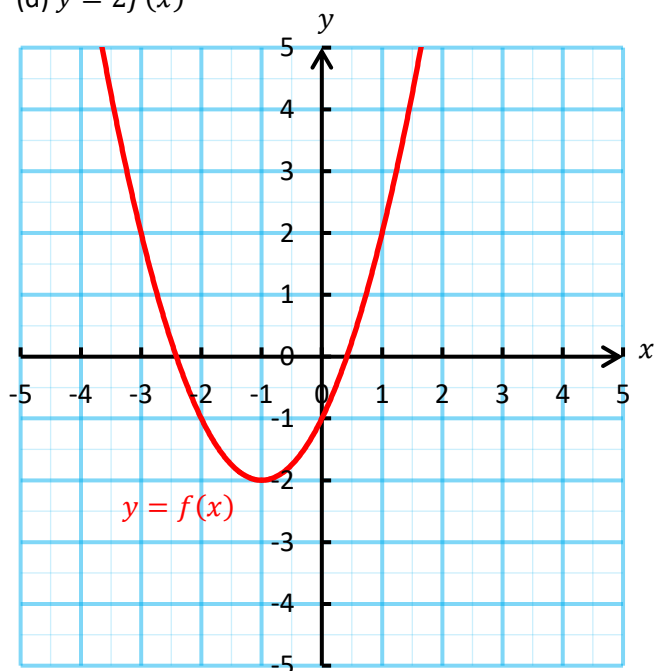
(c)  $y = f(-x)$



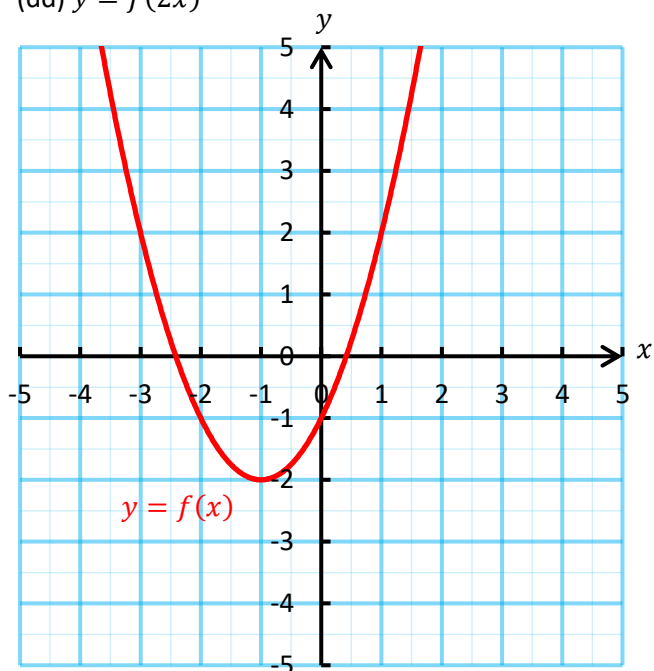
(ch)  $y = -f(x)$



(d)  $y = 2f(x)$



(dd)  $y = f(2x)$



**Ymarfer 6**



(a) Lluniwch set o echelinau gyda gwerthoedd  $x$  ag  $y$  yn mynd o  $-10$  i  $10$ .

Plotiwch y graff  $y = 2^x$  ar yr echelinau, cyn defnyddio trawsffurfiadau ffwythiannau i blotio'r graffiau canlynol.

- (i)  $y = 2^x - 4$                       (ii)  $y = 2^{x-3}$                       (iii)  $y = 2^{-x}$

(b) Lluniwch set o echelinau gyda gwerthoedd  $x$  ag  $y$  yn mynd o  $-10$  i  $10$ .

Plotiwch y graff  $y = \frac{1}{x}$  ar yr echelinau, cyn defnyddio trawsffurfiadau ffwythiannau i blotio'r graffiau canlynol.

- (i)  $y = -\frac{1}{x}$                       (ii)  $y = \frac{1}{x} - 5$                       (iii)  $y = \frac{1}{x+4} - 5$

(c) Lluniwch set o echelinau gyda gwerthoedd  $x$  ag  $y$  yn mynd o  $-10$  i  $10$ .

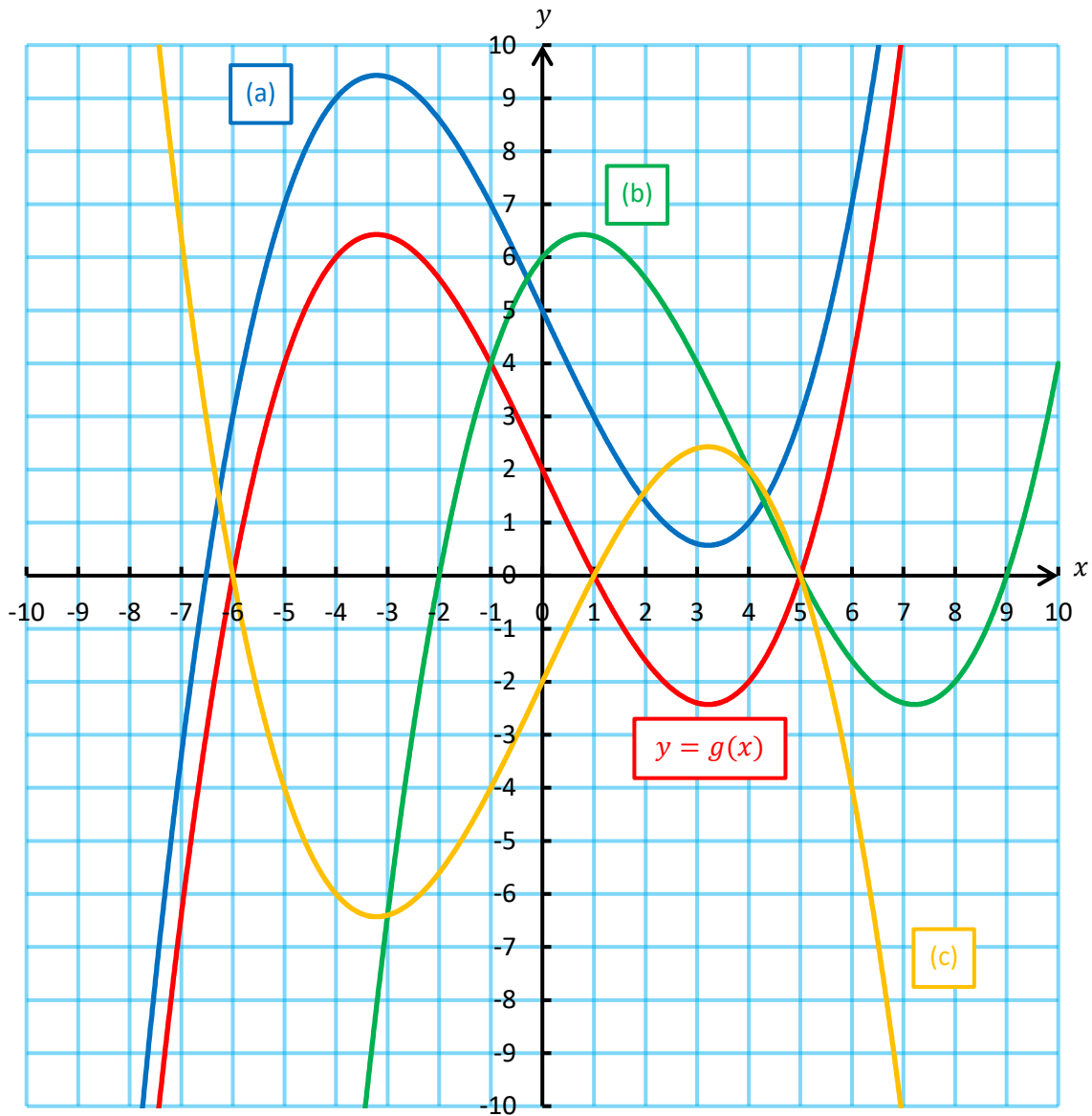
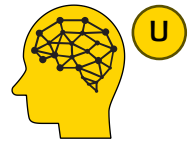
Plotiwch y graff  $y = x^3$  ar yr echelinau, cyn defnyddio trawsffurfiadau ffwythiannau i blotio'r graffiau canlynol.

- (i)  $y = (x + 4)^3$                       (ii)  $y = \frac{1}{4}x^3$                       (iii)  $y = \left(\frac{1}{4}x\right)^3$

**Ymarfer 7**

Mae'r graff isod yn dangos y ffwythiant  $y = g(x)$ .

Ysgrifennwch, yn nhermau  $g(x)$ , ffwythiant ar gyfer pob un o'r graffiau eraill sy'n cael eu dangos.



**Gwerthuso**

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Cyn-Galwllus

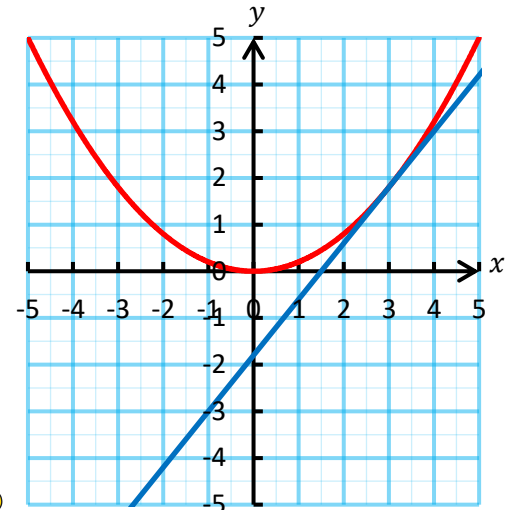


## Tangiad Ffwythiant

O gael **ffwythiant aflinol** (ffwythiant nad yw'n llinell syth), mae **tangiad** i bwynt penodol ar y ffwythiant yn llinell syth sy'n cyfarfod y pwynt fel bod graddiant y tangiad yn hafal i raddiant y ffwythiant ar y pwynt hwnnw.

### Enghraifft

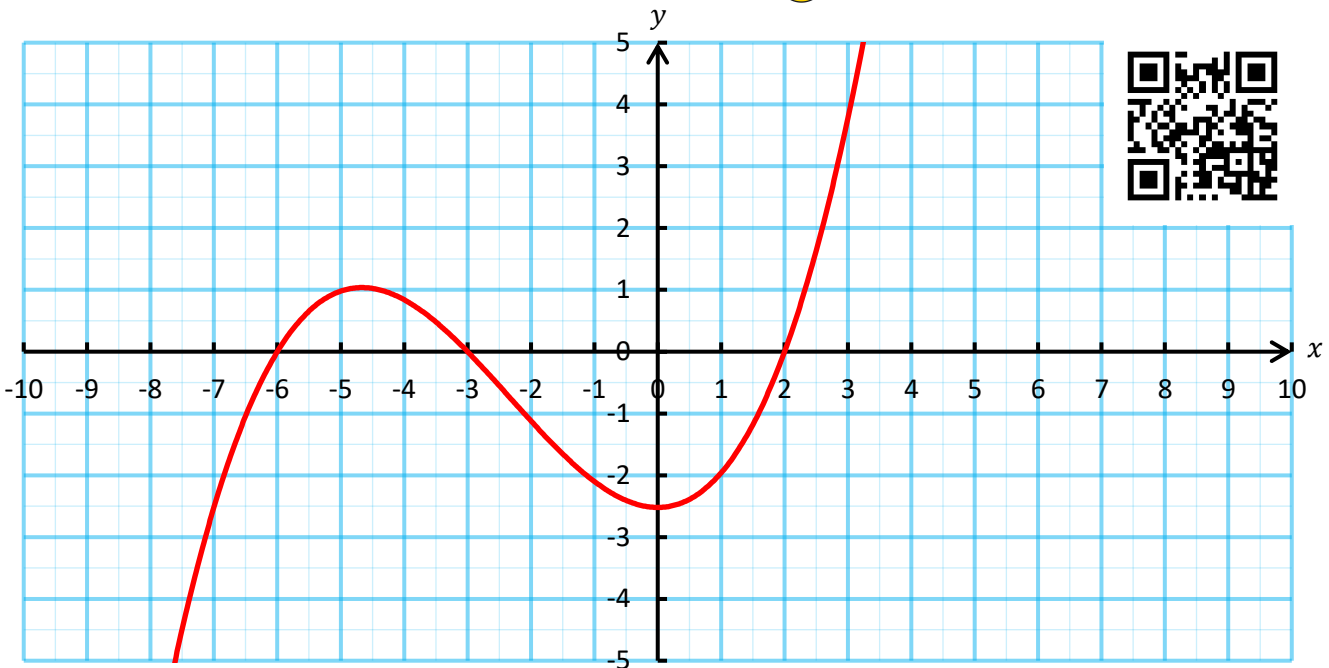
Mae'r graff ar y dde yn dangos tangiad i'r gromlin **goch** yn y pwynt ble mae  $x = 3$ . Mae gan y tangiad yma raddiant positif.



### Ymarfer 8

Ar gyfer y gromlin sy'n cael ei ddangos isod, lluniadwch (efo'ch llygad) dangiadau ar gyfer y pwyntiau ble mae

- (a)  $x = -5$     (b)  $x = 2.5$     (c)  $x = 0$     (ch)  $x = -2$



Mae graddiant y tangiad yn rhoi'r **gyfradd newid** ar gyfer y pwynt o dan sylw. Hynny yw, mae'n cynrychioli faint mae'r newidyn ar yr echelin fertigol ( $y$ ) yn newid mewn perthynas ag un uned o'r newidyn ar yr echelin lorweddol ( $x$ ). Y serthaf yw'r tangiad, y cyflymaf yw'r gyfradd newid.

Ar gyfer yr enghraifft ar y dde, graddiant y tangiad yw'r newid yn y pellter fertigol rhannu efo'r newid yn y pellter llorweddol.

$$\text{Graddiant y tangiad} = \frac{9.2}{7.7}$$

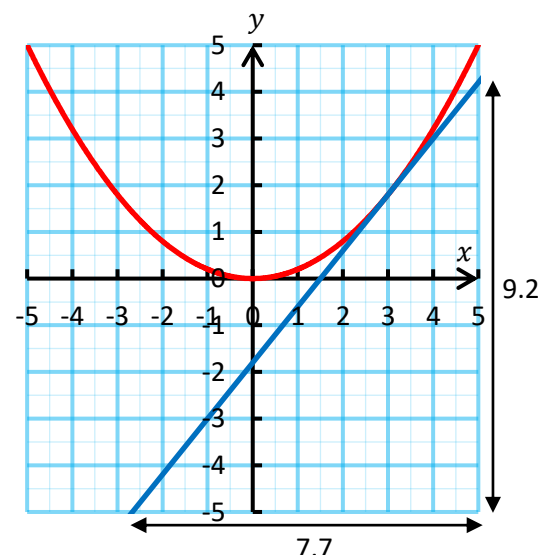
$$\text{Graddiant y tangiad} = 1.19 \text{ i } 2 \text{ le degol.}$$



### Ymarfer 9



Cyfrifwch raddiannau eich pedwar tangiad o Ymarfer 8.



## Graffiau Teithio

Fe welsom graffiau teithio am y tro cyntaf yn y pecyn *Symud efo'r Sphero* ym mlwyddyn 9.

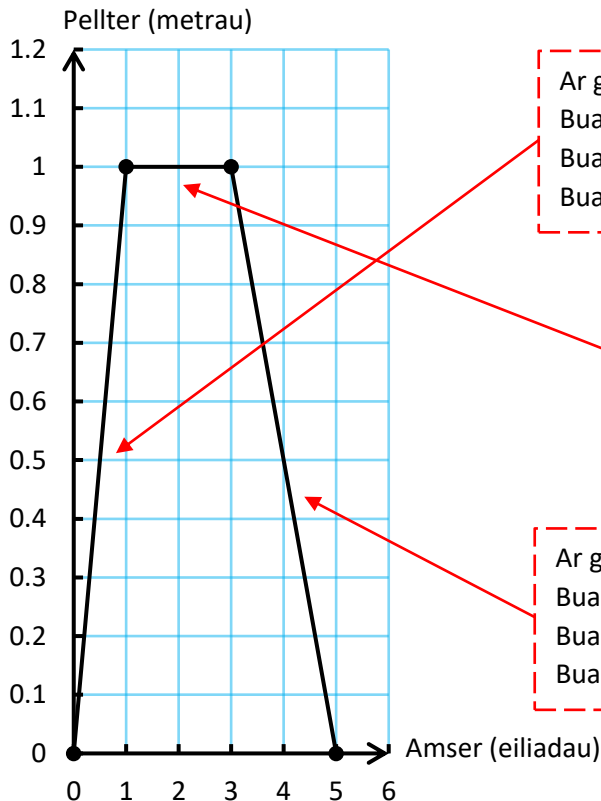
### Enghraifft

Mae'r graff isod yn darlunio taith sphero dros gyfnod o 5 eiliad.



Gwylwch siwrnai'r sphero yn y fideo yma:

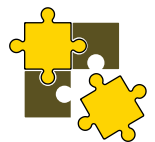
Graff pellter-amser ar gyfer taith sphero



Ar gyfer rhan **gyntaf** y siwrnai,  
 Buanedd = Newid mewn pellter ÷ Newid mewn amser  
 $Buanedd = 1 \div 1$   
 Buanedd = 1 metr yr eiliad.

Ar gyfer **ail** ran y siwrnai,  
 Buanedd = Newid mewn pellter ÷ Newid mewn amser  
 $Buanedd = 0 \div 2$   
 Buanedd = 0 metr yr eiliad.

Ar gyfer **trydedd** rhan y siwrnai,  
 Buanedd = Newid mewn pellter ÷ Newid mewn amser  
 $Buanedd = 1 \div 2$   
 Buanedd = 0.5 metr yr eiliad.



Mae buanedd yn enghraifft o fesur **sgalar**, ble mae **cyfeiriad** y teithio'n cael ei anwybyddu. Felly, yn ystod trydedd rhan y siwrnai, ble mae'r sphero'n dychwelyd i'w safle gwreiddiol, ac mae graddiant y graff pellter-amser yn negatif, mae'r buanedd yn dal i fod yn bositif. Er mwyn ystyried y cyfeiriad teithio, ac felly gwahaniaethu rhwng graddiannau positif a negatif mewn graff pellter-amser, rhaid i ni ystyried mesurau newydd sydd yn fesurau **fector**.

### Dadleoliad a Chyflymder

Mae pellter a **dadleoliad** yn fesurau sy'n mesur pa mor bell yw gwrthrych o darddbwynt penodol, ond mae dadleoliad yn cymryd i ystyriaeth y **cyfeiriad teithio** yn ogystal â'r pellter o'r tarddbwynt. Er enghraifft, ar gyfer rhan gyntaf y siwrnai uchod, ble mae'r sphero'n symud oddi wrth y tarddbwynt (sef y lleoliad cychwynnol), mae'r pellter a'r dadleoliad ill dau yn 1 metr. Ar gyfer rhan olaf y siwrnai fodd bynnag, ble mae'r sphero'n teithio'n ôl tuag at y tarddbwynt, tra bo'r pellter a deithiwyd yn 1 metr, mae'r dadleoliad yn  $-1$  metr. Mae arwydd negatif y dadleoliad yn cynrychioli cyfeiriad teithio'r sphero, ac mae hefyd yn adlewyrchu graddiant negatif y graff pellter-amser yn ystod rhan yma'r daith.

**Cyflymder** (*velocity*) yw'r fector sy'n cyfateb i'r mesur sgalar buanedd, ac mae'n cael ei gyfrifo gan y fformiwla

$$\text{Cyflymder} = \frac{\text{Newid mewn dadleoliad}}{\text{Newid mewn amser}}$$

Ar gyfer rhan olaf y siwrnai uchod, tra bod buanedd y sphero yn  $1 \div 2 = 0.5$  metr yr eiliad, mae cyflymder y sphero yn  $-1 \div 2 = -0.5$  metr yr eiliad. Eto mae'r cyflymder yn cymryd i ystyriaeth mai graddiant negatif sydd gan y graff pellter-amser yn ystod trydedd rhan y siwrnai.

**Ymarfer 10**

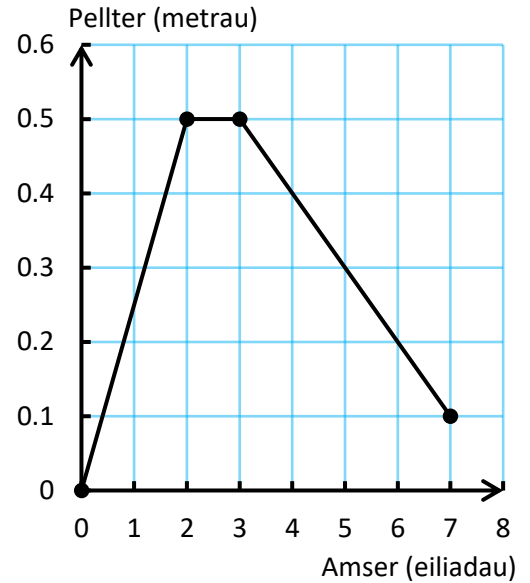


Mae'r graff ar y dde yn darlunio taith sphero dros gyfnod o 7 eiliad. Cwblhewch y tabl isod.

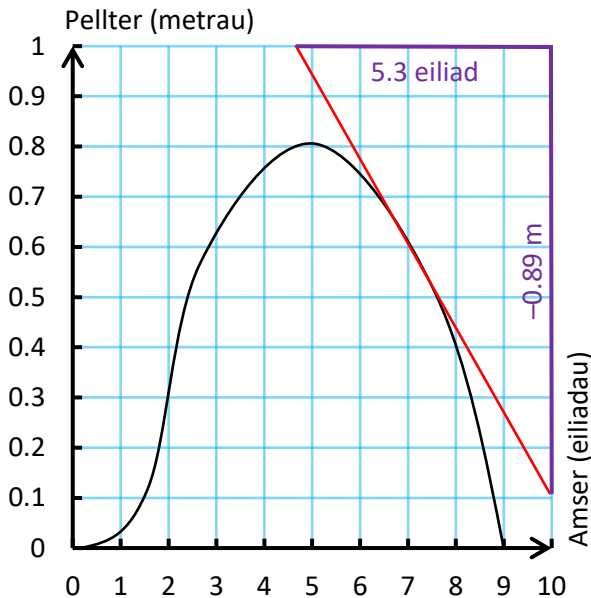
Rhan o'r daith	Newid mewn pellter	Newid mewn dadleoliad	Newid mewn amser	Buanedd (sgalar)	Cyflymder (factor)
1af					
2il					
3edd					

Mewn unrhyw graff pellter-amser sy'n **aflinol**, mae'n bosib amcangyfrif y cyflymder ar unrhyw bwynt trwy gyfrifo graddiant y tangiad ar y pwynt hwnnw.

Graff pellter-amser ar gyfer Ymarfer 10



Graff pellter-amser i ddangos taith sphero



**Enghraifft**

Mae'r graff ar y chwith yn dangos taith sphero dros gyfnod o 9 eiliad. Amcangyfrifwch gyflymder y sphero ar 7 eiliad.

*Ateb:* I gychwyn, rydym yn llunio (efo'r llygad) dangiad i'r gromlin ar yr amser 7 eiliad. Mae'r tangiad yn cael ei ddangos mewn coch ar y graff.

Nesaf, rydym yn cwblhau **triongl ongl sgwâr** o amgylch y tangiad, er mwyn mesur y newid mewn dadleoliad a'r newid mewn amser. O'r rhain gallwn gyfrifo amcangyfrif ar gyfer y cyflymder:

$$\text{Cyflymder} = \frac{\text{Newid mewn dadleoliad}}{\text{Newid mewn amser}}$$

$$\text{Cyflymder} = \frac{-0.89}{5.3}$$

$$\text{Cyflymder} = -0.17 \text{ metr yr eiliad, i 2 le degol.}$$

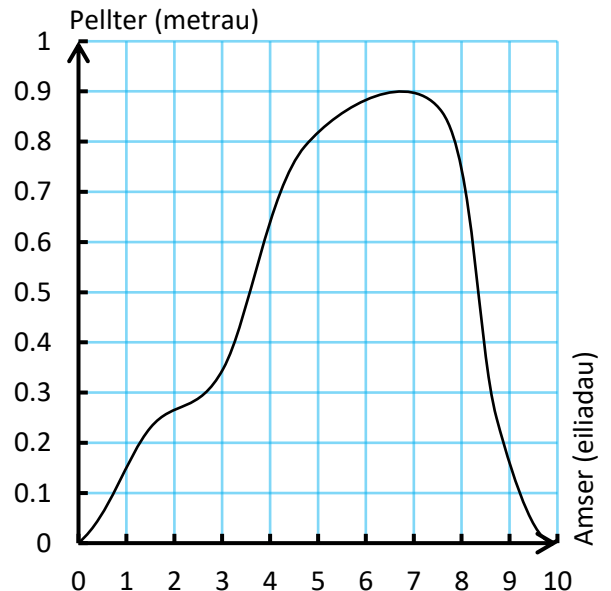
**Ymarfer 11**



Mae'r graff ar y dde yn dangos taith sphero dros gyfnod o 10 eiliad.

- (a) Amcangyfrifwch gyflymder y sphero ar 2 eiliad.
- (b) Amcangyfrifwch gyflymder y sphero ar 8 eiliad.
- (c) Amcangyfrifwch fuanedd y sphero ar 2 eiliad.
- (ch) Amcangyfrifwch fuanedd y sphero ar 8 eiliad.
- (d) Beth yw cyfanswm y pellter y mae'r sphero wedi'i deithio'n ystod ei siwrnai?
- (dd) Beth yw'r buanedd cyfartalog ar gyfer y siwrnai gyfan?
- (e) Beth yw'r cyflymder cyfartalog ar gyfer y siwrnai gyfan?

Graff pellter-amser ar gyfer Ymarfer 11



**Cyflymiad**

Tra bod cyflymder yn factor sy'n mesur cyfradd newid dadleoliad mewn perthynas ag amser, mae **cyflymiad** (*acceleration*) yn factor sy'n mesur cyfradd newid cyflymder mewn perthynas ag amser. Gallwn ddefnyddio'r fformiwla



$$\text{Cyflymiad} = \frac{\text{Newid mewn cyflymder}}{\text{Newid mewn amser}}$$

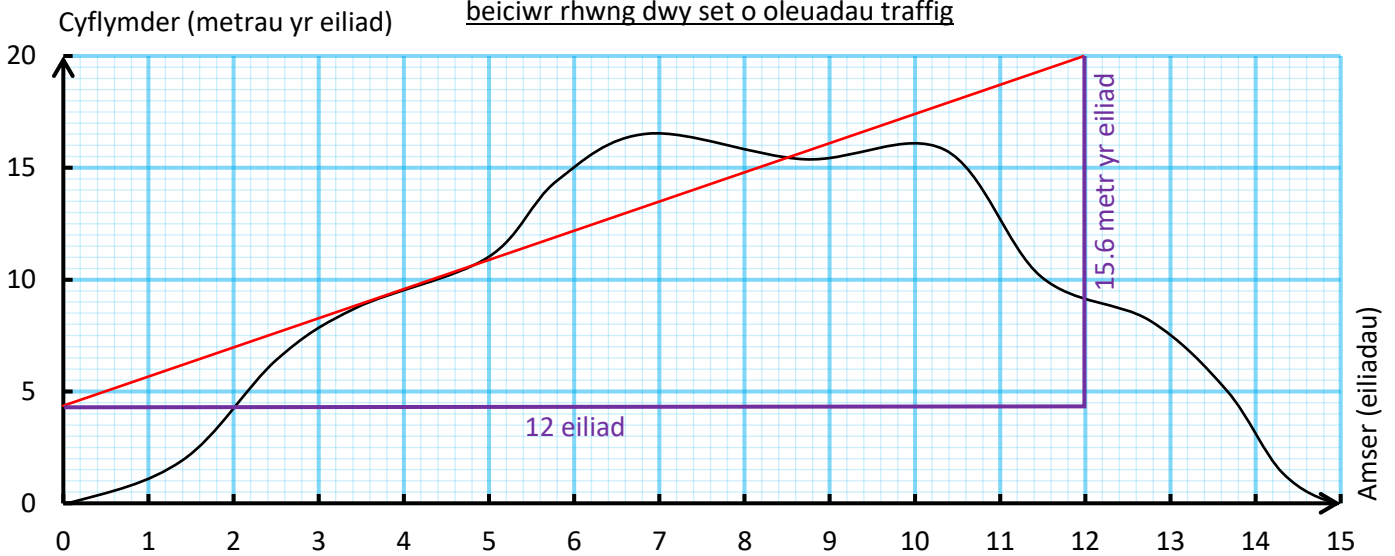
i gyfrifo cyflymiad, neu gallwn amcangyfrif graddiant y tangiad ar bwynt penodol mewn graff cyflymder-amser.

**Enghraifft**

Mae'r graff isod yn dangos cyflymder beiciwr ar ffordd syth rhwng dwy set o oleuadau traffig. Cyfrifwch gyflymiad y beiciwr ar amser 4 eiliad. Rhowch unedau eich ateb.



Graff cyflymder-amser i ddangos taith beiciwr rhwng dwy set o oleuadau traffig



*Ateb:* I gychwyn, rydym yn llunio (efo'r llygad) dangiad i'r gromlin ar yr amser 4 eiliad. Mae'r tangiad yn cael ei ddangos mewn **coch** ar y graff.

Nesaf, rydym yn cwblhau **triongl ongl sgwâr** o amgylch y tangiad, er mwyn mesur y newid mewn cyflymder a'r newid mewn amser. O'r rhain gallwn gyfrifo amcangyfrif ar gyfer y cyflymiad:

$$\begin{aligned} \text{Cyflymiad} &= \frac{\text{Newid mewn cyflymder}}{\text{Newid mewn amser}} \\ \text{Cyflymiad} &= \frac{15.6}{12} \\ \text{Cyflymiad} &= 1.3 \text{ metr yr eiliad sgwâr, neu m/s}^2. \end{aligned}$$

**Unedau Cyflymiad**

Mae'r tabl isod yn dangos rhai unedau cyffredin ar gyfer cyflymiad.

Uned Dadleoliad	Uned Amser	Uned Cyflymder	Uned Cyflymiad
Metr (m)	Eiliad (s)	Metr yr eiliad (m/s)	Metr yr eiliad yr eiliad, neu metr yr eiliad sgwâr (m/s <sup>2</sup> )
Cilometr (km)	Awr (h)	Cilometr yr awr (km/h)	Cilometr yr awr sgwâr (km/h <sup>2</sup> ) neu cilometr yr awr yr eiliad
Milltir (mi)	Awr (h)	Milltir yr awr (mya neu mph)	Milltir yr awr sgwâr (mya <sup>2</sup> neu mph <sup>2</sup> ) neu milltir yr awr yr eiliad

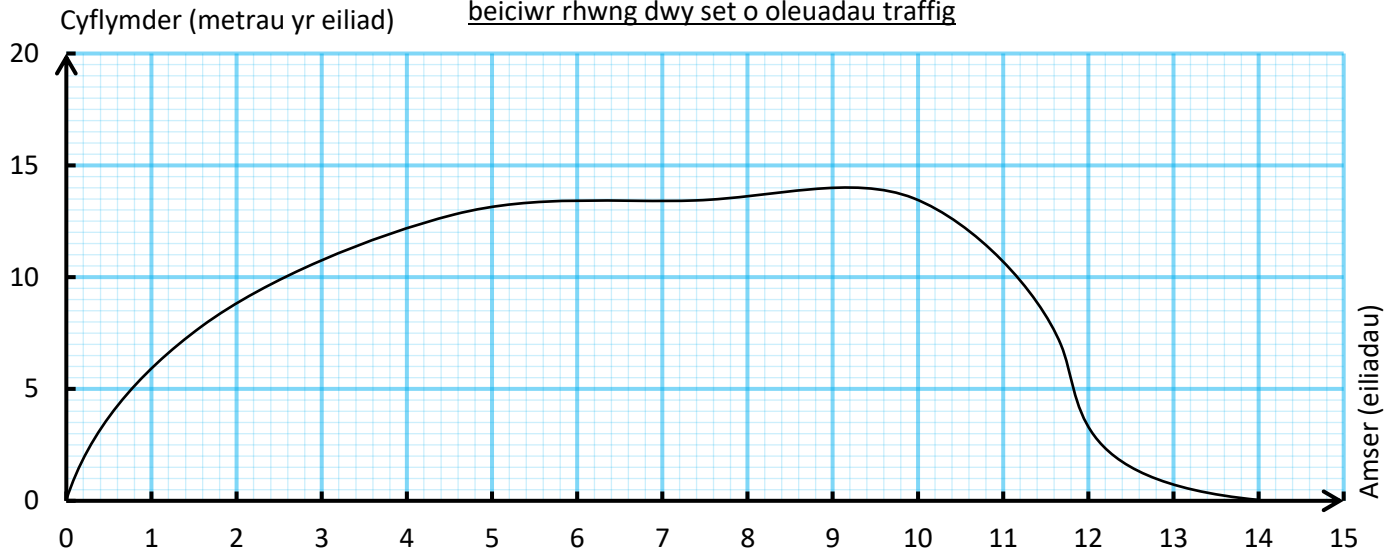
Gall yr uned cyflymiad ddibynnu ar beth sydd ar yr echelin lorweddol mewn graff cyflymder-amser.

**Ymarfer 12**



Mae'r graff isod yn dangos cyflymder beiciwr ar ffordd syth rhwng dwy set o oleuadau traffig.

Graff cyflymder-amser i ddangos taith beiciwr rhwng dwy set o oleuadau traffig



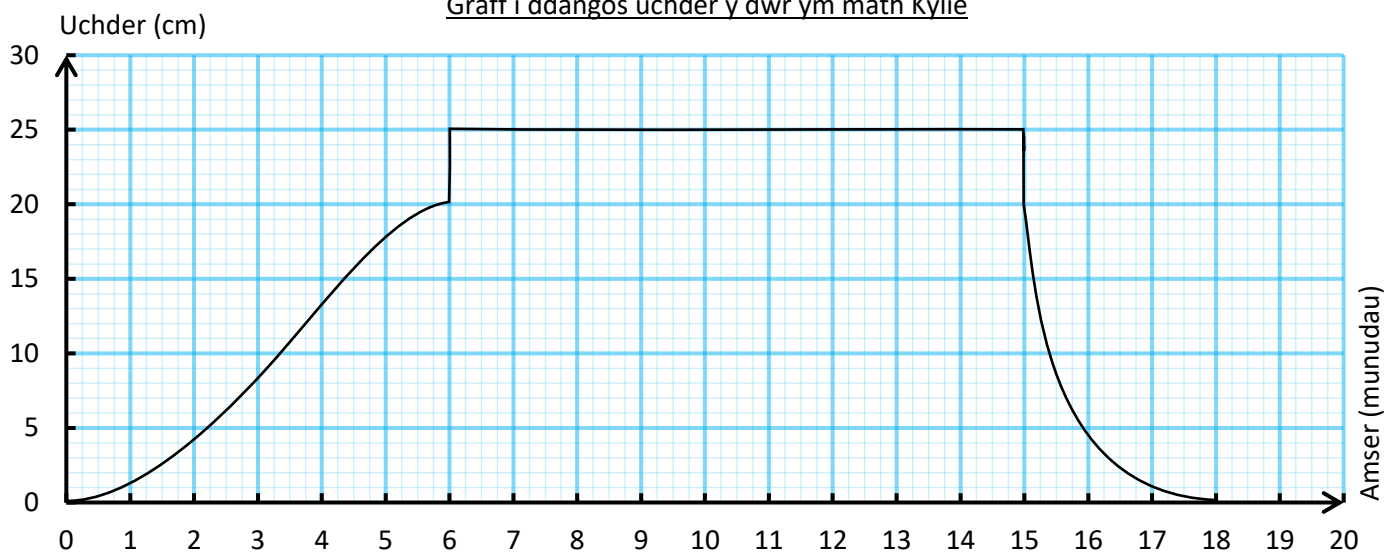
- (a) Cyfrifwch gyflymiad y beiciwr ar amser 2 eiliad. Rhowch unedau eich ateb.
- (b) Cyfrifwch gyflymiad y beiciwr ar amser 11 eiliad. Rhowch unedau eich ateb.
- (c) Beth yw cyflymder uchaf y beiciwr yn ystod ei siwrnai? Ar ba amser y mae hyn yn digwydd?
- (ch) Ar ba amseroedd y mae'r beiciwr yn teithio ar gyflymder 5 metr yr eiliad?

**Ymarfer 13**

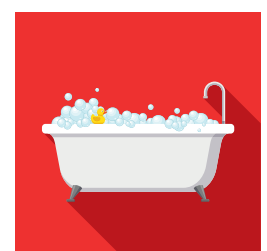


Mae'r graff isod yn dangos uchder y dŵr mewn bath wrth i Kylie gymryd bath un nos Sul.

Graff i ddangos uchder y dŵr ym math Kylie

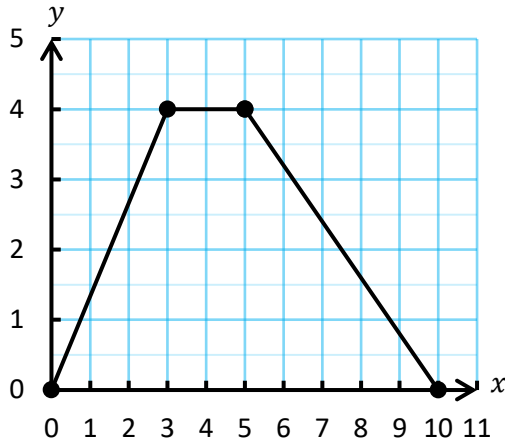


- (a) Beth yw uchder y dŵr yn y bath ar ôl 2 funud?
- (b) Beth sy'n digwydd ar amser 6 munud?
- (c) Sawl munud treuliodd Kylie yn y bath?
- (ch) Beth yw'r gyfradd newid ar gyfer uchder y dŵr yn y bath ar amser 4 munud?
- (d) Beth yw'r gyfradd newid ar gyfer uchder y dŵr yn y bath ar amser 15 munud 30 eiliad?



**Yr Arwynebedd Rhwng Graff a'r Echelin-x**

Os yw graff yn defnyddio llinellau syth yn unig, yna mae'n bosib darganfod yr arwynebedd rhwng y llinellau a'r echelin-x trwy ddefnyddio fformiwlâu ar gyfer siapiau cyffredin dau ddimensiwn.



Er enghraifft, ar gyfer y graff ar y chwith, gallwn gyfrifo'r arwynebedd rhwng llinellau'r graff a'r echelin-x trwy gyfrifo arwynebedd y trapesiwm:

Fformiwla arwynebedd trapesiwm =  $\frac{1}{2}(a + b)h$

$2 + 10 = 12$

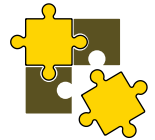
$12 \div 2 = 6$

$6 \times 4 = 24$

Cyfrifo  $a + b$

Cyfrifo  $\frac{1}{2}(a + b)$

Cyfrifo  $\frac{1}{2}(a + b)h$



Felly'r arwynebedd rhwng y llinellau a'r echelin-x yw 24 uned sgwâr.

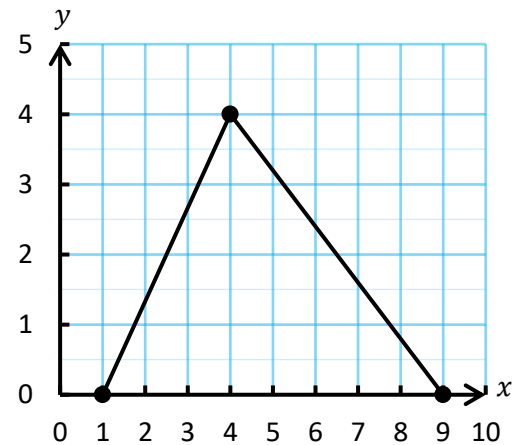
**Ymarfer 14**

Ar gyfer y graff sy'n cael ei ddangos ar y dde, darganfyddwch yr arwynebedd rhwng llinellau'r graff a'r echelin-x.

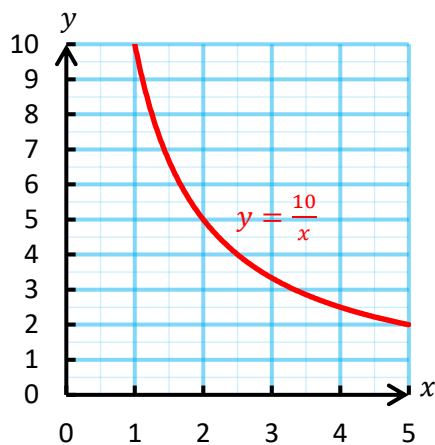


**Rheol y Trapesiwm**

Os yw'r graff yn un aflinol, yna nid yw'n bosib defnyddio dull tebyg i'r un uchod i ddarganfod yr arwynebedd – rhaid amcangyfrif yr arwynebedd trwy ddefnyddio **rheol y trapesiwm**.



**Enghraifft**



Mae'r graff ar y chwith yn dangos y ffwythiant  $y = \frac{10}{x}$  rhwng  $x = 1$  ac  $x = 5$ . Defnyddiwch y mesurynnau  $x = 1, x = 2, x = 3, x = 4$  ac  $x = 5$  i amcangyfrif yr arwynebedd sydd â'r gromlin  $y = \frac{10}{x}$  a'r echelin-x, rhwng  $x = 1$  ac  $x = 5$ , yn ffin iddo.

*Ateb:* Y cam cyntaf yw ychwanegu llinellau fertigol i'r graff i gyfateb i'r 5 o fesurynnau, ac yna cwblhau'r 4 trapesiwm sy'n cael eu ffurfio gan y mesurynnau. Gallwn wedyn ddarllen o'r graff (neu eu cyfrifo) gwerthoedd y ffwythiant ar gyfer bob un o'r mesurynnau.

Yr amcangyfrif ar gyfer yr arwynebedd rhwng y gromlin a'r echelin-x yw cyfanswm arwynebedd y pedwar trapesiwm.

**A**  $5 + 10 = 15$   
 $15 \div 2 = 7.5$   
 $7.5 \times 1 = 7.5$

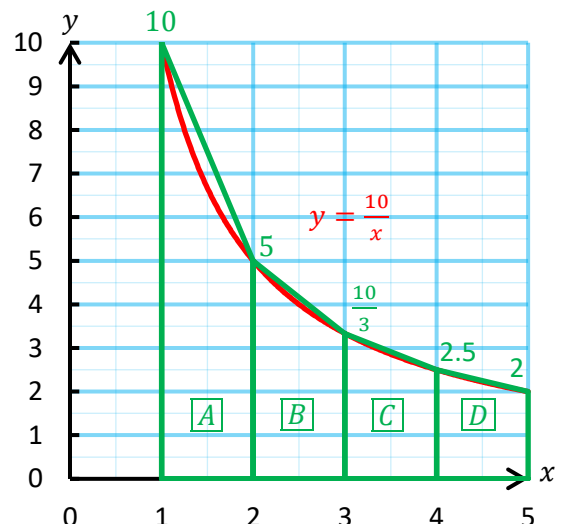
**B**  $5 + \frac{10}{3} = \frac{25}{3}$   
 $\frac{25}{3} \div 2 = \frac{25}{6}$   
 $\frac{25}{6} \times 1 = \frac{25}{6}$

**D**  $2.5 + 2 = 4.5$   
 $4.5 \div 2 = 2.25$   
 $2.25 \times 1 = 2.25$



**C**  $\frac{10}{3} + 2.5 = \frac{35}{6}$   
 $\frac{35}{6} \div 2 = \frac{35}{12}$   
 $\frac{35}{12} \times 1 = \frac{35}{12}$

*Ateb* terfynol:  $7.5 + \frac{25}{6} + \frac{35}{12} + 2.25 = \frac{101}{6}$  uned sgwâr (neu 16.8 $\bar{3}$ )



**Fformiwla Rheol y Trapesiwm**

Yn lle cyfrifo cyfanswm arwynebedd yr holl drapesiymau, mae'n bosib defnyddio'r fformiwla ganlynol er mwyn amcangyfrif yr arwynebedd rhwng y gromlin a'r echelin-x:



$$\frac{1}{2}h\{y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1})\}$$

Yma,  $h$  yw uchder bob trapesiwm unigol, ag  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$  yw gwerth y ffwythiant ar gyfer bob un o'r mesurynnau  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Ar gyfer yr enghraifft ar waelod y dudalen gynt, mae  $h = 1$ , ac mae'r tabl canlynol yn crynhoi'r gwerthoedd  $x_n$  ac  $y_n$ .

$n$	0	1	2	3	4
$x_n$	1	2	3	4	5
$y_n$	10	5	$\frac{10}{3}$	2.5	2

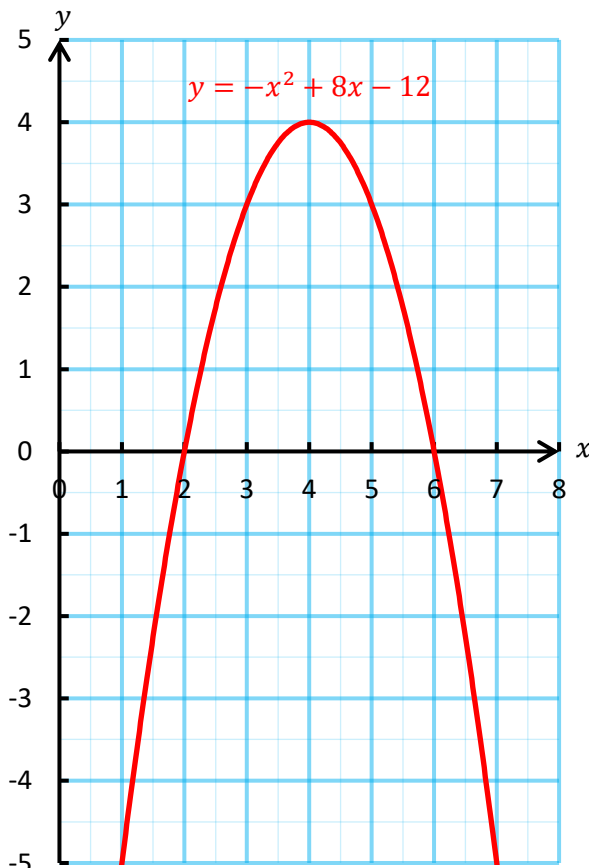
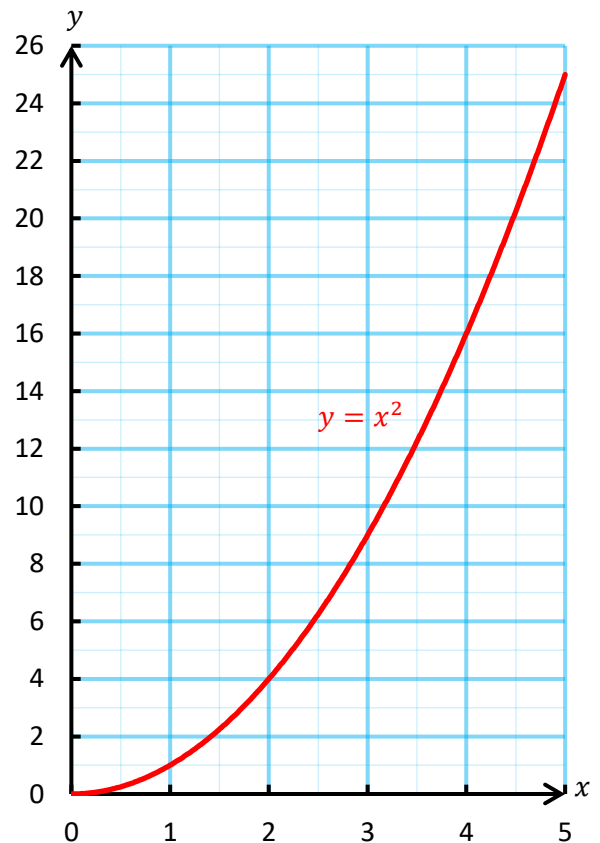
Gan ddefnyddio fformiwla rheol y trapesiwm, yr amcangyfrif ar gyfer yr arwynebedd rhwng y gromlin a'r echelin-x yw

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \left\{ 10 + 2 + 2 \left( 5 + \frac{10}{3} + 2.5 \right) \right\} = \frac{101}{6} \text{ uned sgwâr (neu } 16.8\dot{3})$$

**Ymarfer 15**



Mae'r graff ar y dde yn dangos y ffwythiant  $y = x^2$  rhwng  $x = 0$  ac  $x = 5$ . Defnyddiwch y rheol trapesiwm â'r mesurynnau  $x = 1, x = 2, x = 3, x = 4$  ac  $x = 5$  i amcangyfrif yr arwynebedd sydd â'r gromlin  $y = x^2$  a'r echelin-x, rhwng  $x = 1$  ac  $x = 5$ , yn ffin iddo.



**Ymarfer 16**



Mae'r graff ar y chwith yn dangos y ffwythiant  $y = -x^2 + 8x - 12$  rhwng  $x = 1$  ac  $x = 7$ . Defnyddiwch y rheol trapesiwm â'r mesurynnau  $x = 2, x = 3, x = 4, x = 5$  ac  $x = 6$  i amcangyfrif yr arwynebedd sydd â'r gromlin  $y = -x^2 + 8x - 12$  a'r echelin-x, rhwng  $x = 2$  ac  $x = 6$ , yn ffin iddo.

**Cymwysiadau**

Weithiau, mae gan yr arwynebedd rhwng graff a'r echelin- $x$  ystyr arbennig.

- Mewn graff **cyflymder-amser**, mae'r arwynebedd rhwng y graff a'r echelin- $x$  yn rhoi'r **pellter a deithiwyd**.
- Mewn graff sy'n plotio **amser** (mewn blynnydoedd) yn erbyn **cyflog blynnyddol**, mae'r arwynebedd rhwng y graff a'r echelin- $x$  yn rhoi **cyfanswm yr enillion**.
- Mewn graff sy'n plotio **amser** (mewn munudau) yn erbyn **cyfradd llenwi tanc petrol** (mewn litrau y munud), mae'r arwynebedd rhwng y graff a'r echelin- $x$  yn rhoi **cyfaint y petrol** sy'n cael ei ychwanegu i'r tanc petrol.

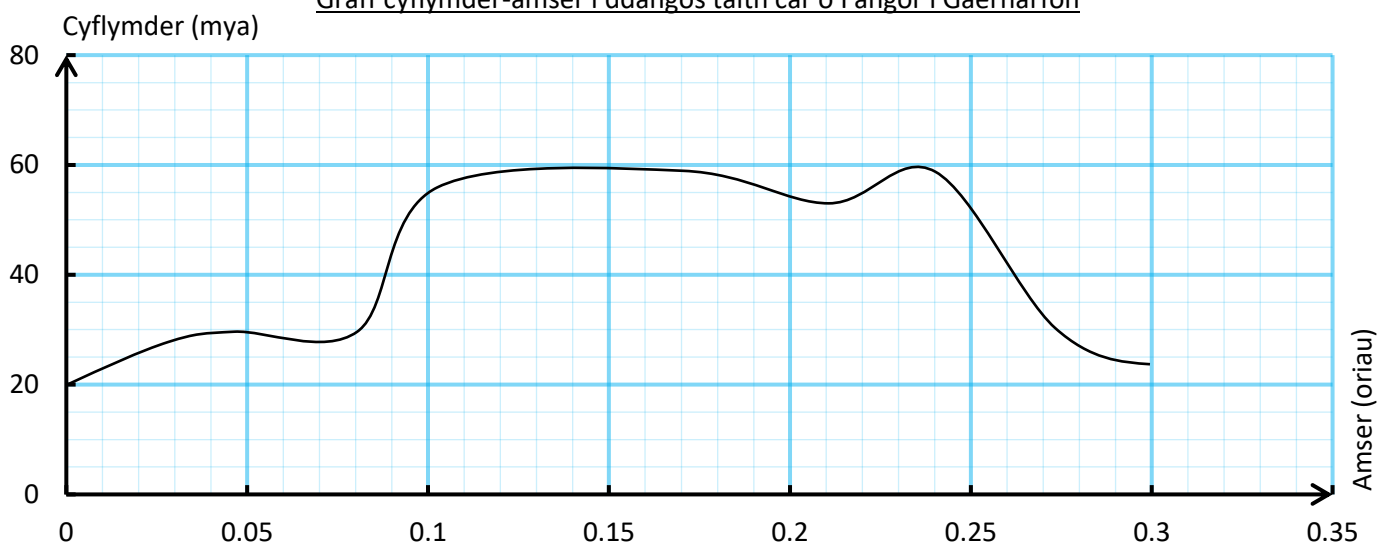
Yn gyffredinol, mae'r arwynebedd rhwng y graff a'r echelin- $x$  yn cynrychioli'r mesuriad sydd efo'r uned a roddir trwy luosi'r uned ar yr echelin fertigol gyda'r uned ar yr echelin lorwedol.

**Ymarfer 17**

Mae'r graff isod yn dangos cyflymder car wrth iddo deithio o Fangor i Gaernarfon.



Graff cyflymder-amser i ddangos taith car o Fangor i Gaernarfon



Defnyddiwch y rheol trapesiwm â'r mesurynnau  $x = 0$ ,  $x = 0.1$ ,  $x = 0.2$  ac  $x = 0.3$  i amcangyfrif y pellter y mae'r car wedi'i deithio yn ystod y siwrnai hon.

**Ymarfer 18**

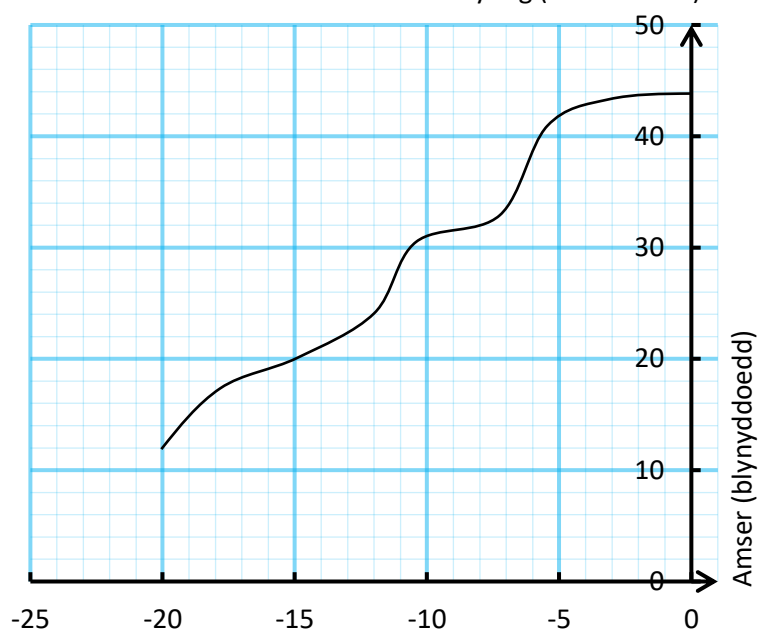


Mae'r graff ar y dde yn dangos sut mae cyflog blynnyddol Trefor wedi cynyddu dros yr 20 mlynedd diwethaf.

Graff i ddangos cyflog Trefor dros yr 20 mlynedd diwethaf

Defnyddiwch y rheol trapesiwm â'r mesurynnau  $x = -20$ ,  $x = -15$ ,  $x = -10$ ,  $x = -5$  ac  $x = 0$  i amcangyfrif enillion Trefor dros yr 20 mlynedd diwethaf.

Cyflog (£1000-oedd)

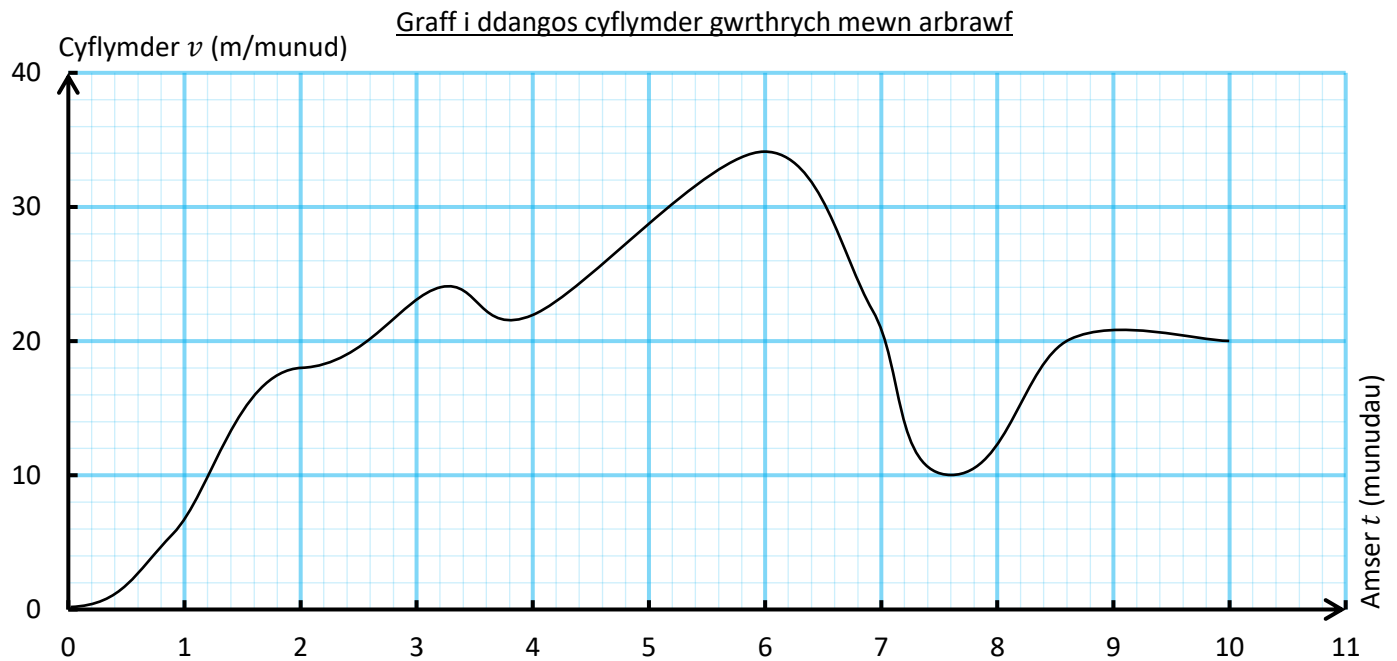


**Ymarfer 19 (Adolygu)**



Gwnaeth Non gynnal arbrawf. Defnyddiodd hi gyfarpar i gofnodi cyflymder gwrthrych,  $v$ , mewn m/munud am 10 munud cyntaf yr arbrawf.

Mae'r graff cyflymder-amser yn cael ei ddangos isod.



- (a) Ysgrifennwch raddiant y gromlin pan fo'r amser yn 7.6 munud.
- (b) Darganfyddwch amcangyfrif ar gyfer cyflymiad y gwrthrych pan fo'r amser yn 4.5 munud.
- (c) Defnyddiwch y rheol trapesiwm, gyda'r mesurynnau  $t = 0, t = 2, t = 4, t = 6, t = 8$  a  $t = 10$ , i amcangyfrif arwynebedd y rhanbarth sydd â'r gromlin, yr echelin amser positif a'r llinell  $t = 10$  yn ffin iddo.
- (ch) Cyfrifwch amcangyfrif ar gyfer y pellter deithiodd y gwrthrych yn 10 munud cyntaf arbrawf Non, gan roi eich ateb mewn cilometrau.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

## Newid Testun Pellach



Pwrpas **newid testun** yw ail-drefnu fformiwla fel bod **newidyn** arbennig yn ymddangos ar ben ei hun ar ochr chwith y fformiwla.

Adolygu

C

## Ymarfer 20

(a) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $2y = 3z + 5x$

(b) Gwnewch  $s$  yn destun y fformiwla  $t = \frac{s}{3}$

(c) Gwnewch  $a$  yn destun y fformiwla  $F = c(a - b)$

(ch) Gwnewch  $z$  yn destun y fformiwla  $\frac{x}{z} = y$

(d) Gwnewch  $r$  yn destun y fformiwla  $C = \frac{4}{3}\pi r^3$

(dd) Gwnewch  $e$  yn destun y fformiwla  $g = \frac{f}{e} + c$

**Newid testun ble mae'r testun yn ymddangos mwy nag unwaith**

## Enghraifft

(a) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $3z + 4x = yx + 6y$ .

Ateb:  $3z + 4x = yx + 6y$

$4x - yx = 6y - 3z$

[Tynnu  $3z$  o bob ochr; tynnu  $yx$  o bob ochr]

$x(4 - y) = 6y - 3z$

[Ffactorio  $x$  ar yr ochr chwith]

$x = \frac{6y - 3z}{4 - y}$

[Rhannu bob ochr efo  $4 - y$ ]

(b) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $\frac{2x+y}{3-5x} = 2$ .

Ateb:  $\frac{2x+y}{3-5x} = 2$

$2x + y = 2(3 - 5x)$

[Lluosi bob ochr efo  $3 - 5x$ ]

$2x + y = 6 - 10x$

[Ehangu'r gromfach]

$2x + 10x = 6 - y$

[Tynnu  $y$  o bob ochr; adio  $10x$  i bob ochr]

$12x = 6 - y$

[Casglu termau]

$x = \frac{6-y}{12}$

[Rhannu bob ochr efo  $12$ ]

## Ymarfer 21

(a) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $5z + 3x = xz + 3y$

(b) Gwnewch  $y$  yn destun y fformiwla  $5y - 3x = 2y + 3z$

(c) Gwnewch  $z$  yn destun y fformiwla  $\frac{4z-5y}{6-3z} = 6$

(ch) Gwnewch  $f$  yn destun y fformiwla  $11f - 1 = 4g(3f + e)$

(d) Gwnewch  $f$  yn destun y fformiwla  $7f - 5 = 3g(2f + h)$

(dd) Gwnewch  $k$  yn destun y fformiwla  $5(2k - m) = ck + 5$

(e) Gwnewch  $w$  yn destun y fformiwla  $8(w - 3y) = 3(w + 2y)$

(f) Gwnewch  $u$  yn destun y fformiwla  $\frac{8u+3y}{3-5u} = 3z$

(ff) Gwnewch  $r$  yn destun y fformiwla  $5(r + 3t) = 7(2 - 6r)$

(g) Gwnewch  $v$  yn destun y fformiwla  $\frac{2}{3}v + 5w = \frac{1}{3}(3 - 2v)$

Sgîl

U



**Enghraifft**

(a) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .

(b) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $z = y + \sqrt{\frac{w}{x}}$ .

Ateb:  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Ateb:  $z = y + \sqrt{\frac{w}{x}}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = z$  [Cyfnewid ochrau]

$y + \sqrt{\frac{w}{x}} = z$  [Cyfnewid ochrau]

$\frac{1}{x} = z - \frac{1}{y}$  [Tynnu  $\frac{1}{y}$  o bob ochr]

$\sqrt{\frac{w}{x}} = z - y$  [Tynnu  $y$  o bob ochr]

$x = \frac{1}{z - \frac{1}{y}}$  [Cymryd cilydd o bob ochr]

$\frac{w}{x} = (z - y)^2$  [Sgwario bob ochr]

$w = x(z - y)^2$  [Lluosi bob ochr efo  $x$ ]

$x(z - y)^2 = w$  [Cyfnewid ochrau]

$x = \frac{w}{(z - y)^2}$  [Rhannu efo  $(z - y)^2$ ]

**Ymarfer 22**



(a) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $z = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

(b) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $z = \sqrt{\frac{w}{x}} - y$

(c) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $z = \frac{y-w}{x}$

(ch) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $z = y + \sqrt[3]{\frac{x}{w}}$

(d) Gwnewch  $f$  yn destun y fformiwla  $\frac{a}{2f+1} = \frac{b}{3f-1}$

(dd) Gwnewch  $p$  yn destun y fformiwla  $y = \frac{q}{p} - x$

(e) Gwnewch  $p$  yn destun y fformiwla  $q = \frac{y}{x^2-p}$

(f) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $w = \sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$

(ff) Gwnewch  $h$  yn destun y fformiwla  $A = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

(g) Gwnewch  $l$  yn destun y fformiwla  $t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

(ng) Gwnewch  $b$  yn destun y fformiwla  $m = \frac{ax+by}{a+b}$

(h) Gwnewch  $y$  yn destun y fformiwla  $s = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{n}}$

(i) Gwnewch  $q$  yn destun y fformiwla  $y = \frac{x-np}{\sqrt{npq}}$

(j) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $F = \frac{x^2}{1-x^2}$

(l) Gwnewch  $x$  yn destun y fformiwla  $y = \frac{2}{x+3} - 5$

(ll) Gwnewch  $a$  yn destun y fformiwla  $a - b = \frac{a+2}{b}$



Geirfa Allweddol	Cwestiynau Pellach	Beth aeth yn dda?	I gyrraedd fy ngradd darged mi wnâi...
			Gradd <input type="checkbox"/> Targed <input type="checkbox"/>

## Y Fformiwla Gwadratig

Mae'n bosib datrys rhai hafaliadau cwadratig trwy ffactorio.

### Enghraifft

Datrysych yr hafaliadau canlynol.

(a)  $x^2 + 9x + 14 = 0$

$$x^2 + 9x + 14 = 0$$

$$(x + 2)(x + 7) = 0$$

Naill ai  $x + 2 = 0$  neu  $x + 7 = 0$

$$x = -2 \quad x = -7$$

(b)  $3x^2 + 13x + 4 = 0$

$$3x^2 + 13x + 4 = 0$$

$$(3x + 1)(x + 4) = 0$$

Naill ai  $3x + 1 = 0$  neu  $x + 4 = 0$

$$3x = -1 \quad x = -4$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

(c)  $4x^2 - 9 = 0$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x + 3)(2x - 3) = 0$$

Naill ai  $2x + 3 = 0$  neu  $2x - 3 = 0$

$$2x = -3 \quad 2x = 3$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad x = \frac{3}{2}$$

Ffactorio efo'r dull hollti  
neu'r dull ditectif.

Gwahaniaeth  
rhwng dau sgwâr

### Ymarfer 23

Datrysych yr hafaliadau canlynol.

(a)  $x^2 + 10x + 24 = 0$

(b)  $2x^2 + 21x + 40 = 0$

(c)  $x^2 - 16 = 0$

(ch)  $x^2 + 3x - 54 = 0$

(d)  $2x^2 + 7x - 15 = 0$

(dd)  $25x^2 - 36 = 0$

(e)  $x^2 - 8x + 16 = 0$

(f)  $4x^2 - 14x + 6 = 0$

(ff)  $8y^2 - 98 = 0$

Adolygu



Os nad yw'n bosib datrys hafaliad trwy ffactorio, yna mae'n bosib defnyddio'r **fformiwla gwadratig** i geisio ei ddatrys.

**Y FFORMIWLA GWADRATIG**

Mae datrysiadau  $ax^2 + bx + c = 0$  lle bo  
 $a \neq 0$  yn cael eu rhoi gan y fformiwla gwadratig

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Mae'r symbol  $\pm$  yn golygu 'plws neu minws'.

Os yw  $b^2 - 4ac < 0$ , nid oes datrysiadau real.

Talgrynnwch eich atebion i 2 le degol ar ddiwedd y swm.

@ MATHEMATEG

**Ymarfer 24**

$ax^2 + bx + c = 0$  yw'r ffurf gyffredinol ar gyfer hafaliad cwadratig. Ysgrifennwch  $a$ ,  $b$  ac  $c$  ar gyfer pob un o'r hafaliadau cwadratig canlynol.

- (a)  $x^2 + 3x + 7 = 0$
- (b)  $2x^2 - 8x + 11 = 0$
- (c)  $9x^2 - 4 = 0$
- (ch)  $5x - 3x^2 + 17 = 0$
- (d)  $23 + 5x + 3x^2 = 0$
- (dd)  $4x^2 - 3x = 0$

**Enghraifft**

Gan ddefnyddio'r fformiwla gwadratig, datrysych yr hafaliad  $5x^2 + 10x - 3 = 0$ .

*Ateb:* Yn yr achos yma, mae  $a = 5$ ,  $b = 10$  ac  $c = -3$ .

Yn amnewid y gwerthoedd yma i mewn i'r fformiwla gwadratig:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

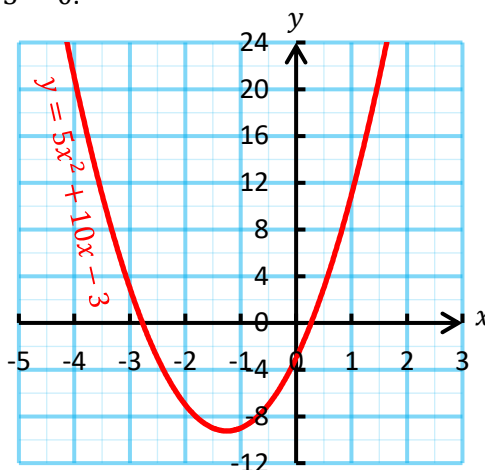
$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 5 \times -3}}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 60}}{10}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{160}}{10}$$

Naill ai  $x = \frac{-10 + \sqrt{160}}{10}$  neu  $x = \frac{-10 - \sqrt{160}}{10}$

Naill ai  $x = 0.26$  i 2 le degol, neu  $x = -2.26$  i 2 le degol.



**Ymarfer 25**

Gan ddefnyddio'r fformiwla gwadratig, datrysych yr hafaliadau canlynol. Talgrynnwch eich atebion yn gywir i ddau le degol.

Os nad oes datrysiadau real, nodwch hynny.

- (a)  $x^2 + 8x + 5 = 0$
- (b)  $x^2 - 8x + 5 = 0$
- (c)  $x^2 + 8x - 5 = 0$
- (ch)  $x^2 - 8x - 5 = 0$
- (d)  $x^2 + 8x + 25 = 0$
- (dd)  $2x^2 + 10x + 5 = 0$
- (e)  $3x^2 + 8x + 1 = 0$
- (f)  $3x^2 - 6x - 4 = 0$
- (ff)  $2x^2 - 9x + 8 = 0$
- (g)  $2x^2 + x - 20 = 0$
- (ng)  $7x^2 + 3x - 1 = 0$
- (h)  $x^2 - 2x - 100 = 0$
- (i)  $5x^2 + 11x + 3 = 0$
- (j)  $4x^2 + 7x + 6 = 0$
- (l)  $4x^2 - 12 + 3x = 0$



**Ymarfer 26**

Arwynebedd y triongl ongl sgwâr a ddangosir ar y dde yw  $45 \text{ cm}^2$ .

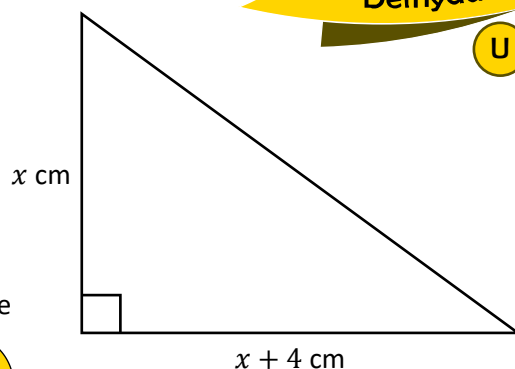
- (a) Dangoswch fod  $x$  yn bodloni'r hafaliad  $x^2 + 4x - 90 = 0$ .
- (b) Defnyddiwch ddull y fformiwla i ddatrys yr hafaliad  $x^2 + 4x - 90 = 0$ , gan roi datrysiadau yn gywir i ddau le degol.
- (c) Trwy hyn, ysgrifennwch hyd sail ag uchder y triongl.
- (ch) Cyfrifwch hyd hypotenws y triongl. Rhowch eich ateb yn gywir i un lle degol.

**Sialens!**

Datrysych yr hafaliad  $5x^3 + 2x^2 - 11x = 0$



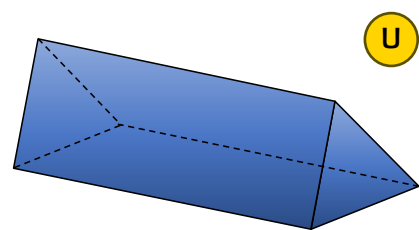
**Defnyddio**



**Ymarfer 27**

Mae'r diagram yn dangos prism trionglog.

Arwynebedd trawstoriad y prism trionglog yw  $3x \text{ cm}^2$  a'i hyd yw  $(x + 4) \text{ cm}$ .  
Cyfaint y prism yw  $89 \text{ cm}^3$ .



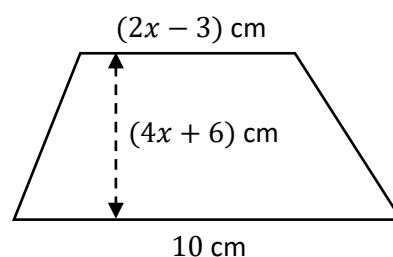
(a) Dangoswch fod  $x$  yn bodloni'r hafaliad  $3x^2 + 12x - 89 = 0$ .

(b) Defnyddiwch ddull y fformiwla i ddatrys yr hafaliad  $3x^2 + 12x - 89 = 0$ , gan roi eich datrysiadau yn gywir i un lle degol. Trwy hynny, ysgrifennwch hyd y prism yn gywir i un lle degol.

**Ymarfer 28**

Mae'r diagram yn dangos trapesiwm.

Hydoedd ochrau paralel y trapesiwm yw  $10 \text{ cm}$  a  $(2x - 3) \text{ cm}$ .  
Uchder y trapesiwm yw  $(4x + 6) \text{ cm}$  a'i arwynebedd yw  $70 \text{ cm}^2$ .



(a) Dangoswch fod  $4x^2 + 20x - 49 = 0$ .

(b) Defnyddiwch y fformiwla gwadratig i ddatrys yr hafaliad  $4x^2 + 20x - 49 = 0$ .  
Rhowch eich atebion yn gywir i ddau le degol.

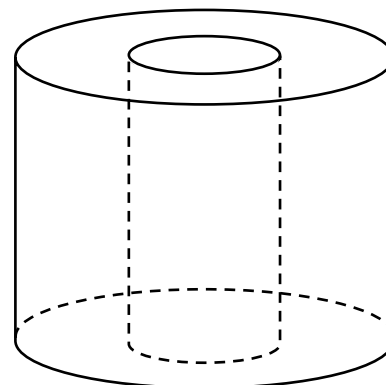
Trwy hynny, ysgrifennwch uchder y trapesiwm yn gywir i ddau le degol.

**Ymarfer 29**

Mae gan hyd o diwb plastig drawstoriad crwn unffurf.

Radiws y twll crwn yn y canol yw  $x \text{ cm}$ .

Trwch y plastig yw  $3 \text{ cm}$  a hyd y tiwb plastig yw  $5x \text{ cm}$ .



(a) Dangoswch mai cyfaint y plastig a gafodd ei ddefnyddio i wneud y tiwb yw  $(30\pi x^2 + 45\pi x) \text{ cm}^3$ .

(b) O wybod mai cyfaint y plastig a gafodd ei ddefnyddio i wneud y tiwb yw  $88\pi \text{ cm}^3$ , darganfyddwch hyd y tiwb yn gywir i un lle degol.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

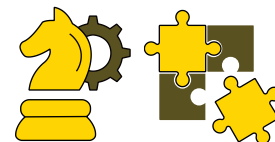
# Ffracsiynau Algebraidd

## Ffracsiynau Rhifol

Er mwyn gallu delio efo ffracsiynau sy'n cynnwys mynegiadau algebraidd, mae'n syniad adolygu sut i ddelio efo ffracsiynau rhifol yn gyntaf.

### Enghraifft

Dyma ddau ddull ar gyfer cyfrifo  $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ .



### Y dull traddodiadol

**Cam 1:** Darganfyddwch **gyfenwador lleiaf** 4 a 6. Yma, y rhif lleiaf sydd yn lluosrifau 4 a 6 yw 12.

**Cam 2:** Ysgrifennwch **ffracsiynau cywerth** ar gyfer  $\frac{3}{4}$  ag  $\frac{1}{6}$ , gyda 12 yn ymddangos yn yr enwadur.

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{9}{12} \qquad \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{12}$$

**Cam 3:** **Adiwch** y ddau ffracsiwn newydd.

$$\frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

**Cam 4:** Gwiriwch i weld os yw'n bosib **symleiddio'r** ateb. (Nid yw hyn yn bosib yn yr achos yma.)

### Dull y gneuen ddaear

**Cam 1:** Lluniwch y templed canlynol. (Sylwch fod y ffracsiwn gyntaf yn mynd ar y top a'r ail ffracsiwn ar y chwith.)

1	3	4
6	x	

**Cam 2:** Llenwch y bylchau yn y tabl drwy **luosi'r** rhifau.

1	3	4
6	x	4
	18	24

**Cam 3:** **Adiwch** y ddau rif sy'n ffurfio'r siâp cneuen ddaear (*peanut*) yn y tabl.

1	3	4	18 + 4 = 22
6	x	4	Yr ateb yw $\frac{22}{24}$ .
	18	24	

**Cam 4:** Gwiriwch i weld os yw'n bosib **symleiddio'r** ateb. Mae  $\frac{22}{24}$  yn symleiddio i roi  $\frac{11}{12}$ , felly  $\frac{11}{12}$  yw'r ateb terfynol.

*Cam 1:* Medrwrch wastad ffeindio cyfenwador trwy luosi'r ddau enwadur gwreiddiol, ond efallai nid hwn yw'r cyfenwador lleiaf.

## Ymarfer 30

Cyfrifwch y canlynol. Rhowch eich ateb ar ei ffurf symlaf.

(a)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

(b)  $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

(c)  $\frac{9}{10} - \frac{3}{5}$

(ch)  $\frac{3}{7} + \frac{1}{6}$

(d)  $\frac{7}{8} - \frac{2}{5}$

(dd)  $\frac{2}{9} + \frac{2}{3}$

(e)  $\frac{11}{12} - \frac{1}{2}$

(f)  $2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{4}$



## Ffracsiynau Algebraidd

Mae ffracsiynau algebraidd yn cynnwys o leiaf un rhifiadur neu enwadur sy'n fynegiad algebraidd.

Enghreifftiau o ffracsiynau rhifol	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{12}{5}$	$-\frac{4}{5}$
Enghreifftiau o ffracsiynau algebraidd	$\frac{x+2}{3}$	$\frac{5}{x-2}$	$\frac{x+7}{x^2+x-1}$	$-\frac{1}{y}$

**Enghraifft**

Dyma ddau ddull ar gyfer ysgrifennu  $\frac{2}{3x+4} + \frac{3}{x+2}$  fel ffracsiwn sengl ar ei ffurf symlaf.



**Y dull traddodiadol**

**Cam 1:** Darganfyddwch **gyfenwadur lleiaf**  $3x + 4$  ag  $x + 2$ . Yma, y mynegiad lleiaf sy'n lluosrif  $3x + 4$  ag  $x + 2$  yw'r lluoswm  $(3x + 4)(x + 2)$ .

**Cam 2:** Ysgrifennwch **ffracsiynau cywerth** ar gyfer  $\frac{2}{3x+4}$  a  $\frac{3}{x+2}$ , gyda  $(3x + 4)(x + 2)$  yn ymddangos yn yr enwadur.

$$\frac{2}{3x+4} \xrightarrow{\times (x+2)} \frac{2(x+2)}{(3x+4)(x+2)}$$

$$\frac{3}{x+2} \xrightarrow{\times (3x+4)} \frac{3(3x+4)}{(3x+4)(x+2)}$$

**Cam 3:** **Adiwch** y ddau ffracsiwn newydd.

$$\begin{aligned} & \frac{2(x+2)}{(3x+4)(x+2)} + \frac{3(3x+4)}{(3x+4)(x+2)} \\ &= \frac{2(x+2)+3(3x+4)}{(3x+4)(x+2)} \\ &= \frac{2x+4+9x+12}{(3x+4)(x+2)} \\ &= \frac{11x+16}{(3x+4)(x+2)} \end{aligned}$$

**Cam 4:** Gwiriwch i weld os yw'n bosib **symleiddio'r** ateb, e.e. trwy ffactorio. (Nid yw hyn yn bosib yn yr achos yma.)

**Ymarfer 31**

Ysgrifennwch bob un o'r canlynol fel ffracsiwn sengl. Rhowch eich atebion ar eu ffurf symlaf.

(a)  $\frac{5}{3x+2} + \frac{4}{x+1}$

(b)  $\frac{7}{2x+3} + \frac{6}{x+4}$

(c)  $\frac{1}{x+5} + \frac{2}{2x+7}$

(ch)  $\frac{5}{3x+2} + \frac{4}{x-1}$

(d)  $\frac{7}{2x-3} + \frac{6}{x+4}$

(dd)  $\frac{1}{x+5} - \frac{2}{2x+7}$

(e)  $\frac{5}{4x+2} - \frac{3}{x-8}$

(f)  $\frac{3}{x-5} - \frac{4}{x+2}$

(ff)  $\frac{9}{x-3} + \frac{6}{2x-5}$

(g)  $\frac{x+1}{2} + \frac{x+4}{3}$

(ng)  $\frac{x+3}{5} - \frac{x+1}{2}$

(h)  $\frac{x-2}{4} + \frac{x-5}{3}$

(i)  $\frac{3x+1}{4} + \frac{2x-5}{2}$

(j)  $\frac{x+2}{3} + \frac{2}{x-1}$

(l)  $\frac{1}{x-2} + \frac{x+3}{4}$

(ll)  $\frac{2x+5}{3} - \frac{2}{x-5}$

(m)  $\frac{3x+2}{4x-1} + \frac{2}{7}$

(n)  $\frac{5+3x}{2x-3} + \frac{1}{4}$

(o)  $\frac{2}{x+3} + \frac{x+1}{x}$

(p)  $\frac{x+2}{3x} + \frac{x}{x+3}$

(ph)  $\frac{x+3}{x-4} + \frac{x-3}{x+4}$

(r)  $\frac{2x+3}{x-3} - \frac{x-2}{x-5}$

(rh)  $\frac{x+2}{3x-4} + \frac{x-3}{x+2}$

(s)  $\frac{2}{2x+1} + \frac{3x+5}{x+2}$

(t)  $\frac{4x+17}{x+3} - \frac{2x-15}{x-3}$

(th)  $\frac{2x+3}{x-1} + \frac{4-x}{3x-5}$

(u)  $\frac{3x-4}{x+1} - \frac{x+2}{5x+3}$

**Dull y gneuen ddaear**

**Cam 1:** Lluniwch y templed canlynol. (Sylwch fod y ffracsiwn gyntaf yn mynd ar y top a'r ail ffracsiwn ar y chwith.)

	2	3x + 4
3	×	
x + 2		

**Cam 2:** Llenwch y bylchau yn y tabl drwy **luosi'r** mynegiadau.

	2	3x + 4
3	×	3(3x + 4)
x + 2	2(x + 2)	(x + 2)(3x + 4)

**Cam 3:** **Adiwch** y ddau fynegiad sy'n ffurfio'r siâp cneuen ddaear (*peanut*) yn y tabl.

$$\begin{aligned} & 2(x + 2) + 3(3x + 4) \\ &= 2x + 4 + 9x + 12 \\ &= 11x + 16 \end{aligned}$$

Yr ateb yw  $\frac{11x+16}{(3x+4)(x+2)}$

**Cam 4:** Gwiriwch i weld os yw'n bosib **symleiddio'r** ateb, e.e. trwy ffactorio. (Nid yw hyn yn bosib yn yr achos yma.)



**Datrys Hafaliadau sy'n cynnwys Ffracsiynau Algebraidd****Un ffracsiwn yn hafal i ffracsiwn arall****Enghraifft**

Datryswch  $\frac{4x}{3x+1} = \frac{3}{x+5}$ .

**Ateb:**  $\frac{4x}{3x+1} = \frac{3}{x+5}$   
 $\frac{4x(x+5)}{3x+1} = 3$   
 $4x(x+5) = 3(3x+1)$   
 $4x^2 + 20x = 9x + 3$   
 $4x^2 + 11x - 3 = 0$   
 $(4x-1)(x+3) = 0$   
 Naill ai  $4x-1 = 0$  neu  $x+3 = 0$   
 $4x = 1$                        $x = -3$   
 $x = \frac{1}{4}$

**Techneg:** Lluosi efo bob un o'r enwaduron, yn eu tro.

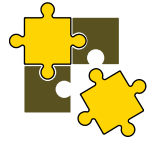
[Lluosi bob ochr o'r hafaliad efo  $x + 5$ ][Lluosi bob ochr o'r hafaliad efo  $3x + 1$ ]

[Ehangu cromfachau]

[Tynnu  $9x$  o bob ochr; tynnu  $3$  o bob ochr]

[Ffactorio]

[Datrys]

**Ymarfer 32**

Datryswch yr hafaliadau canlynol.

(a)  $\frac{x+4}{x-1} = \frac{x}{x-3}$

(b)  $\frac{6}{x-4} = \frac{5}{x-3}$

(c)  $\frac{1}{2x+3} = \frac{1}{3x-2}$

(ch)  $\frac{3}{2(2x-1)} = \frac{4}{3x+2}$

(d)  $\frac{x}{4x+3} = \frac{1}{2x+9}$

(dd)  $\frac{3x}{4-x} = \frac{2}{x-4}$

(e)  $\frac{3x}{x+1} - \frac{x+4}{3} = 0$

(f)  $\frac{1}{3x-2} - \frac{2x+3}{x-4} = 0$

(ff)  $\frac{2}{3x+1} - \frac{5}{x+3} = 0$

**Ffracsiynau ble mae'r enwaduron i gyd yn rhifau****Enghraifft**

Datryswch  $\frac{2x+3}{6} + \frac{x-1}{3} = \frac{7}{12}$ .

**Ateb:**  $\frac{2x+3}{6} + \frac{x-1}{3} = \frac{7}{12}$   
 $12\left(\frac{2x+3}{6}\right) + 12\left(\frac{x-1}{3}\right) = 12\left(\frac{7}{12}\right)$   
 $2(2x+3) + 4(x-1) = 7$   
 $4x + 6 + 4x - 4 = 7$   
 $8x + 2 = 7$   
 $8x = 5$   
 $x = \frac{5}{8}$

**Techneg:** Lluosi efo cyfenwador lleiaf y ffracsiynau.

[Lluosi bob term efo 12]

[Symleiddio]

[Ehangu'r cromfachau]

[Casglu termau]

[Tynnu 2 o bob ochr]

[Rhannu bob ochr efo 8]

**Ymarfer 33**

Datryswch yr hafaliadau canlynol.

(a)  $\frac{x+3}{6} + \frac{2x-5}{3} = \frac{2}{9}$

(b)  $\frac{x-2}{5} - \frac{2x+5}{4} = \frac{1}{4}$

(c)  $\frac{3-x}{4} + \frac{2x+5}{3} = 1$

(ch)  $\frac{2x-1}{3} + \frac{x-2}{6} = \frac{3x}{4}$

(d)  $\frac{x+2}{3} - \frac{x-3}{2} = 2$

(dd)  $\frac{2x-3}{4} - \frac{x+1}{3} = \frac{3}{4}$

(e)  $\frac{2x+5}{4} + \frac{x-4}{6} = \frac{x}{3}$

(f)  $\frac{3-x}{8} + \frac{3}{16} = \frac{3x+2}{4}$

(ff)  $\frac{3x+5}{10} - \frac{2-x}{25} = \frac{3}{5}$

**Enghraifft**

Datrysych yr hafaliad  $\frac{2x}{x+3} + \frac{3x+1}{2x-1} = 3$ .

**Ateb:**  $\frac{2x}{x+3} + \frac{3x+1}{2x-1} = 3$

$$(x+3)(2x-1) \times \frac{2x}{x+3} + (x+3)(2x-1) \times \frac{3x+1}{2x-1} = 3(x+3)(2x-1)$$

$$(2x-1)2x + (x+3)(3x+1) = 3(x+3)(2x-1)$$

$$4x^2 - 2x + (3x^2 + x + 9x + 3) = 3(2x^2 - x + 6x - 3)$$

$$4x^2 - 2x + (3x^2 + 10x + 3) = 3(2x^2 + 5x - 3)$$

$$7x^2 + 8x + 3 = 6x^2 + 15x - 9$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x-3)(x-4) = 0$$

Naill ai  $x - 3 = 0$  neu  $x - 4 = 0$

$$x = 3 \qquad x = 4$$

**Techneg:** Lluosi efo cyfenwador lleiaf y ffracsiynau.

[Lluosi efo  $(x+3)(2x-1)$ ]

[Symleiddio]

[Ehangu cromfachau]

[Casglu termau]

[Casglu termau; ehangu]

[Tynnu  $6x^2 + 15x - 9$ ]

[Ffactorio]

[Datrys]



**Ymarfer 34**



Datrysych yr hafaliadau canlynol.

(a)  $\frac{2}{2x+3} + \frac{1}{x+2} = 3$

(b)  $\frac{3x}{x+4} + \frac{2x}{5x-2} = \frac{3}{2}$

(c)  $\frac{2x}{x-3} - \frac{x}{x-2} = 6$

(ch)  $\frac{6x}{3x-1} + \frac{15}{2x+3} = 5$

(d)  $\frac{4x}{5x-2} + \frac{3}{3x+1} = 3$

(dd)  $\frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{x-3} = 2$

(e)  $\frac{8x}{4x-3} + \frac{20}{3x+2} = 10$

(f)  $\frac{2x}{x-5} + \frac{x-1}{3x} = 2$

(ff)  $\frac{2}{x} + \frac{1}{x+1} = 5$

**Sialens!**

Mae Ava yn rhedeg pellter o 26 milltir ar fuanedd cyfartalog o  $x$  mya (*mph*).

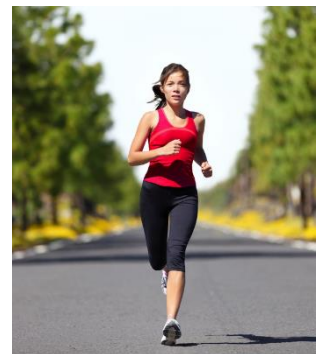
Mae Delyth yn rhedeg yr un pellter ar fuanedd cyfartalog sy'n 2 mya yn fwy araf nag Ava.

Y gwahaniaeth rhwng eu hamserau yw 1 awr yn union.

(a) Dangoswch fod  $x$  yn bodloni'r hafaliad  $x^2 - 2x - 52 = 0$ .

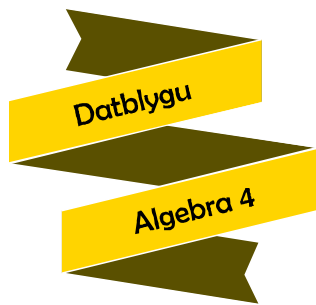
(b) Defnyddiwch y fformiwla gwadratig i ddarganfod buanedd Ava.

Rhowch eich datrysiad yn gywir i 2 le degol.





Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...





Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gyfarwydd efo defnyddio <b>nodiant ffwythiant</b> , e.e. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$ .			1	
Rwy'n gallu <b>trawsffurfio graffiau ffwythiannau</b> gan ddefnyddio'r trawsffurfiadau $y = f(x) + a$ , $y = f(x + a)$ , $y = af(x)$ , $y = f(ax)$ , $y = -f(x)$ a $y = f(-x)$ .			1	
Rwy'n gwybod sut i lunio <b>tangiad i ffwythiant</b> , a <b>mesur ei raddiant</b> .			2	
Rwy'n gwybod ac yn gallu defnyddio'r diffiniadau ar gyfer <b>cyflymder</b> a <b>chyflymiad</b> .			2	
Rwy'n gwybod sut i ddarganfod yr <b>arwynebedd rhwng graff a'r echelin-x</b> gan ddefnyddio <b>rheol y trapesiwm</b> .			2	
Rwy'n gwybod pryd mae gan yr arwynebedd rhwng graff a'r echelin-x <b>ystyr arbennig</b> .			2	
Rwy'n gallu newid testun fformiwla ble mae'r <b>testun yn ymddangos mwy nag unwaith</b> .			3	
Rwy'n gallu newid testun fformiwla mewn cwestiynau sy'n cynnwys <b>ffracsiynau</b> neu <b>israddau</b> .			4, 5	
Rwy'n gallu defnyddio'r <b>fformiwla gwadratig</b> er mwyn datrys hafaliadau cwadratig.			6, 8	
Rwy'n gallu <b>cyfuno dau ffracsiwn algebraidd</b> i roi ffracsiwn sengl ar ei ffurf symlaf.			7	
Rwy'n gallu <b>datrys hafaliadau sy'n cynnwys ffracsiynau algebraidd</b> .			8, 9, 10	



Yr Adran Fathemateg

11

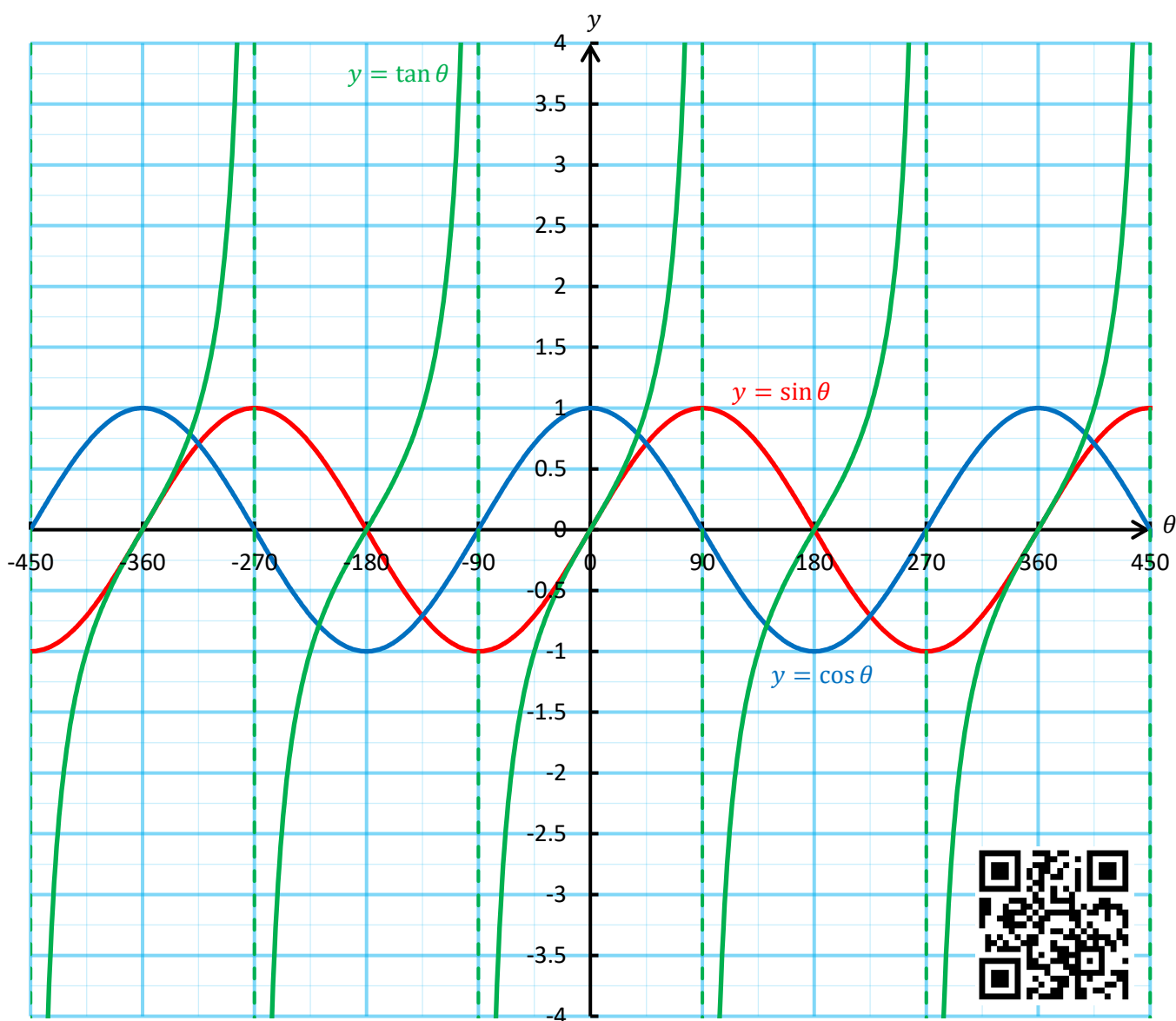
Mesur

Siapiau 5

Enw:


# Cynnwys

Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Trigonometreg 3-D	Trigonometreg 2-D (Adolygu). Trigonometreg 3-D.	3
Y Rheol Sin, Y Rheol Cosin	Y Rheol Sin. Y Rheol Cosin. Rheol Sin neu Rheol Cosin?	6
Arwynebedd Triongl	Cyfrifo arwynebedd triongl.	14
Graffiau Trigonometreg	Y cylch unedol. Graffiau trigonometrig. Datrys hafaliadau trigonometrig. Trawsffurfiadau ffwythiannau.	17



Trigonometreg 3-D

Trigonometreg 2-D (Adolygu)



**Ym mathemateg, rydym yn addoli'r brenin SOHCAHTOA.**

S O H C A H T O A  
 H H A

$\sin \theta = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}}$

$\cos \theta = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}}$

$\tan \theta = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$

Cyfieithu opposite ⇨ cyferbyn

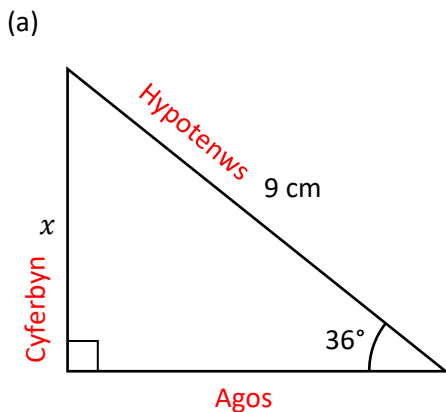
$\sin \theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{hypotenws}}$

$\cos \theta = \frac{\text{agos}}{\text{hypotenws}}$

$\tan \theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{agos}}$

Enghraifft

Cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



Ateb: Labelu'r ymylon mewn coch.

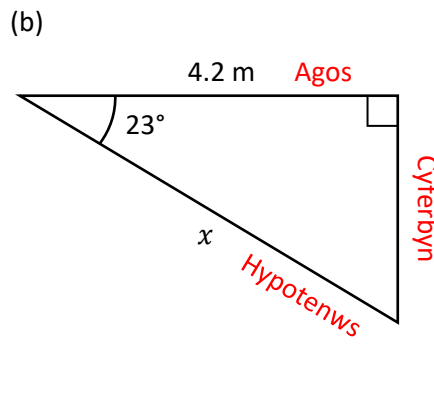
Yn gwybod yr hypotenws, eisiau ffeindio'r cyferbyn: dewis

$$\sin \theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{hypotenws}}$$

$$\sin 36^\circ = \frac{x}{9}$$

$$x = 9 \times \sin 36^\circ$$

$$x = 5.29 \text{ cm i 2 le degol.}$$



Ateb: Labelu'r ymylon mewn coch.

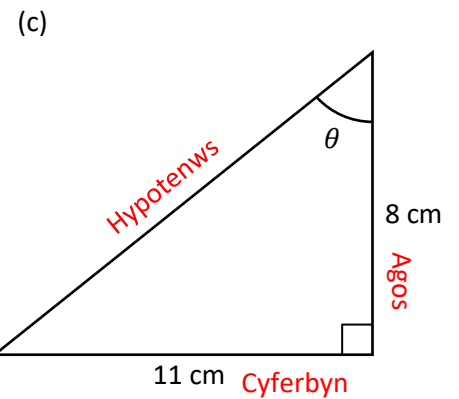
Yn gwybod yr agos, eisiau ffeindio'r hypotenws: dewis

$$\cos \theta = \frac{\text{agos}}{\text{hypotenws}}$$

$$\cos 23^\circ = \frac{4.2}{x}$$

$$x = 4.2 \div \cos 23^\circ$$

$$x = 4.56 \text{ m i 2 le degol.}$$



Ateb: Labelu'r ymylon mewn coch.

Yn gwybod y cyferbyn a'r agos: dewis

$$\tan \theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{agos}}$$

$$\tan \theta = \frac{11}{8}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{11}{8}\right)$$

$$\theta = 53.97^\circ \text{ i 2 le degol.}$$

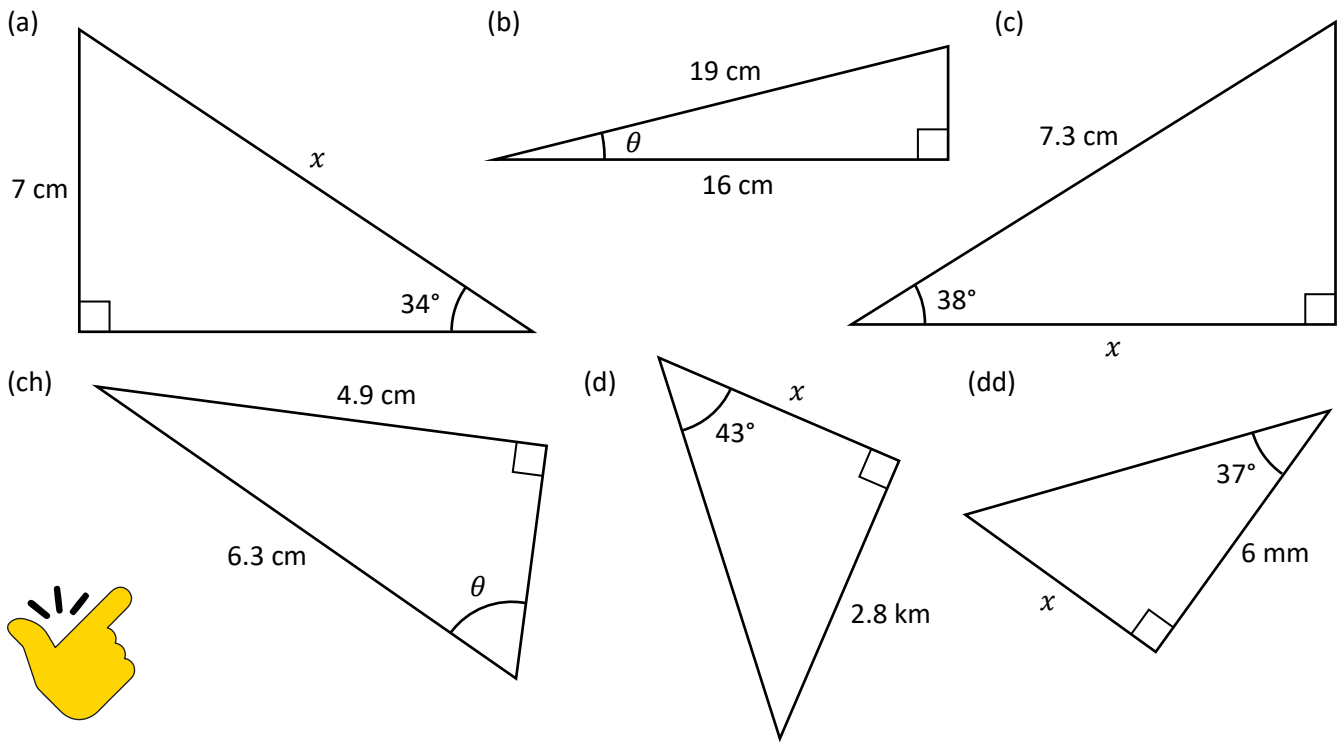
$x$  ar **dop** y ffraciwn yn arwain at swm **lluosi** yn yr ateb.

$x$  ar **waelod** y ffraciwn yn arwain at swm **rhannu** yn yr ateb.

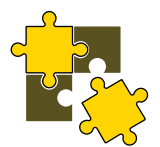
**Ymarfer 1 (Adolygu)**



Cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Trigonometreg 3-D**

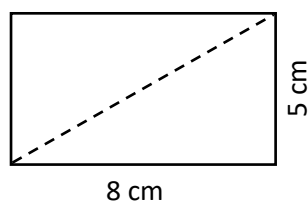


Mae'n bosib defnyddio trigonometreg i ddarganfod onglau a hydoedd mewn siapiau tri dimensiwn.

**Enghraifft**

Ar gyfer y ciwboid a ddangosir ar y dde, cyfrifwch faint yr ongl  $\widehat{ABC}$ .

*Ateb:* I gychwyn, gadewch i ni ddefnyddio Theorem Pythagoras er mwyn cyfrifo hyd croeslin sail y ciwboid, sef croeslin y petryal canlynol.

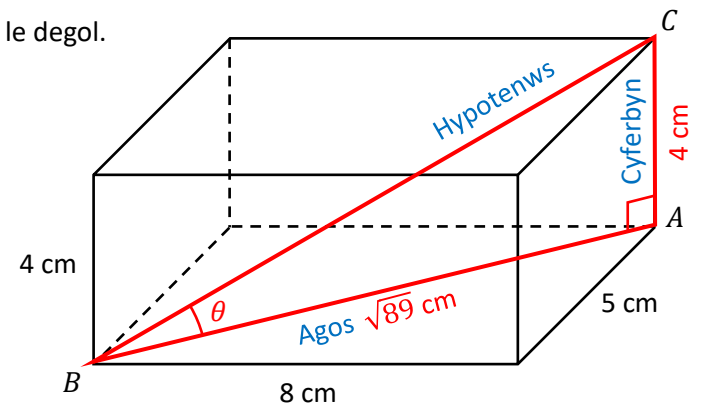
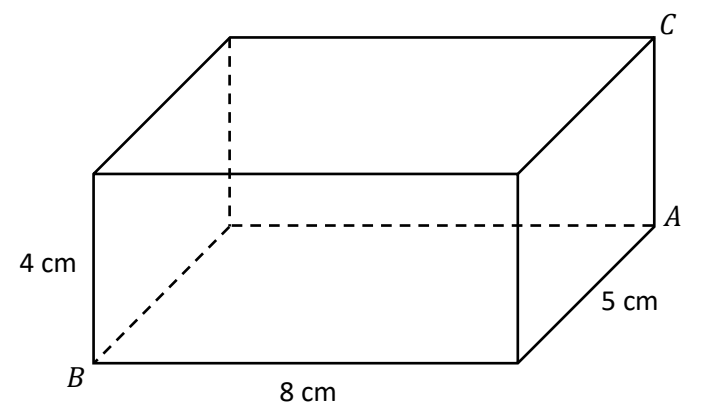


$$\begin{matrix} a^2 \\ b^2 \\ c^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 5^2 = 25 \\ 8^2 = + 64 \\ \hline 89 \end{matrix}$$

$$\sqrt{89} = 9.43 \text{ cm i 2 le degol.}$$

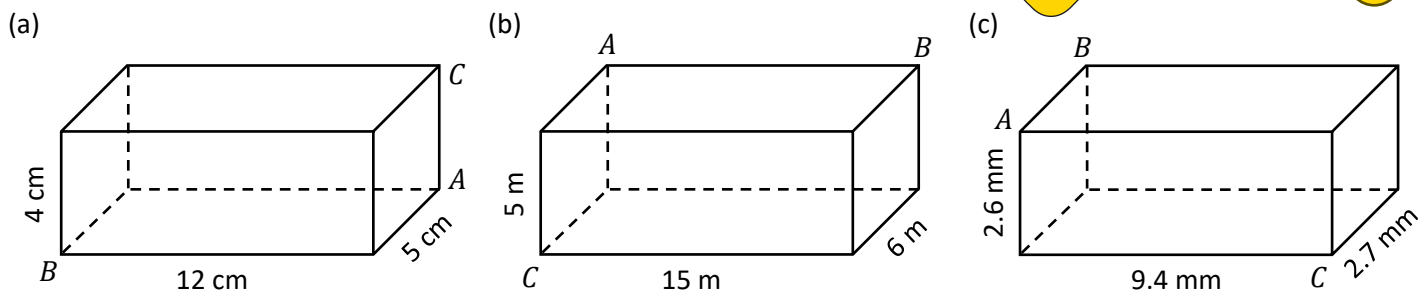
Nesaf, rydym angen ystyried y triongl ongl sgwâr goch a ddangosir yn y ciwboid ar y dde.

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\text{cyferbyn}}{\text{agos}} \\ \tan \theta &= \frac{4}{\sqrt{89}} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{89}}\right) \\ \theta &= 22.98^\circ \text{ i 2 le degol.} \end{aligned}$$



**Ymarfer 2**

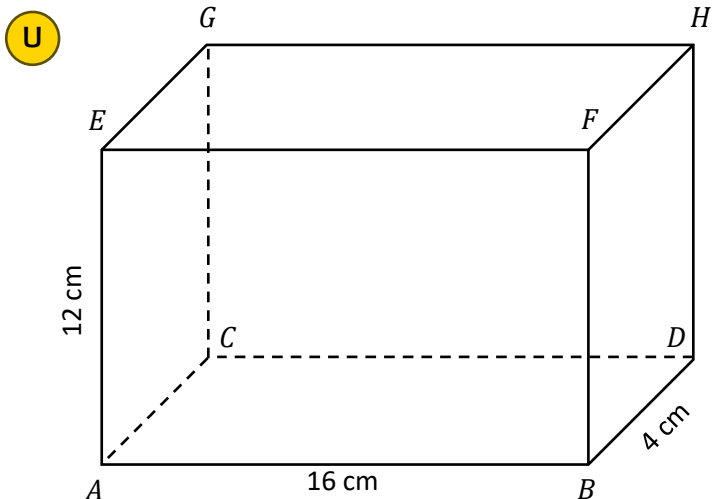
Ar gyfer y ciwoidau canlynol, cyfrifwch faint yr ongl  $\hat{A}BC$ .



**Ymarfer 3**

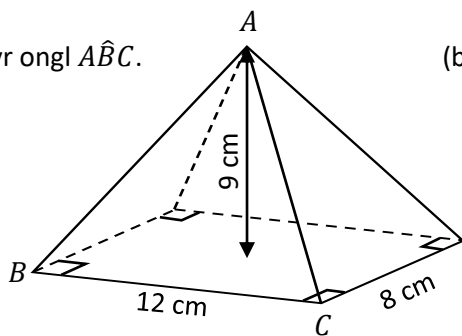
Mae'r diagram ar y dde yn dangos ciwoid. Cyfrifwch faint yr onglau canlynol.

- (a)  $\hat{A}BC$
- (b)  $\hat{A}EC$
- (c)  $\hat{A}FE$
- (ch)  $\hat{G}AB$
- (d)  $\hat{D}AH$
- (dd)  $\hat{G}DE$

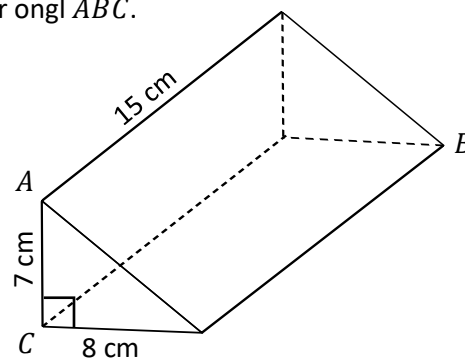


**Ymarfer 4**

(a) Cyfrifwch faint yr ongl  $\hat{A}BC$ .



(b) Cyfrifwch faint yr ongl  $\hat{A}BC$ .

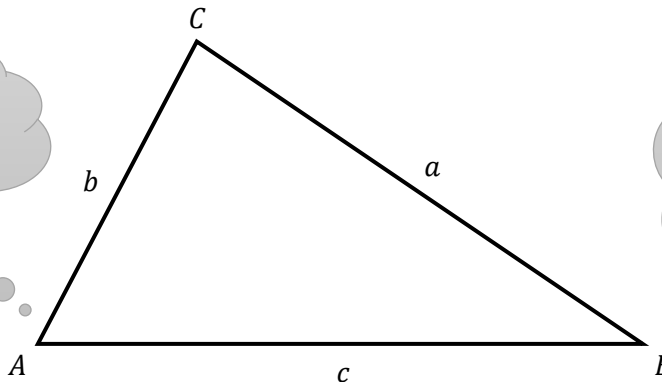


Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

**Y Rheol Sin, Y Rheol Cosin**

Mae'r **Rheol Sin** a'r **Rheol Cosin** yn cael eu defnyddio i gyfrifo maint ochrau ag onglau mewn trionglau nad yw'n drionglau ongl sgwâr.

Triongl cyffredinol efo ochrau  $a, b, c$  ag onglau  $A, B, C$ .



Mae'r fformiwlâu ar gyfer *hydoedd* yn cael eu rhoi ar dudalen 2 papur arholiad TGAU.

**Rheol Sin ar gyfer darganfod hydoedd:**

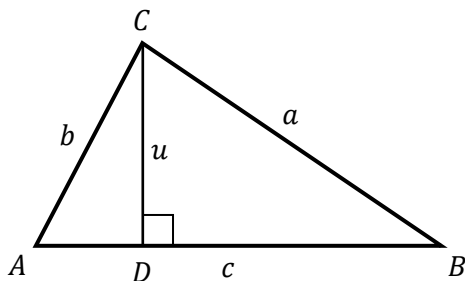
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

**Rheol Sin ar gyfer darganfod onglau:**

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \quad \text{[Cymryd y cilydd]}$$

**Prawf (ar gyfer triongl heb ongl aflem<sup>1</sup>)**

Lluniwch y perpendicwlar o'r fertig  $C$  i'r sail  $AB$ .



Gan ddefnyddio'r triongl  $CDB$ ,  $\sin B = \frac{u}{a}$  fel bod  $u = a \sin B$ .

Gan ddefnyddio'r triongl  $CAD$ ,  $\sin A = \frac{u}{b}$  fel bod  $u = b \sin A$ .

Gan ddefnyddio'r ddau fynegiad ar gyfer uchder y triongl  $u$ , rhaid bod  $a \sin B = b \sin A$ .

Felly  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$  [Rhannu efo  $\sin A$  a  $\sin B$ ]

Byddai'n bosib ail-adrodd yr uchod ("Lluniwch y perpendicwlar o'r fertig  $A$  i'r sail  $BC$ ...") i gael  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ . Gallwn gyfuno'r ddwy fformiwla sy'n defnyddio ffracsiynau i gael y Rheol Sin:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

**Rheol Cosin ar gyfer darganfod hydoedd:**

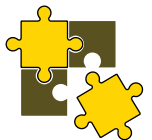
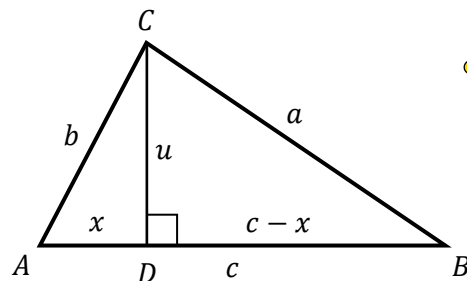
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

**Rheol Cosin ar gyfer darganfod onglau:**

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \text{[Ail-drefnu'r fformiwla]}$$

**Prawf (ar gyfer triongl heb ongl aflem<sup>1</sup>)**

Lluniwch y perpendicwlar o'r fertig  $C$  i'r sail  $AB$ .



Theorem Pythagoras ar gyfer triongl  $BCD$ :  $a^2 = (c - x)^2 + u^2$  fel bod  $u^2 = a^2 - (c - x)^2$ .

Theorem Pythagoras ar gyfer triongl  $ACD$ :  $b^2 = x^2 + u^2$  fel bod  $u^2 = b^2 - x^2$ .

Gan ddefnyddio'r ddau fynegiad ar gyfer  $u^2$ :

$$\begin{aligned} a^2 - (c - x)^2 &= b^2 - x^2 \\ a^2 - (c - x)(c - x) &= b^2 - x^2 \\ a^2 - (c^2 - cx - cx + x^2) &= b^2 - x^2 \\ a^2 - c^2 + 2cx - x^2 &= b^2 - x^2 \\ a^2 &= b^2 + c^2 - 2cx \end{aligned}$$

Gan ddefnyddio'r triongl  $ACD$ ,  $\cos A = \frac{x}{b}$  fel bod  $x = b \cos A$ .

Felly  $a^2 = b^2 + c^2 - 2c(b \cos A)$  sy'n rhoi'r Rheol Cosin

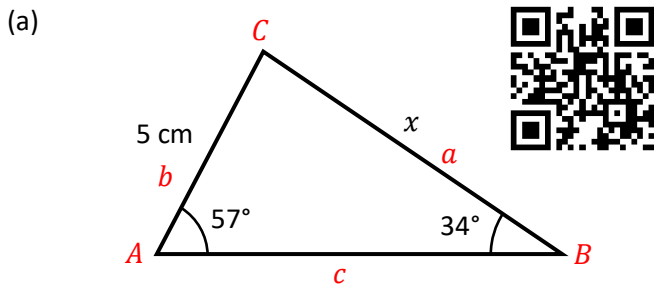
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

<sup>1</sup> Chwiliwch ar y we ar gyfer prawf ar gyfer triongl sy'n cynnwys ongl aflem.

**Y Rheol Sin**

**Enghraifft**

Cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



Ateb: I gychwyn, rydym yn **labelu'r onglau** ac yna'n **labelu'r ochrau cyfatebol**. Gan ein bod eisiau darganfod hyd yr ochr  $x$ , rydym yn ysgrifennu'r Rheol Sin ar gyfer darganfod hydroedd:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Nid ydym yn gwybod hyd yr ochr  $c$  na chwaith maint yr ongl  $C$ , felly rydym yn croesi i ffwrdd y ffracsiwn yma o'r fformiwla:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \cancel{\frac{c}{\sin C}}$$

Trwy amnewid i mewn i'r ddau ffracsiwn sydd ar ôl, cawn

$$\frac{x}{\sin 57^\circ} = \frac{5}{\sin 34^\circ}$$

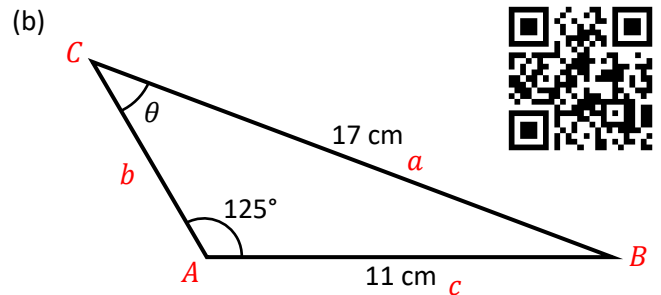
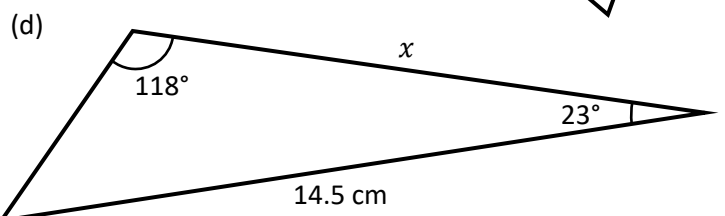
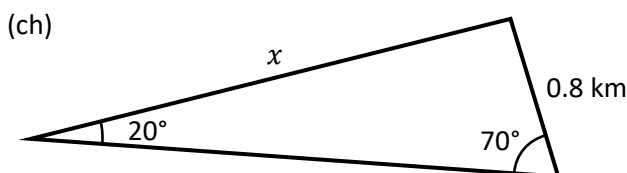
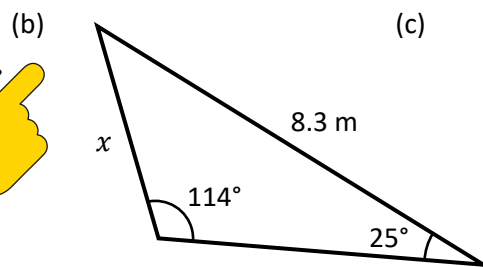
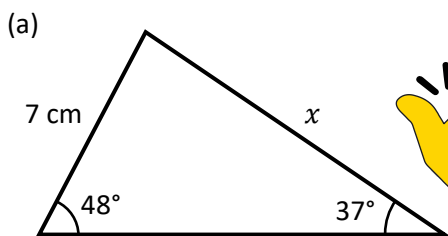
Gallwn ddatrys yr hafaliad yma trwy luosi bob ochr efo  $\sin 57^\circ$ :

$$x = \left(\frac{5}{\sin 34^\circ}\right) \times \sin 57^\circ$$

$$x = 7.50 \text{ cm i 2 le degol.}$$

**Ymarfer 5**

Cyfrifwch hyd yr ochr coll  $x$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



Ateb: I gychwyn, rydym yn **labelu'r onglau** ac yna'n **labelu'r ochrau cyfatebol**. Gan ein bod eisiau darganfod maint yr ongl  $\theta$ , rydym yn ysgrifennu'r Rheol Sin ar gyfer darganfod onglau:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Nid ydym yn gwybod hyd yr ochr  $b$  na chwaith maint yr ongl  $B$ , felly rydym yn croesi i ffwrdd y ffracsiwn yma o'r fformiwla:

$$\frac{\sin A}{a} = \cancel{\frac{\sin B}{b}} = \frac{\sin C}{c}$$

Trwy amnewid i mewn i'r ddau ffracsiwn sydd ar ôl, cawn

$$\frac{\sin 125^\circ}{17} = \frac{\sin \theta}{11}$$

Gallwn ddatrys yr hafaliad yma trwy luosi bob ochr efo 11:

$$\sin \theta = \left(\frac{\sin 125^\circ}{17}\right) \times 11$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\left(\frac{\sin 125^\circ}{17}\right) \times 11\right)$$

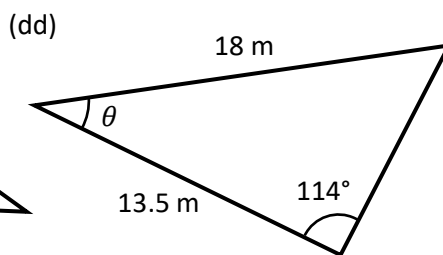
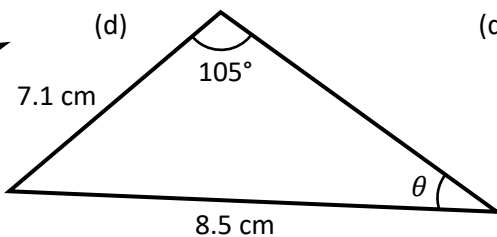
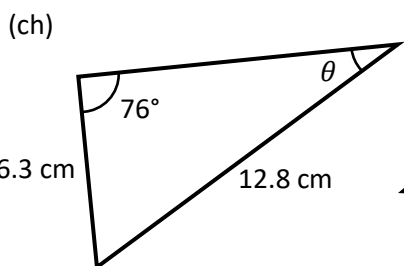
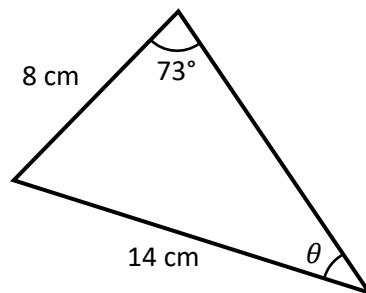
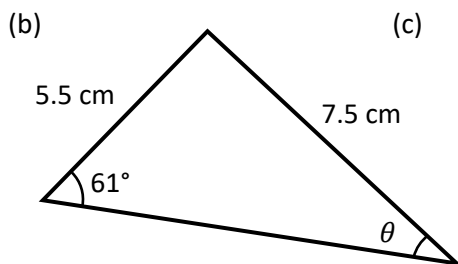
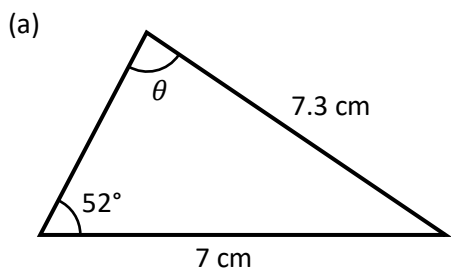
$$\theta = 32.01^\circ \text{ i 2 le degol.}$$



**Ymarfer 6**



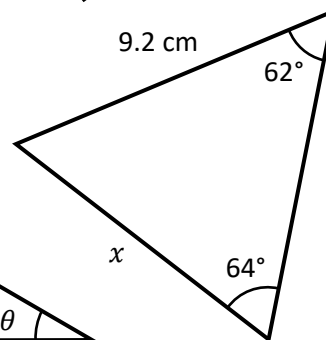
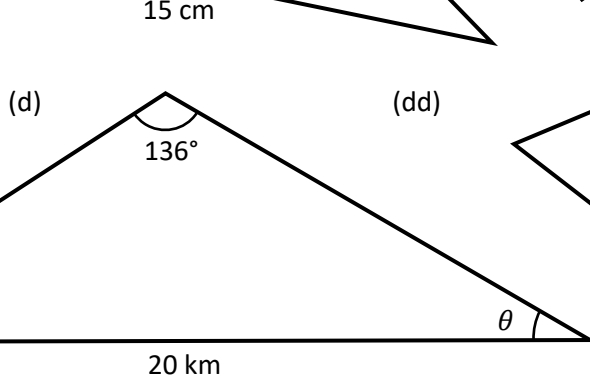
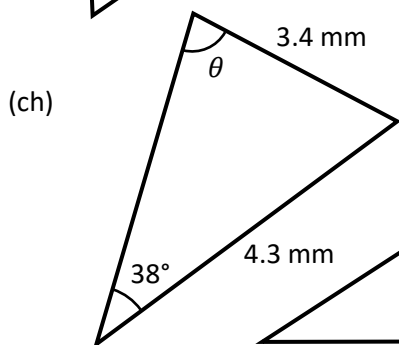
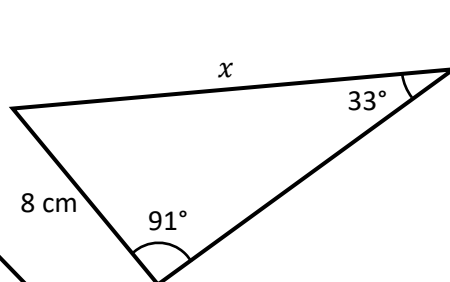
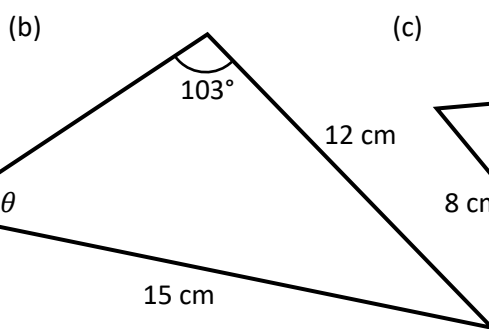
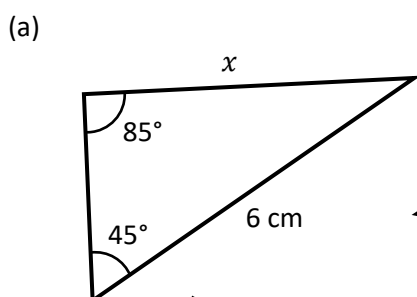
Cyfrifwch faint yr ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 7**



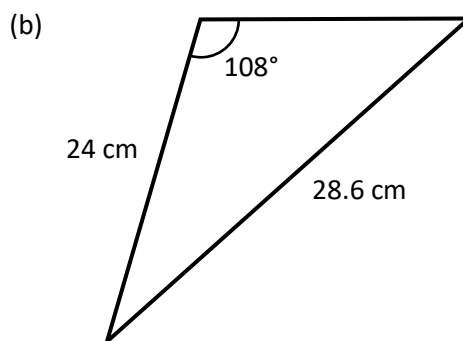
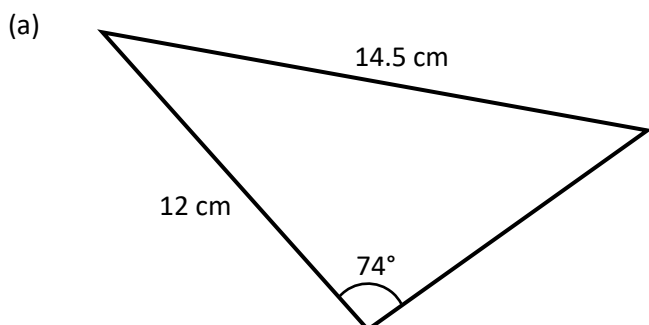
Cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 8**



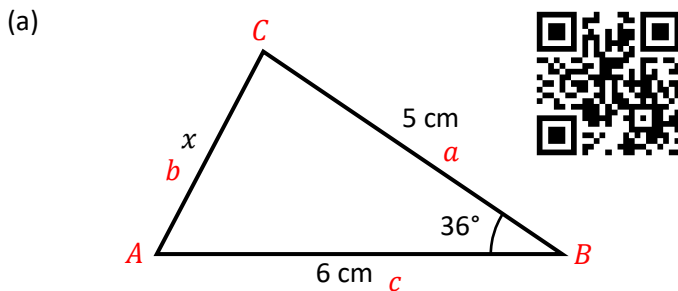
Cyfrifwch faint pob un o'r ochrau a'r onglau nad ydynt wedi'u nodi yn y diagramau canlynol. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Y Rheol Cosin**

**Enghraifft**

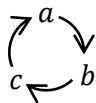
Cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



*Ateb:* I gychwyn, rydym yn **labelu'r onglau** ac yna'n **labelu'r ochrau cyfatebol**. Gan ein bod eisiau darganfod hyd yr ochr  $x$ , rydym yn ysgrifennu'r Rheol Cosin ar gyfer darganfod hydroedd:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Nid yw'r fformiwla'n ffitio'r labeli rydym wedi'u dewis, felly rydym yn newid y newidynnau yn y Rheol Cosin trwy fynd o amgylch y cylch isod unwaith.



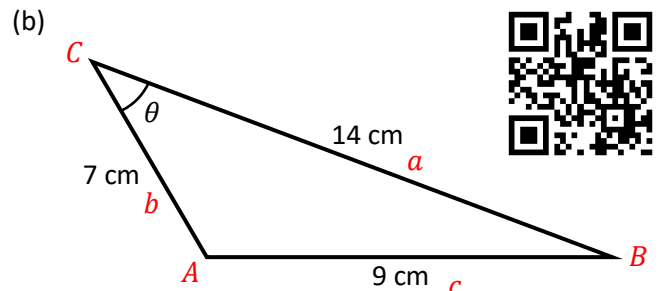
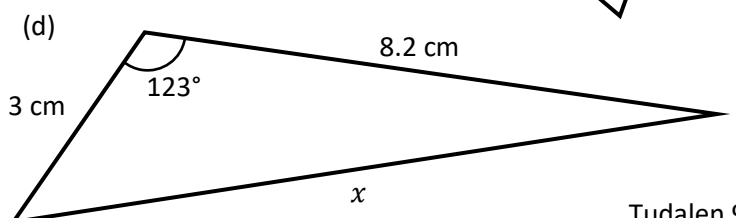
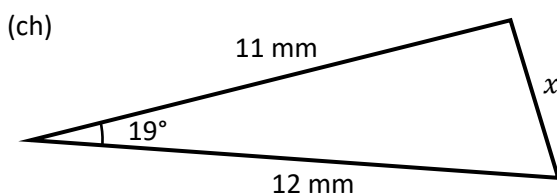
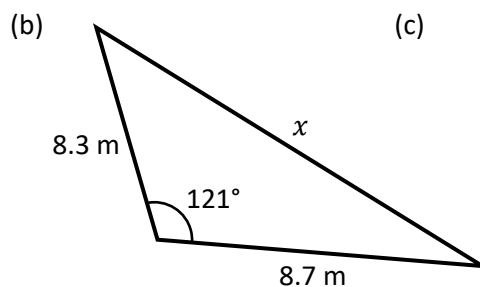
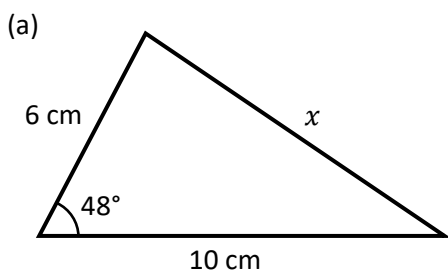
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

Gallwn nawr amnewid i mewn y gwerthoedd o'r triongl:

$$\begin{aligned} x^2 &= 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \times \cos 36^\circ \\ x &= \sqrt{12.45898034} \\ x &= 3.53 \text{ cm i 2 le degol.} \end{aligned}$$

**Ymarfer 9**

Cyfrifwch hyd yr ochr coll  $x$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



*Ateb:* I gychwyn, rydym yn **labelu'r onglau** ac yna'n **labelu'r ochrau cyfatebol**. Gan ein bod eisiau darganfod maint yr ongl  $\theta$ , rydym yn ysgrifennu'r Rheol Cosin ar gyfer darganfod onglau:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Nid yw'r fformiwla'n ffitio'r labeli rydym wedi'u dewis, felly rydym yn newid y newidynnau yn y Rheol Cosin trwy fynd o amgylch y cylch isod dwywaith.



$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Gallwn nawr amnewid i mewn y gwerthoedd o'r triongl:

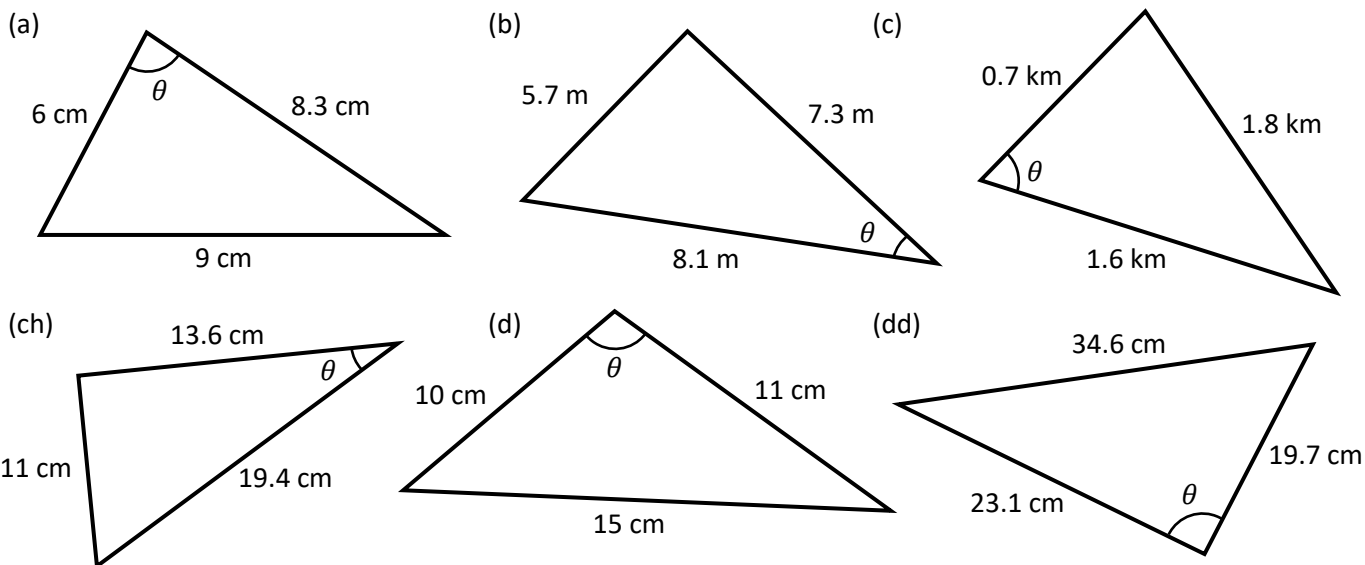
$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{14^2 + 7^2 - 9^2}{2 \times 14 \times 7} \\ \theta &= \cos^{-1} \left( \frac{41}{49} \right) \\ \theta &= 33.20^\circ \text{ i 2 le degol.} \end{aligned}$$



**Ymarfer 10**



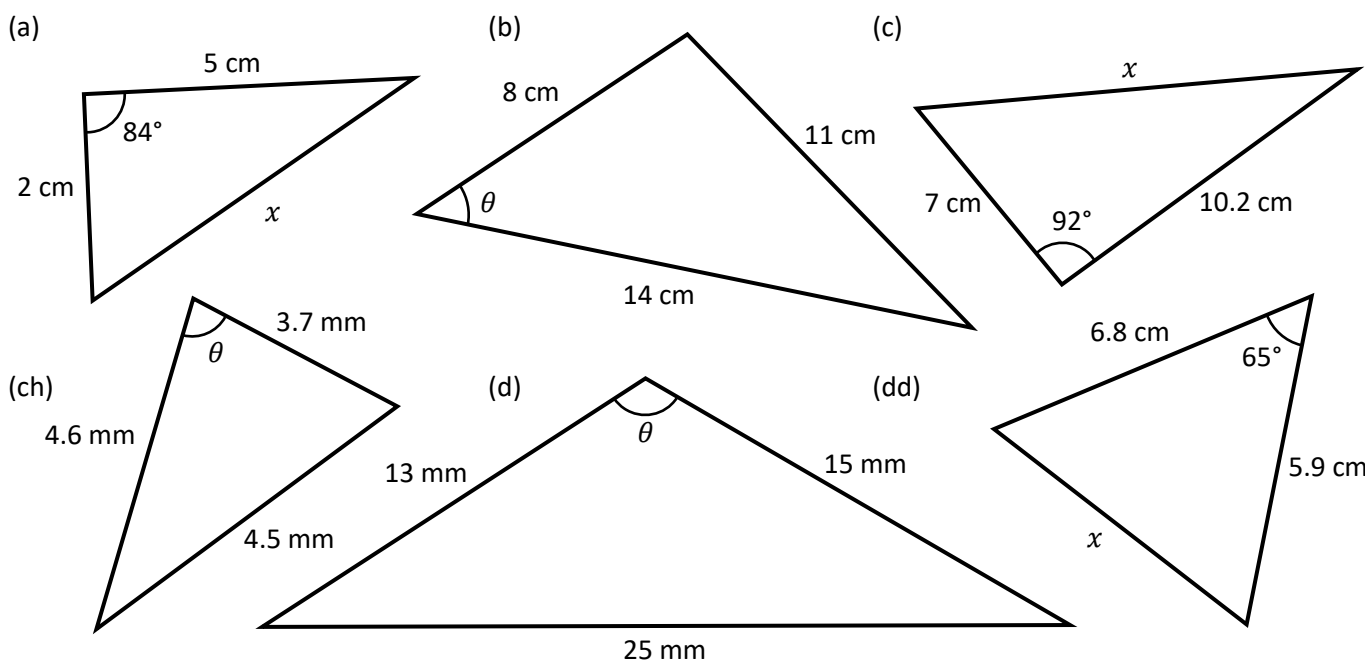
Cyfrifwch faint yr ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 11**



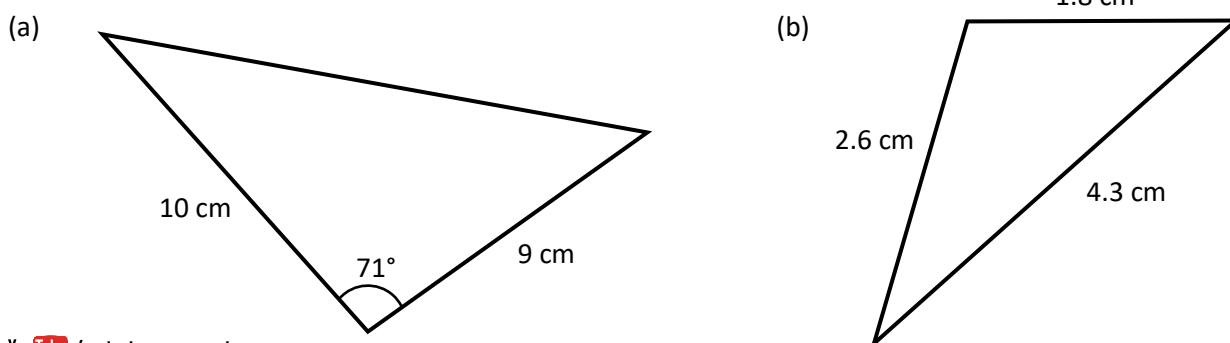
Cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 12**



Cyfrifwch faint pob un o'r ochrau a'r onglau nad ydynt wedi'u nodi yn y diagramau canlynol. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Rheol Sin neu Rheol Cosin?**

Mae'r Rheol Sin yn gweithio ar gyfer unrhyw driongl lle rydym yn gwybod

- Hydoedd dwy ochr ac ongl nad yw rhwng y ddwy ochr
- Hyd un ochr a meintiau unrhyw ddwy ongl (gan fod hynny'n golygu ein bod yn gwybod mewn gwirionedd y tair ongl).

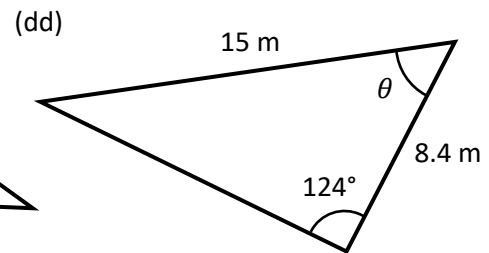
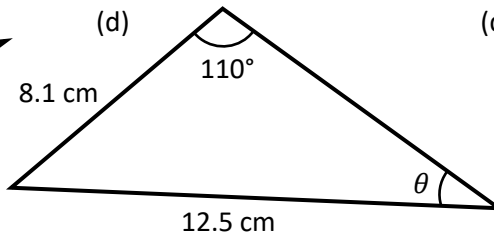
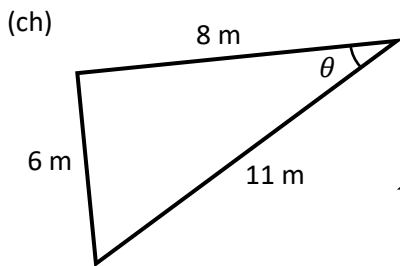
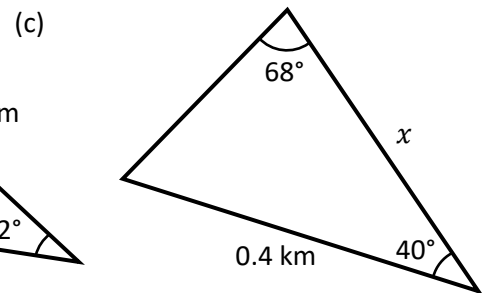
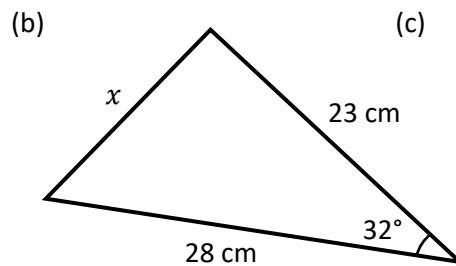
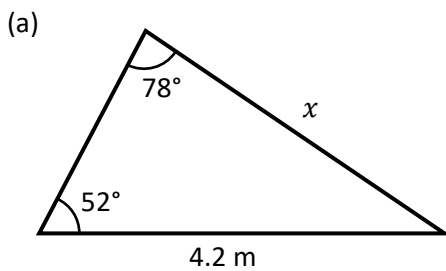
Mae'r Rheol Cosin yn gweithio ar gyfer unrhyw driongl lle rydym yn gwybod

- Hydoedd y tair ochr
- Hydoedd dwy o'r ochrau a maint yr ongl sydd rhwng yr ochrau.



**Ymarfer 13**

Ar gyfer y trionglau canlynol, penderfynwch a oes angen defnyddio'r Rheol Sin neu'r Rheol Cosin er mwyn cyfrifo hyd yr ochr coll  $x$  neu faint yr ongl goll  $\theta$ .



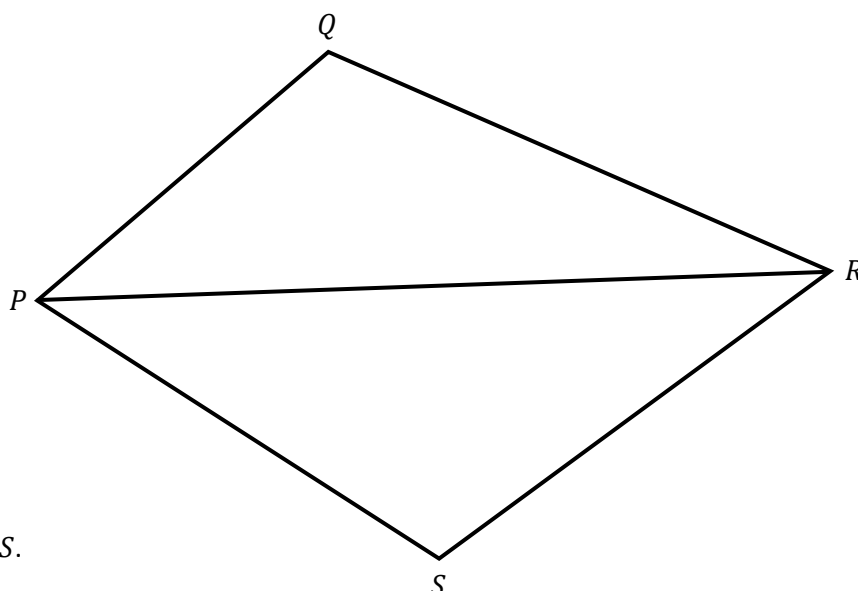
**Ymarfer 14**

Ar gyfer y trionglau yn Ymarfer 13, cyfrifwch yr ochr coll  $x$  neu'r ongl goll  $\theta$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 15**

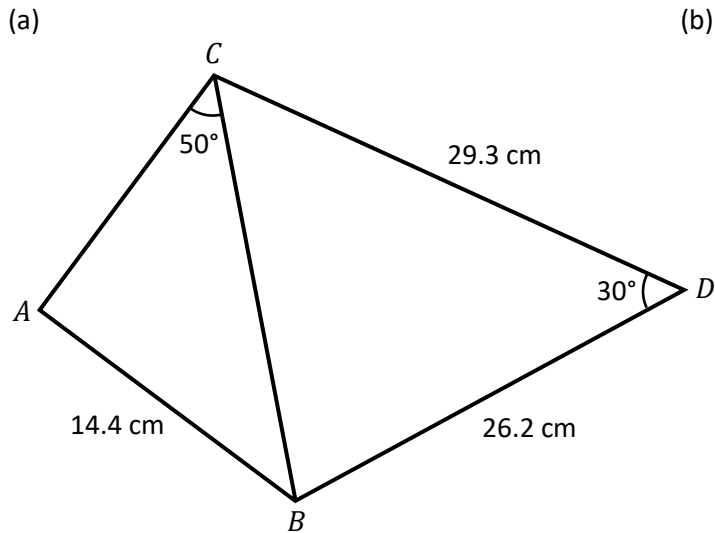
Mae'r diagram isod yn dangos dau driongl  $PQR$  a  $PRS$  gyda  $PQ = 24$  cm,  $QR = 18$  cm,  $P\hat{Q}R = 124^\circ$ ,  $S\hat{P}R = 36^\circ$  a  $P\hat{S}R = 112^\circ$ .



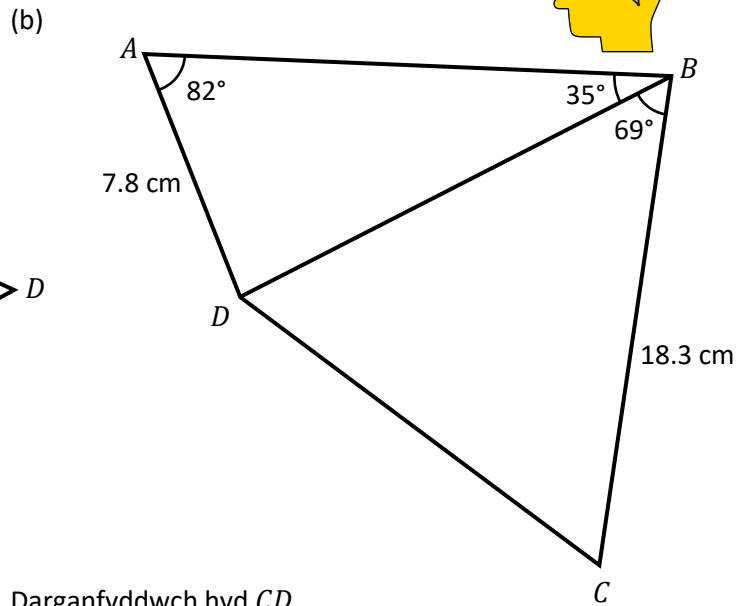
Darganfyddwch hyd  $RS$ .



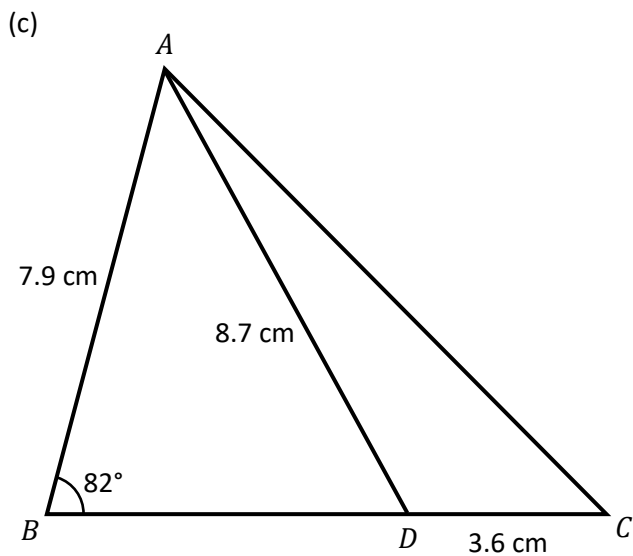
**Ymarfer 16 (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa)**



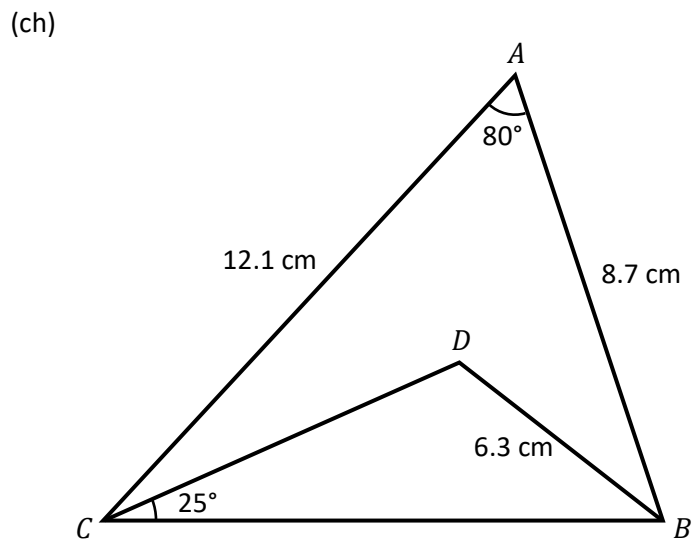
Darganfyddwch faint  $\widehat{CAB}$ .



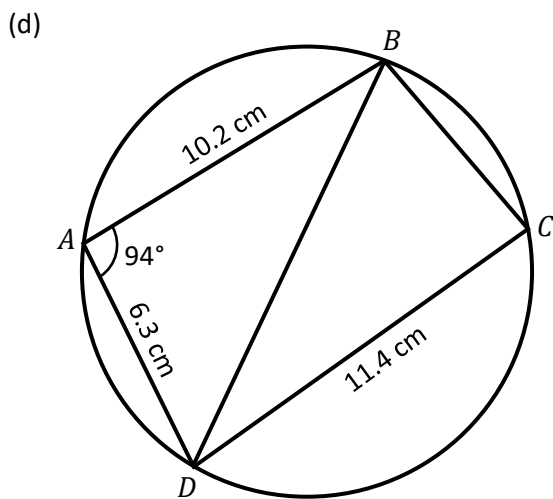
Darganfyddwch hyd  $CD$ .



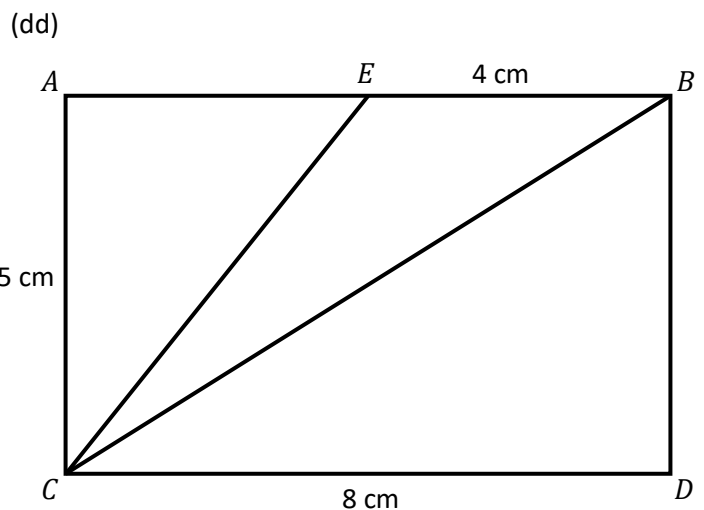
O wybod bod  $BC$  yn llinell syth, cyfrifwch hyd  $AC$ .



Darganfyddwch faint  $\widehat{CDB}$ .



Darganfyddwch faint  $\widehat{DBC}$ .



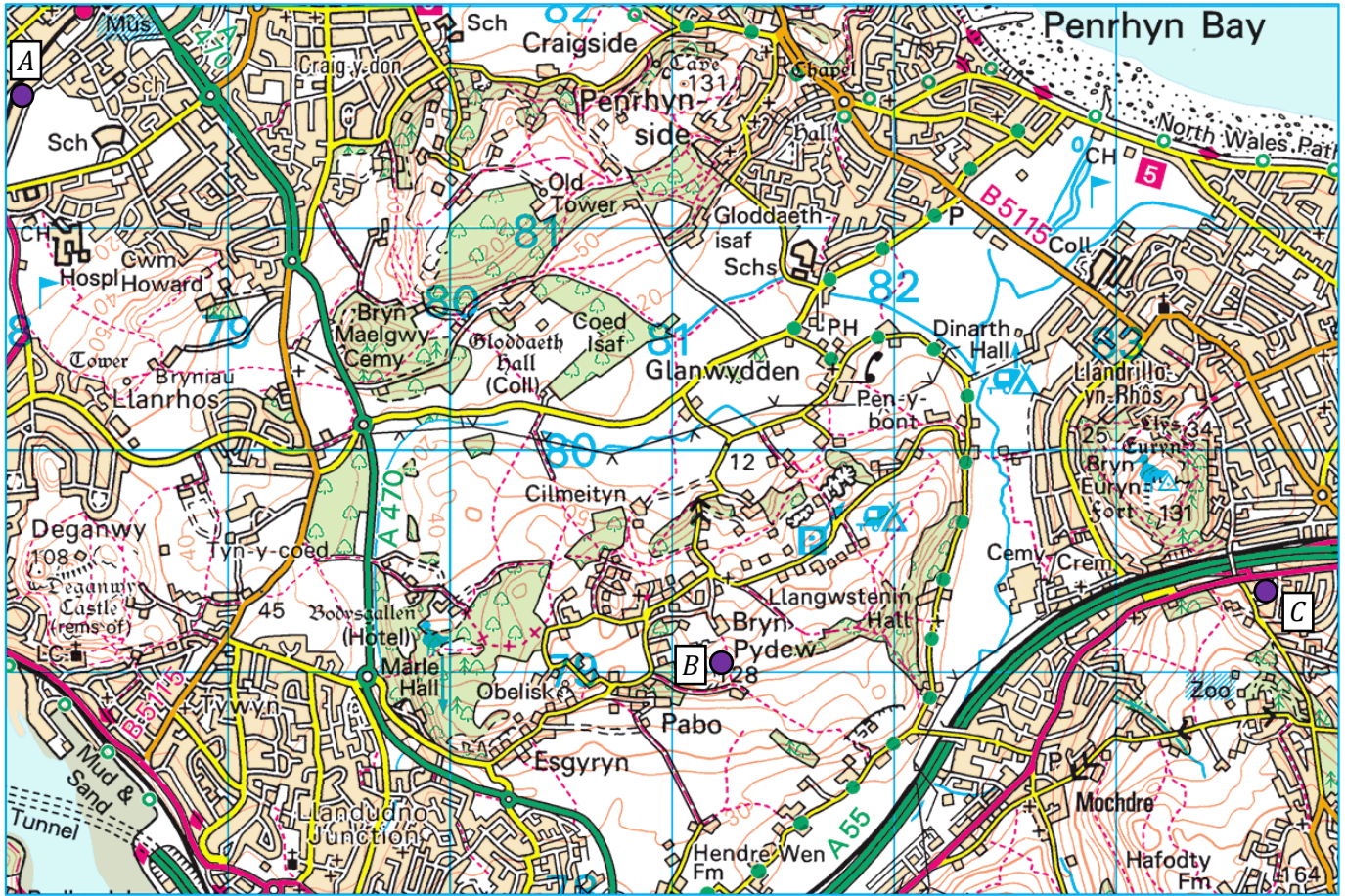
O wybod bod  $ABCD$  yn betryal, cyfrifwch faint  $\widehat{CEB}$ .



Ymarfer 17 (Triongliant Lleoliad Ffôn Symudol)



1 km



Mae'r map uchod yn dangos lleoliad tri mast ffônau symudol *A*, *B*, *C* yn perthyn i gwmni Vodafone.

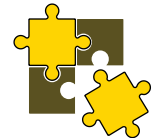
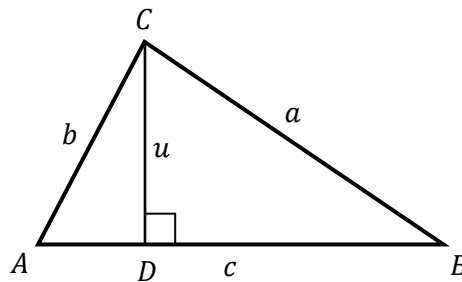
- (a) Mae ffôn symudol Steve yn adrodd ei fod union 3 km o fast *A*. Defnyddiwch gwmpas i lunio lleoliadau posib Steve ar y map.
- (b) Mae ffôn symudol Steve hefyd yn adrodd ei fod union 2 km o fast *B*. Defnyddiwch gwmpas i ddarganfod dau leoliad posib ar gyfer Steve.
- (c) O wybod bod Steve tua 3 km o fast *C*, marciwch safle Steve ar y map efo'r llythyren *S*.
- (ch) O wybod mai'r pellter rhwng mastiau *A* a *B* yw 4,064 m, darganfyddwch faint yr ongl  $\hat{A}SB$ .

Gwerthuso

Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Arwynebedd Triongl

Mae'r diagram isod yn dangos triongl cyffredinol efo ochrau  $a, b, c$  ag onglau  $A, B, C$ .

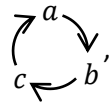


Gadewch i ni lunio'r perpendicwlar o'r fertig  $C$  i'r sail  $AB$ . Gan ddefnyddio'r triongl ongl sgwâr  $CAD$  sy'n cael ei ffurfio, gwelwn fod  $\sin A = \frac{u}{b}$ , ac felly  $u = b \sin A$ . Gan ddefnyddio'r fformiwla Arwynebedd Triongl =  $\frac{\text{sail} \times \text{uchder}}{2}$ ,

$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{c \times b \sin A}{2}$$

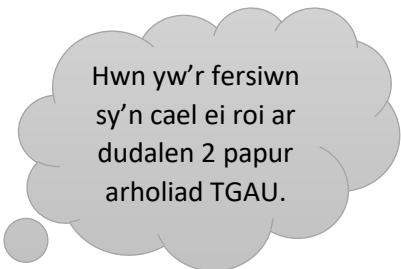
$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} bc \sin A$$

Neu, gan newid y newidynnau efo



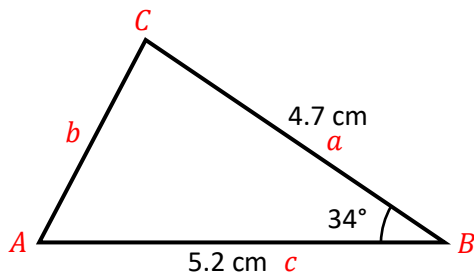
$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} ab \sin C$$



## Enghraifft

(a) Cyfrifwch arwynebedd y triongl isod.



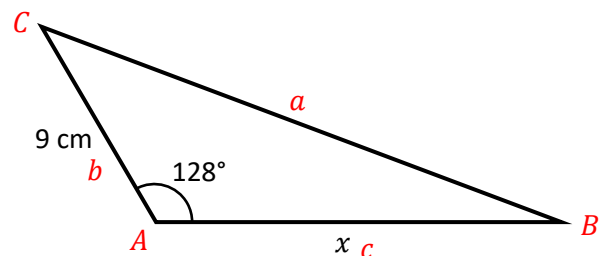
**Ateb:** I gychwyn, rydym yn **labelu'r onglau** ac yna'n **labelu'r ochrau cyfatebol**. Gan ddefnyddio'r fformiwla

$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} \times 4.7 \times 5.2 \times \sin 34^\circ$$

$$\text{Arwynebedd Triongl} = 6.83 \text{ cm}^2 \text{ i 2 le degol.}$$

(b) O wybod bod arwynebedd y triongl isod yn  $27 \text{ cm}^2$ , cyfrifwch hyd sail y triongl  $x$ .



**Ateb:** I gychwyn, rydym yn **labelu'r onglau** ac yna'n **labelu'r ochrau cyfatebol**. Gan ddefnyddio'r fformiwla

$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$27 = \frac{1}{2} \times 9 \times x \times \sin 128^\circ$$

$$27 \times 2 = 9 \times x \times \sin 128^\circ$$

$$\frac{54}{9 \times \sin 128^\circ} = x$$

$$x = 7.61 \text{ cm i 2 le degol.}$$

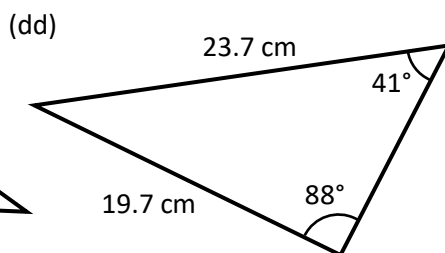
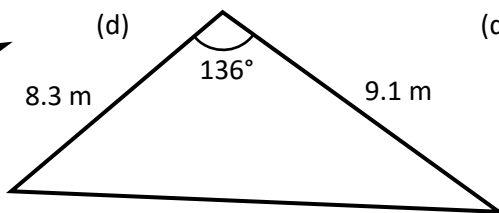
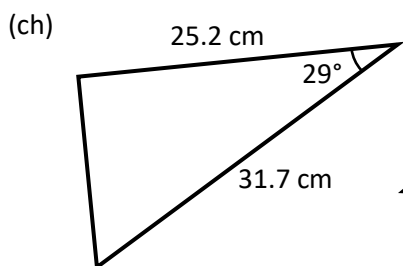
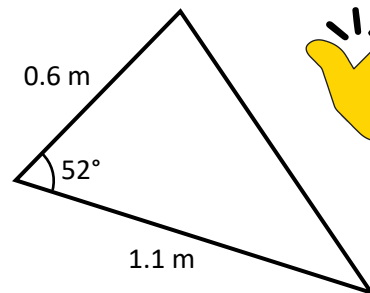
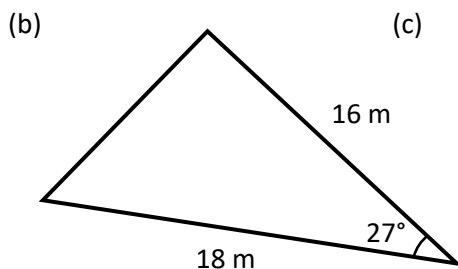
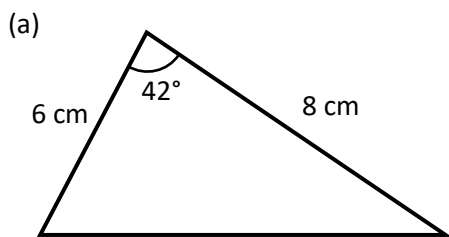
Gallwn ddefnyddio'r fformiwla

$$\text{Arwynebedd Triongl} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

os ydym yn gwybod hydroedd dwy o ochrau triongl a maint yr ongl sydd rhwng yr ochrau.

**Ymarfer 18**

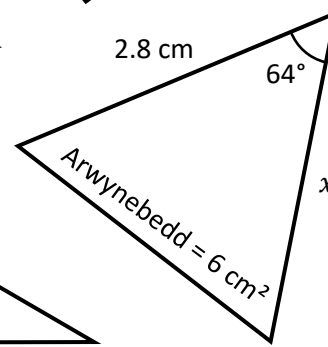
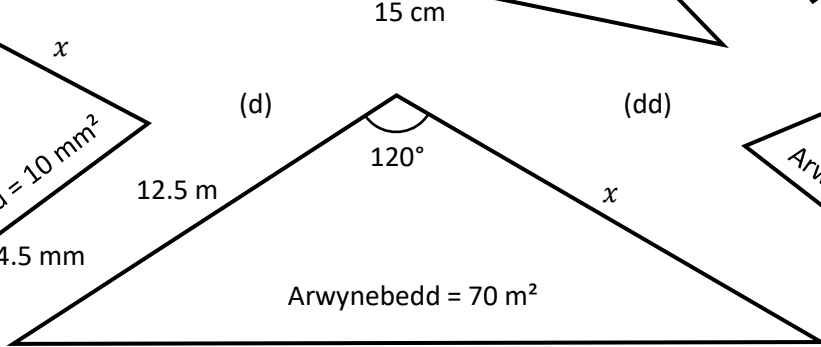
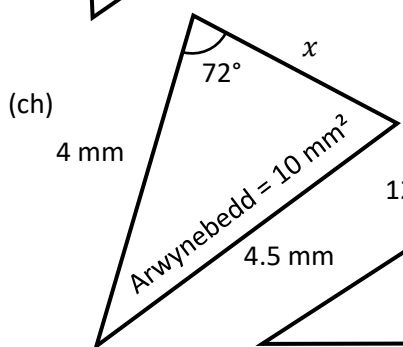
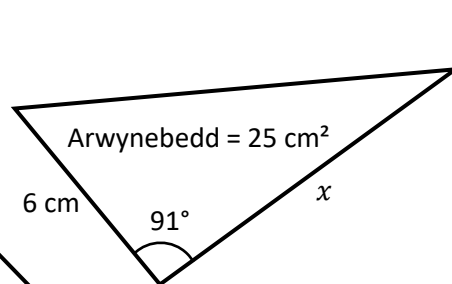
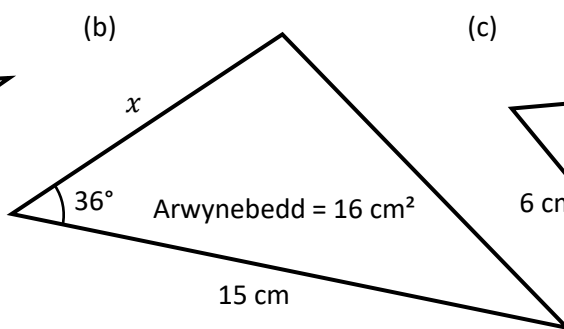
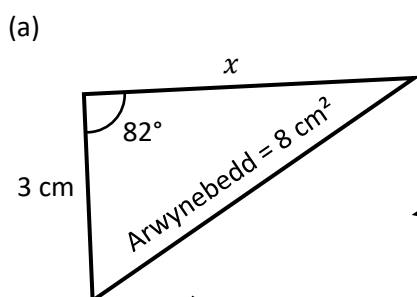
Cyfrifwch arwynebedd y trionglau canlynol. (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



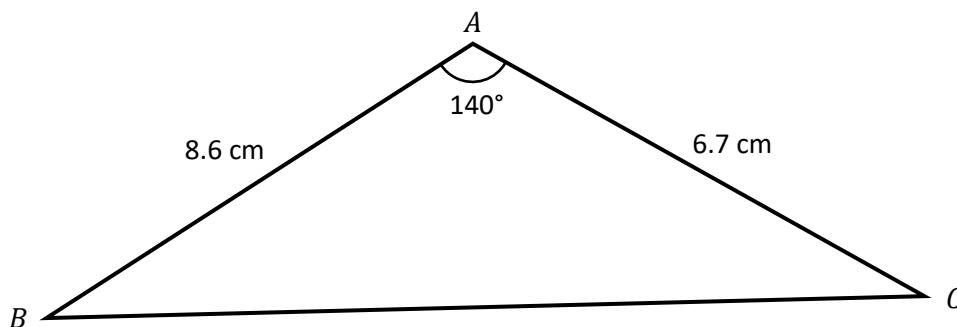
**Ymarfer 19**



Cyfrifwch hyd yr ochr coll  $x$ . (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)



**Ymarfer 20**



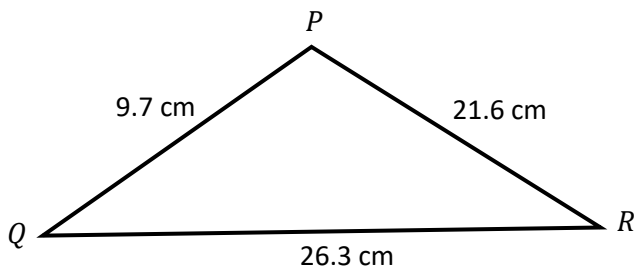
- (a) Darganfyddwch hyd  $BC$ .
- (b) Cyfrifwch arwynebedd y triongl  $ABC$ .
- (c) Trwy hynny, darganfyddwch y pellter perpendicwlar rhwng  $A$  a  $BC$ .



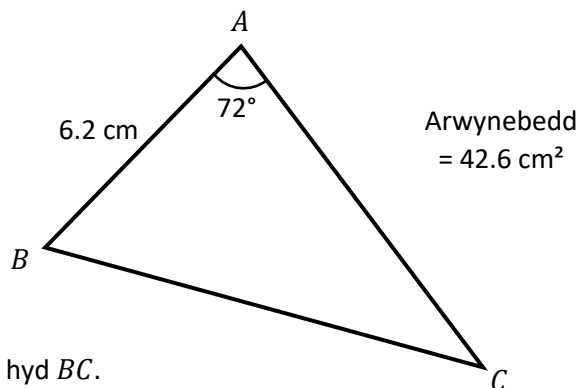
**Ymarfer 21 (Nid yw'r diagramau wedi'u lluniadu wrth raddfa.)**



(a) Cyfrifwch arwynebedd y triongl  $PQR$ .

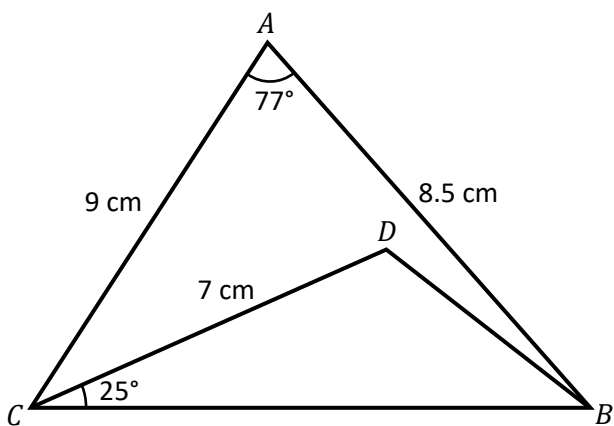


(b) Mae'r diagram canlynol yn dangos y triongl  $ABC$ .

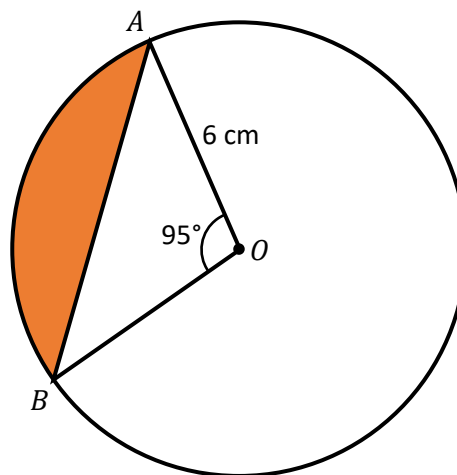


Cyfrifwch hyd  $BC$ .

(c) Cyfrifwch arwynebedd y pedrochr  $ABCD$ .

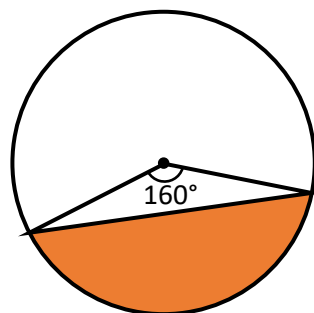


(ch) Cyfrifwch arwynebedd y **segment leiaf**  $AB$ .



**Sialens!**

Arwynebedd y segment ar y dde yw  $50 \text{ cm}^2$ .  
Cyfrifwch hyd radiws y cylch.



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

# Graffiau Trigonometrig

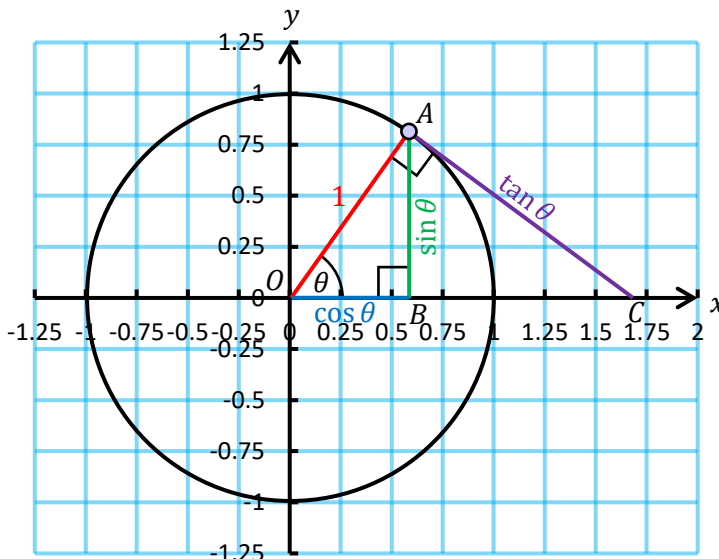


## Y Cylch Unedol

Gadewch i ni ystyried cylch unedol (cylch ble mae'r radiws yn 1 uned) ble mae canol y cylch  $O$  wedi'i leoli ar darddbwynt set o echelin  $x$  ag  $y$ .

Os yw  $A$  yn cynrychioli pwynt cyffredinol ar gylchyn y cylch, gadewch i  $\theta$  gynrychioli'r ongl rhwng y radiws  $OA$  a'r echelin- $x$  positif. Yna

- $\sin \theta$  yw'r dadleoliad fertigol o'r echelin- $x$  i'r pwynt  $A$ ;
- $\cos \theta$  yw'r dadleoliad llorweddol o'r tarddbwynt i gyfesuryn- $x$  y pwynt  $A$ ;
- $\tan \theta$  yw hyd y tangiad i'r pwynt  $A$ , yn mesur o'r pwynt  $A$  i'r echelin- $x$ .



Pam bod hyn yn wir?

Gadewch i ni ystyried y triongl ongl sgwâr  $OAB$  yn gyntaf.

$$\sin \theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{hypotenws}}$$

$$\sin \theta = \frac{AB}{1}$$

$$1 \times \sin \theta = AB$$

$$AB = \sin \theta$$

Felly uchder y triongl yw  $\sin \theta$ .

$$\cos \theta = \frac{\text{agos}}{\text{hypotenws}}$$

$$\cos \theta = \frac{OB}{1}$$

$$1 \times \cos \theta = OB$$

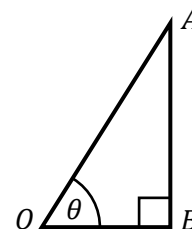
$$OB = \cos \theta$$

Felly sail y triongl yw  $\cos \theta$ .

$$\tan \theta = \frac{\text{cyferbyn}}{\text{agos}}$$

$$\tan \theta = \frac{AB}{OB}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$



Nesaf gadewch i ni ystyried y triongl ongl sgwâr  $ABC$ .

Mae  $\hat{BAC} = \theta$  gan fod y trionglau  $OAB$ ,  $OAC$  ag  $ABC$  i gyd yn drionglau cyflun (maent yn rhannu'r un onglau).

$$\cos \theta = \frac{\text{agos}}{\text{hypotenws}}$$

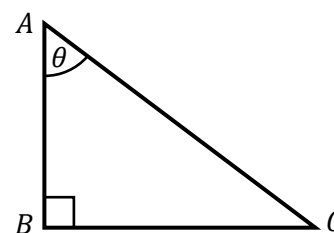
$$\cos \theta = \frac{AB}{AC}$$

$$AC \times \cos \theta = AB$$

$$AC = \frac{AB}{\cos \theta}$$

$$AC = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad [\text{o'r triongl } OAB]$$

Ond mae'r triongl  $OAB$  hefyd wedi dweud wrthym fod  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ , felly rhaid bod  $AC = \tan \theta$ .



## Ymarfer 22

Arbrofwch efo'r cylch unedol gan ddefnyddio GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/fGsz9sfN>

Symudwch y pwynt  $A$  o amgylch y cylch.

Beth sy'n digwydd i werthoedd  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  a  $\tan \theta$  wrth i chi symud  $A$ ?

Pryd mae  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  a  $\tan \theta$  yn positif, a phryd maent yn negatif? Beth yw eu gwerthoedd isaf ac uchaf?

Ysgrifennwch baragraff yn crynhoi eich darganfyddiadau.



## Ymarfer 23

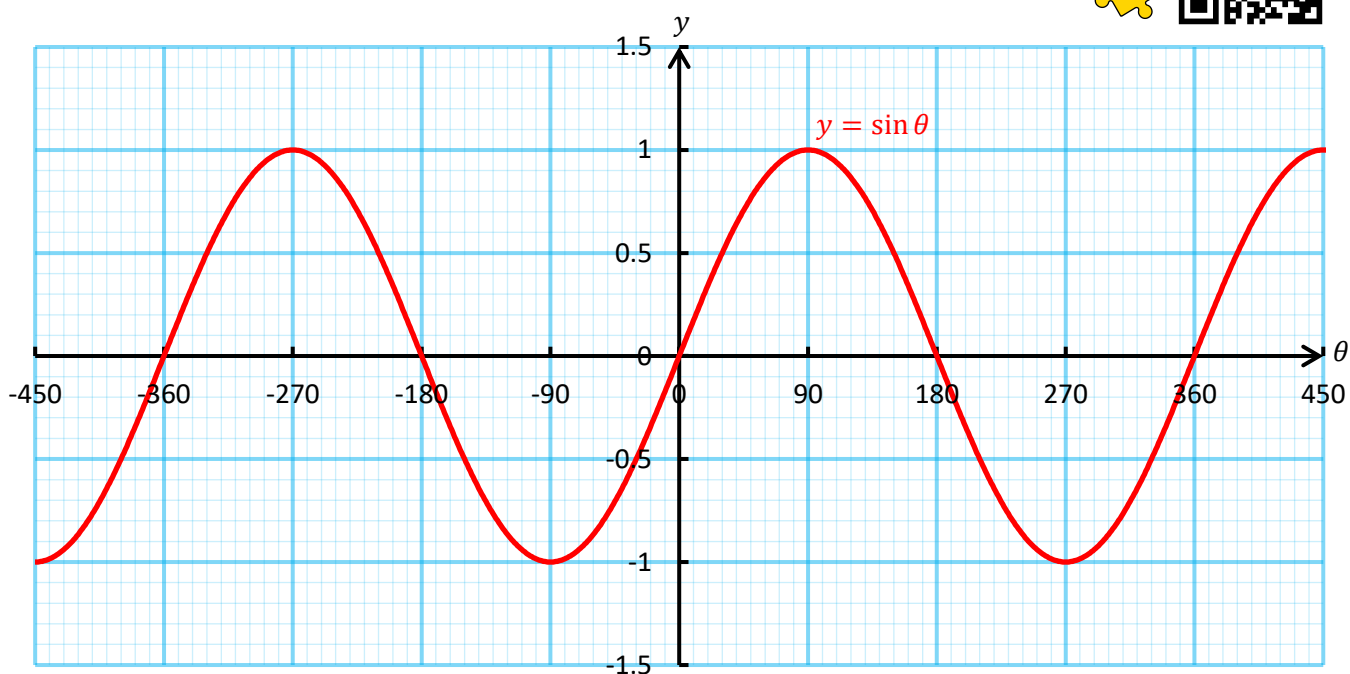


Defnyddiwch eich cyfrifiannell i gwblhau'r tabl canlynol. Rhowch eich atebion yn gywir i 4 lle degol.

Ongl $\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
$0^\circ$	0		
$30^\circ$		0.8660	
$60^\circ$			1.7321
$90^\circ$			
$120^\circ$	0.8660		
$150^\circ$		-0.8660	
$180^\circ$			0
$210^\circ$			
$240^\circ$	-0.8660		
$270^\circ$		0	
$300^\circ$			-1.7321
$330^\circ$			
$360^\circ$	0		

## Graffiau Trigonometrig

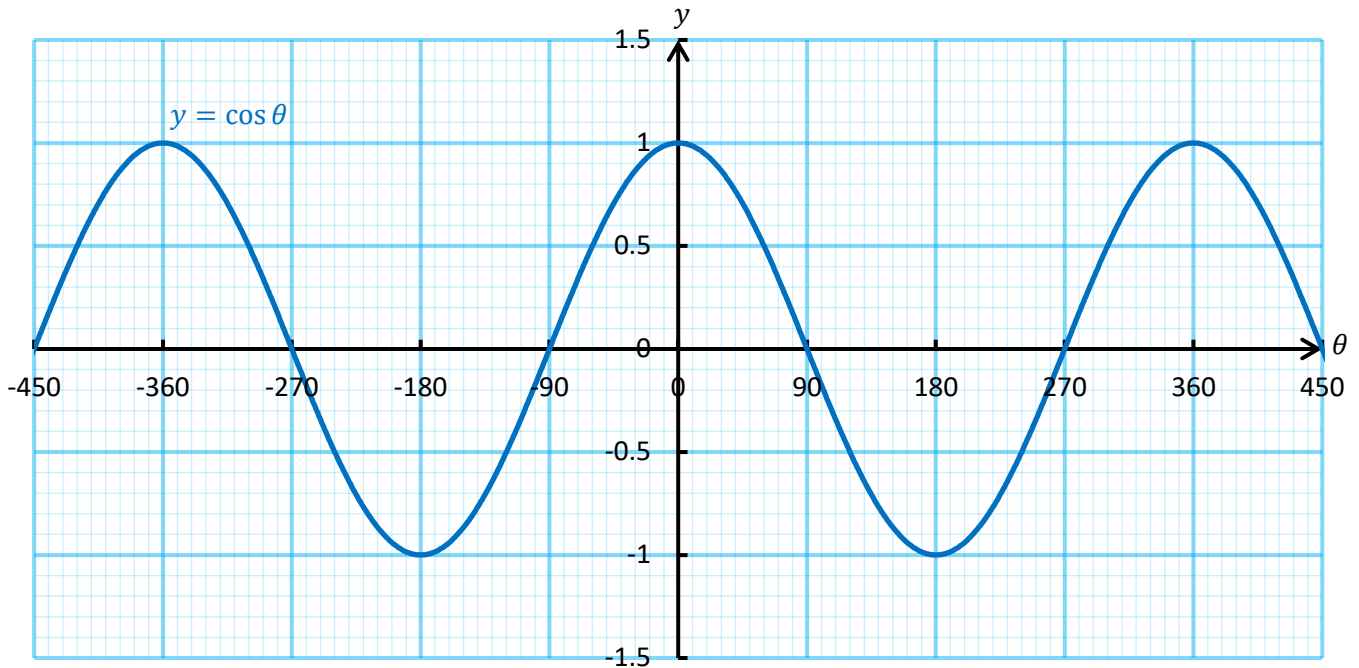
$$y = \sin \theta$$



## Nodweddion

- **Osgled** (uchder) mwyaf y graff yw 1 uned. Mae'r graff yn amrywio rhwng  $-1$  ac  $1$ .
- **Cyfnod** y graff yw  $360^\circ$ . (Mae'r graff yn ailadrodd bob  $360^\circ$ .)

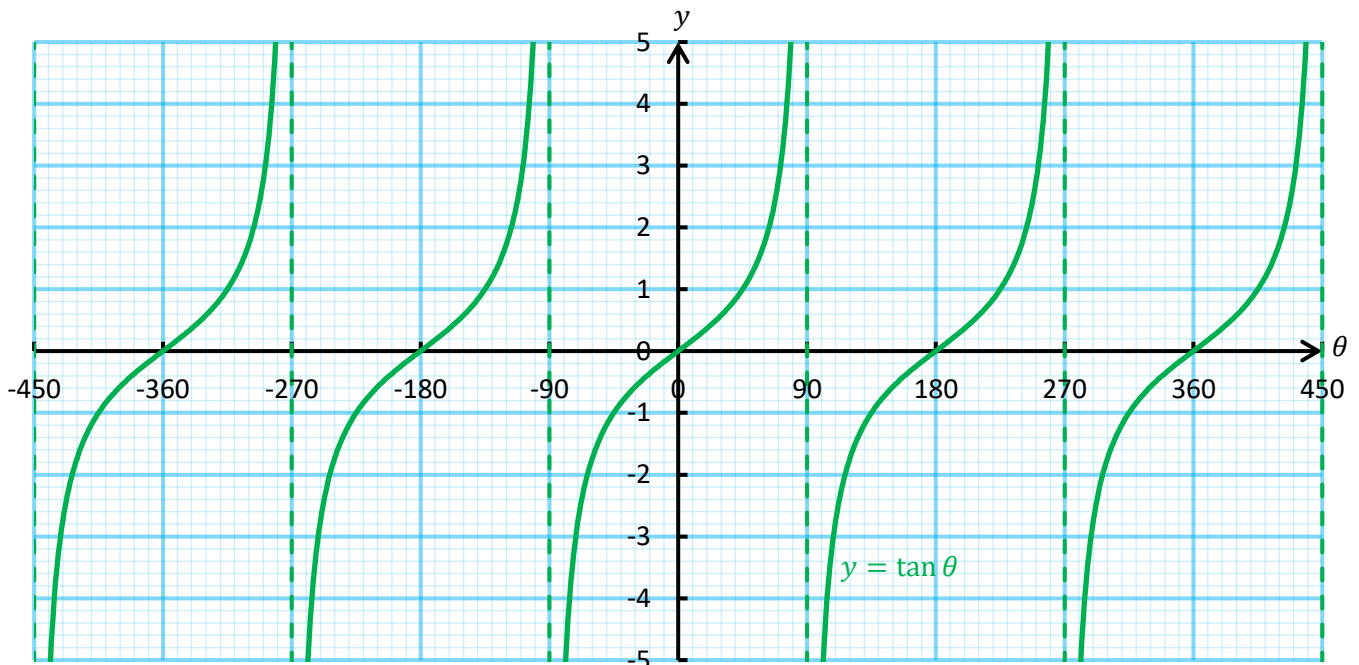
$$y = \cos \theta$$



### Nodweddion

- **Osgled** (uchder) mwyaf y graff yw 1 uned. Mae'r graff yn amrywio rhwng  $-1$  ac  $1$ .
- **Cyfnod** y graff yw  $360^\circ$ . (Mae'r graff yn ailadrodd bob  $360^\circ$ .)

$$y = \tan \theta$$



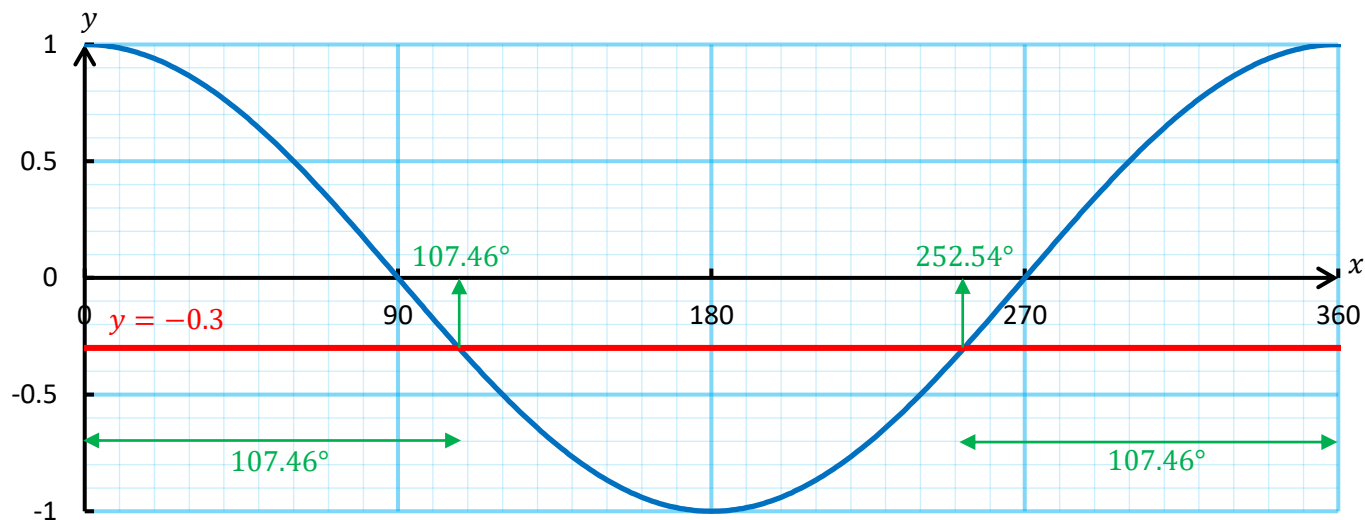
### Nodweddion

- Nid yw **osgled** (uchder) y graff wedi'i ddiffinio. Mae'r graff yn amrywio rhwng  $-\infty$  ac  $\infty$ .
- **Cyfnod** y graff yw  $180^\circ$ . (Mae'r graff yn ailadrodd bob  $180^\circ$ .)
- Mae gan y graff **asymptotau** bob  $180^\circ$ , e.e. yn  $-90^\circ$  neu'n  $90^\circ$ . Nid yw  $y = \tan \theta$  wedi'i ddiffinio ar gyfer yr onglau yma.

## Datrys Hafaliadau Trigonometrig

## Enghraifft

Mae'r diagram yn dangos braslun o  $y = \cos x$  ar gyfer gwerthoedd  $x$  o  $0^\circ$  i  $360^\circ$ .



Cyfrifwch holl ddatrysiadau'r hafaliad canlynol rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

$$\cos x = -0.3$$

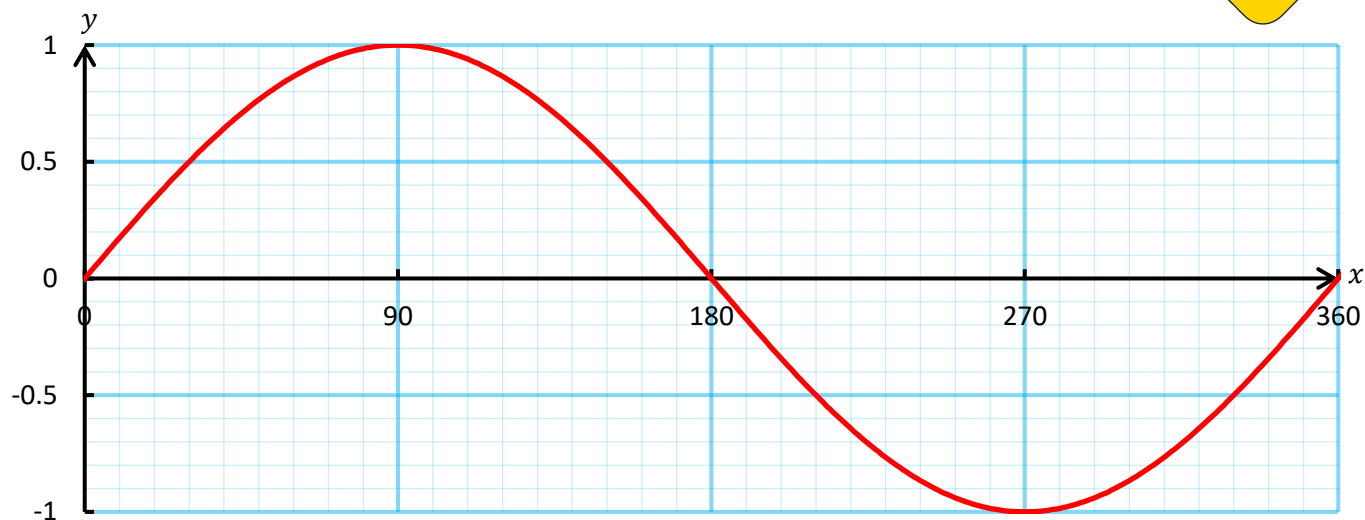
*Ateb:* I gychwyn, lluniwch y **llinell lorweddol**  $y = -0.3$  ar y graff. Mae'r llinell hon yn croestorri'r **gromlin las** mewn dau le gwahanol, felly mae dau ddatrysiad i'r hafaliad rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Gallwn ddarganfod un o'r datrysiadau gan ddefnyddio cyfrifiannell:

$$\begin{aligned} x &= \cos^{-1}(-0.3) \\ x &= 107.46^\circ \text{ i 2 le degol} \end{aligned}$$

Rydym yn darganfod yr ail ddatrysiad trwy ddefnyddio cymesuredd graff  $y = \cos x$ . Os yw  $107.46^\circ$  yn ddatrysiad, yna bydd  $360^\circ - 107.46^\circ = 252.54^\circ$  hefyd yn ddatrysiad. Felly'r atebion (i 2 le degol) yw  $107.46^\circ$  a  $252.54^\circ$ .

## Ymarfer 24

Mae'r diagram yn dangos braslun o  $y = \sin x$  ar gyfer gwerthoedd  $x$  o  $0^\circ$  i  $360^\circ$ .

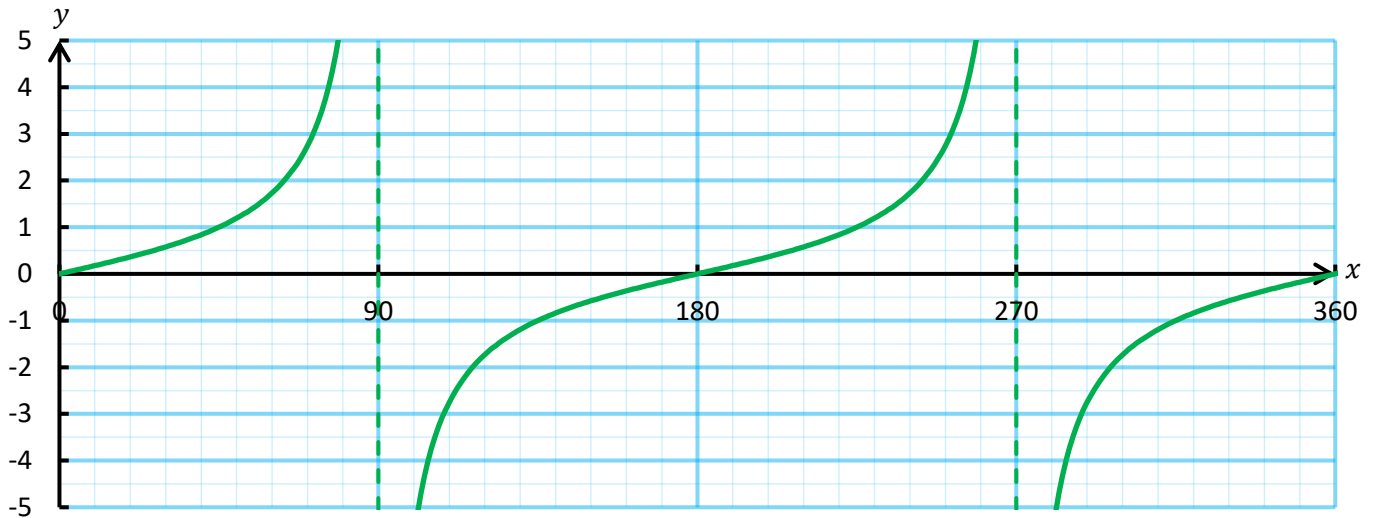


Cyfrifwch holl ddatrysiadau'r hafaliad canlynol rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

$$\sin x = 0.75$$

**Ymarfer 25**

Mae'r diagram yn dangos braslun o  $y = \tan x$  ar gyfer gwerthoedd  $x$  o  $0^\circ$  i  $360^\circ$ .

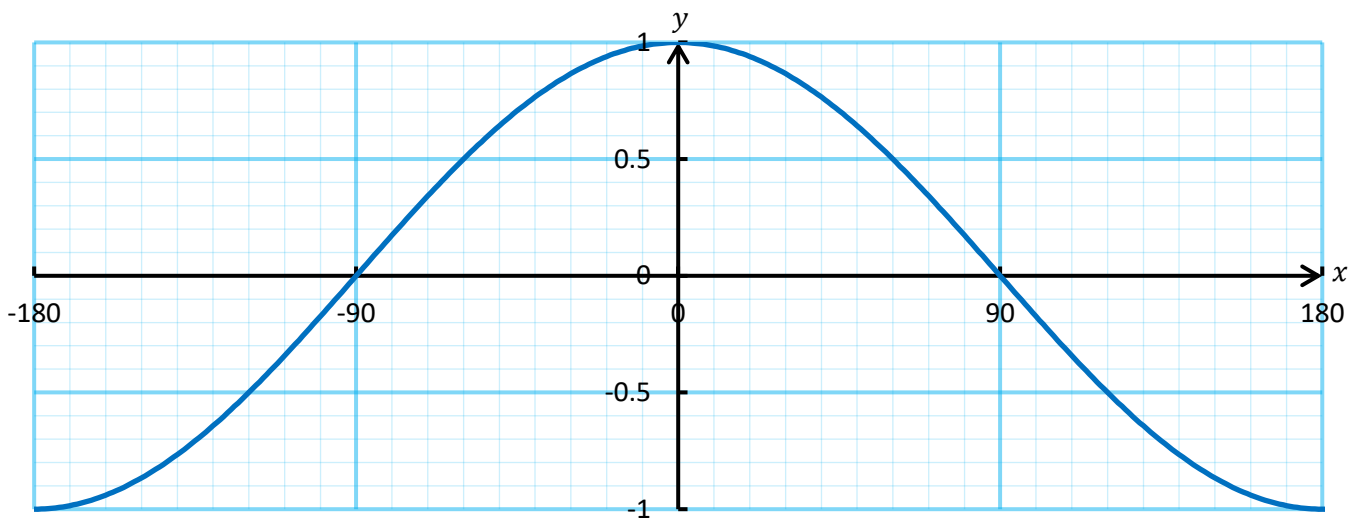


Cyfrifwch holl ddatrysiadau'r hafaliad canlynol rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

$$\tan x = 3$$

**Ymarfer 26**

Mae'r diagram yn dangos braslun o  $y = \cos x$  ar gyfer gwerthoedd  $x$  o  $-180^\circ$  i  $180^\circ$ .



Cyfrifwch holl ddatrysiadau'r hafaliad canlynol rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .

$$\cos x = -0.8$$

**Ymarfer 27**

Defnyddiwch graffiau addas i ddatrys yr hafaliadau trigonometrig canlynol.

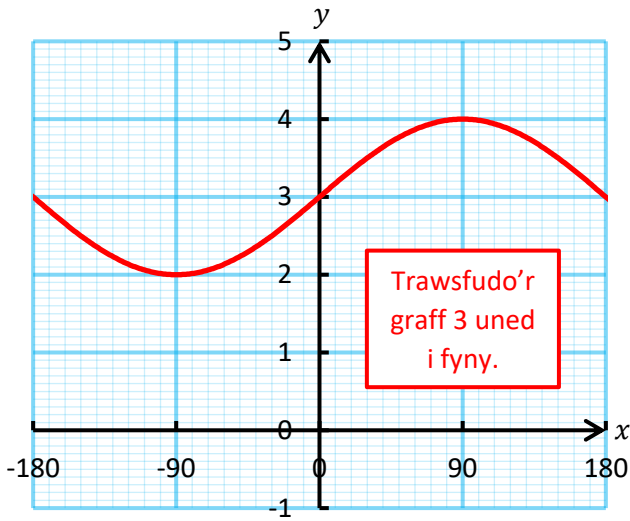
- (a)  $\sin x = 0.1$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$
- (b)  $\cos x = 0.83$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$
- (c)  $\tan x = 3.14$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$
- (ch)  $\sin x = 0.36$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$
- (d)  $\cos x = -0.4$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$
- (dd)  $\tan x = -1.3$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$

**Trawsfurfiadau Ffwythiannau**

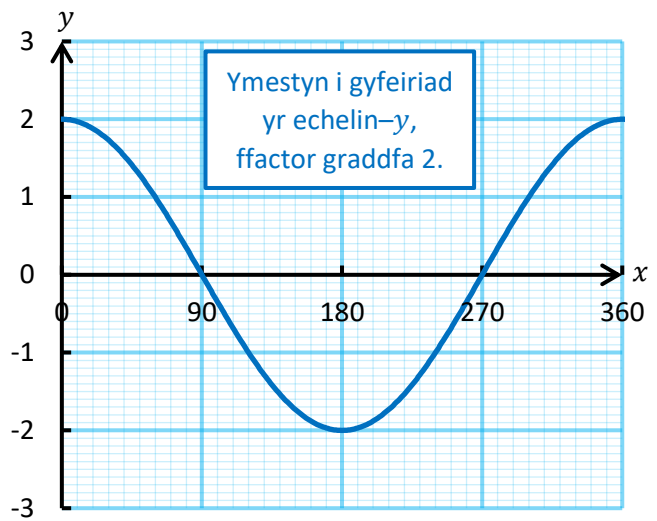
Dyma enghreifftiau o rai trawsfurfiadau sy'n defnyddio ffwythiannau trigonometrig.



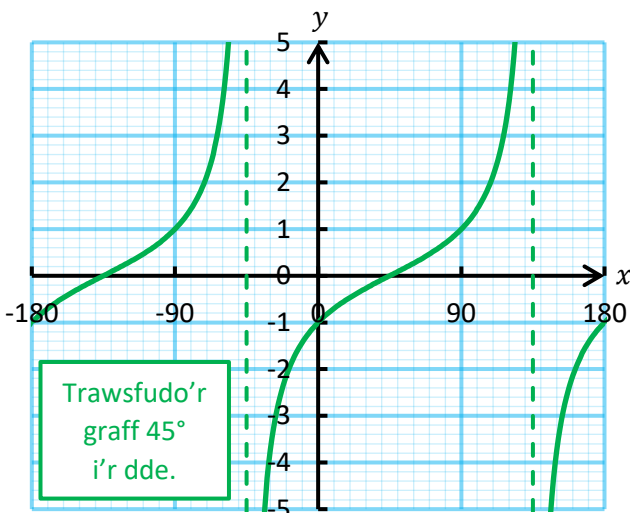
(a)  $y = \sin(x) + 3$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .



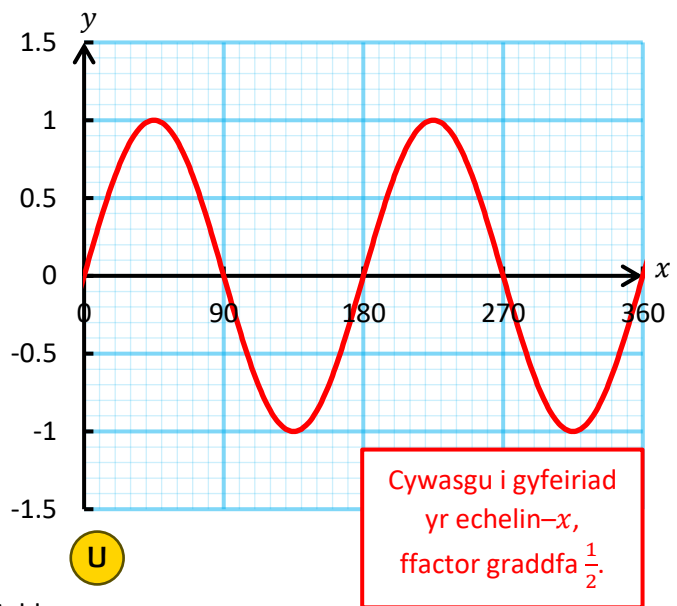
(b)  $y = 2 \cos(x)$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



(c)  $y = \tan(x - 45^\circ)$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .



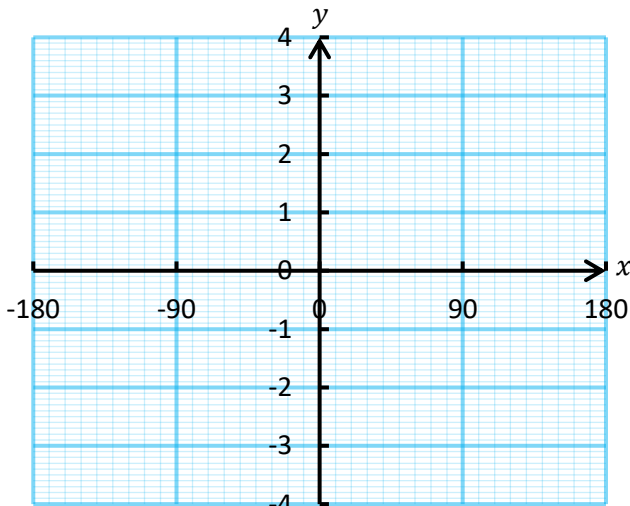
(ch)  $y = \sin(2x)$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



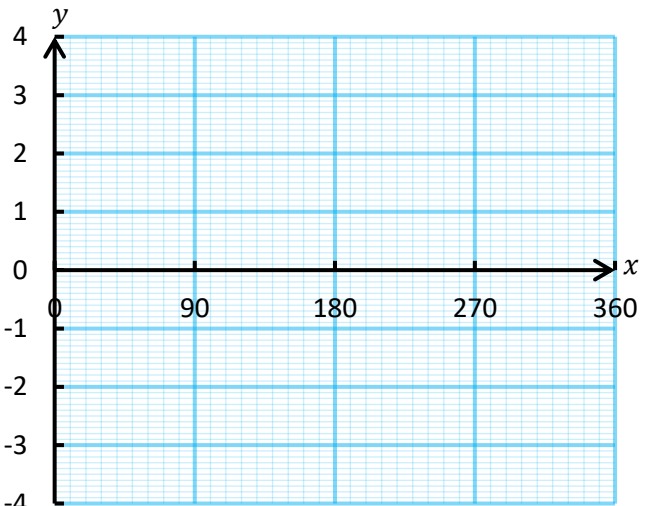
**Ymarfer 28**

Lluniwch y graffiau canlynol ar y papur graff sy'n cael ei ddarparu.

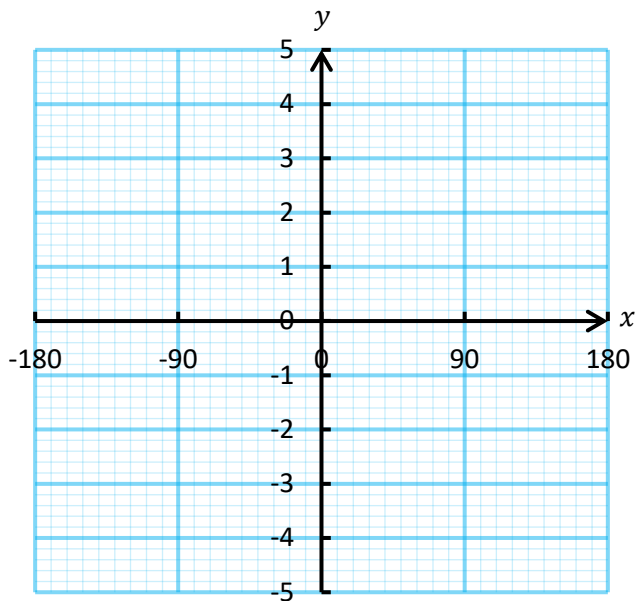
(a)  $y = \cos(x) - 2$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .



(b)  $y = -3 \sin(x)$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



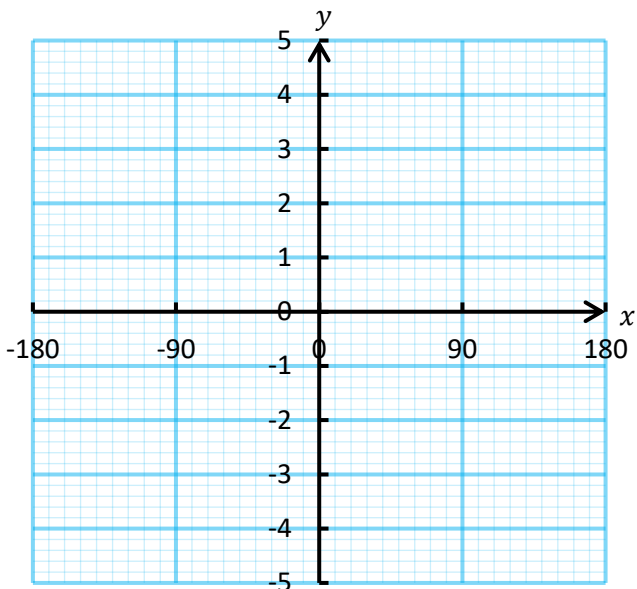
(c)  $y = \tan(2x)$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .



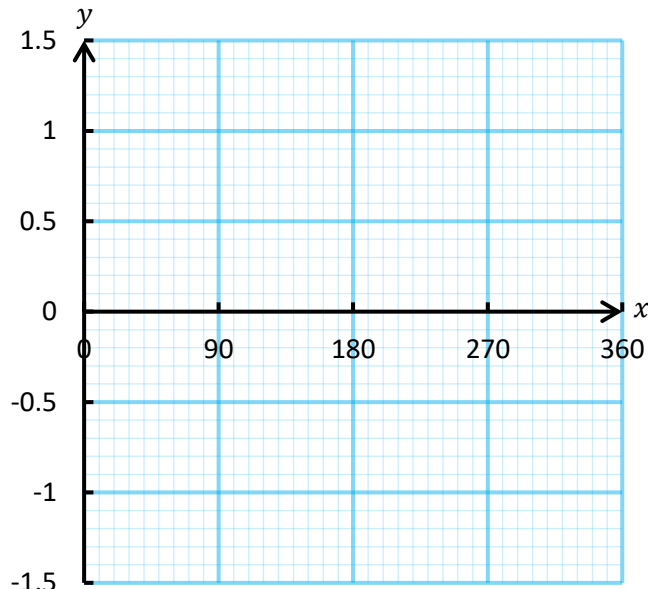
(ch)  $y = \cos(x + 45^\circ)$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



(d)  $y = -\tan(x)$  rhwng  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .



(dd)  $y = \sin(-x)$  rhwng  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...



Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gwybod sut i ddefnyddio trigonometreg i ddarganfod onglau a hydoedd mewn <b>siapiau tri dimensiwn</b> .			1	
Rwy'n gwybod sut i ddefnyddio'r <b>Rheol Sin</b> i ddarganfod <b>hydoedd ochrau</b> mewn trionglau.			3	
Rwy'n gwybod sut i ddefnyddio'r <b>Rheol Sin</b> i ddarganfod <b>meintiau onglau</b> mewn trionglau.			4, 7	
Rwy'n gwybod sut i ddefnyddio'r <b>Rheol Cosin</b> i ddarganfod <b>hydoedd ochrau</b> mewn trionglau.			4	
Rwy'n gwybod sut i ddefnyddio'r <b>Rheol Cosin</b> i ddarganfod <b>meintiau onglau</b> mewn trionglau.			2, 7	
Rwy'n gwybod <b>pryd</b> i ddefnyddio'r Rheol Sin neu'r Rheol Cosin i ddatrys problemau.			2, 3, 4, 7	
Rwy'n gwybod sut i ddefnyddio'r fformiwla $\frac{1}{2}ab \sin C$ i ddarganfod <b>arwynebedd trionglau</b> .			2, 3, 7	
Rwy'n gwybod sut i ddarganfod <b>arwynebedd segment cylch</b> .			3	
Rwy'n gallu adnabod a braslunio'r <b>graffiau trigonometrig</b> $y = \sin \theta$ , $y = \cos \theta$ a $y = \tan \theta$ .			5	
Rwy'n gallu <b>datrys hafaliadau trigonometrig</b> gyda chymorth graff trigonometrig.			5	
Rwy'n gallu llunio <b>trawsffurfiadau</b> o ffwythiannau trigonometrig.			6	



Yr Adran Fathemateg

11

Diwedd

Blwyddyn 11

Enw:

## Cynnwys

Pennod	Mathemateg	Rhif y Dudalen
Cynnig a Gwella	Datrys hafaliadau efo'r dull cynnig a gwella (i'r rhif cyfan agosaf; i un lle degol; i ddau le degol). Defnyddio'r <i>table mode</i> ar gyfrifiannell.	3
AER, APR	<b>Cyfradd Gywerth Flynyddol (AER). Dull amgen o gyfrifo AER. Cyfradd Ganrannol Flynyddol (APR).</b>	9



## Cynnig a Gwella

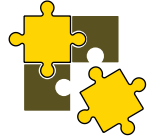
Os na allwn ddatrys hafaliad trwy ddulliau algebraidd, yna gallwn geisio datrys yr hafaliad trwy ddefnyddio'r dull **cynnig a gwella**.

Yn y dull yma, rydym yn cychwyn efo dyfaliad cyntaf synhwyrol (**cynnig**) ar gyfer yr ateb, ac yna'n **gwella** arno, nes rydym wedi ffeindio'r datrysiad i'r **manylder** angenrheidiol.

### Enghraifft

Gadewch i ni geisio datrys yr hafaliad

$$x^3 + 4x - 29 = 0$$



Gan nad ydym wedi gweld hafaliad o'r math yma o'r blaen (ac felly nid oes gennym ddull algebraidd o geisio datrys yr hafaliad), gadewch i ni ddefnyddio'r dull cynnig a gwella i geisio datrys yr hafaliad. Mi wnawn ni ddarganfod y datrysiad i'r rhif cyfan agosaf, a chaniatáu defnyddio cyfrifiannell i wneud y gwaith cyfrifo.

I gychwyn, gadewch i ni **ddyfalu** mai  $x = 5$  yw'r datrysiad i'r hafaliad. I weld os yw hyn yn gywir, rydym yn amnewid  $x = 5$  i mewn i ochr chwith yr hafaliad, a gweld os ydym yn cael sero ai peidio.

Botymau i'w pwysu (Casio fx-83GT CW)	Sgrin y cyfrifiannell

Mae'r swm yn rhoi'r ateb 116, sydd yn **rhy fawr** (mae'n fwy na sero). Felly mae'n rhaid cynnig rhif sydd yn **llai** na 5. Beth am gynnig  $x = 3$ :

Botymau i'w pwysu	Sgrin y cyfrifiannell

Mae'r ateb dal yn rhy fawr (mae 10 yn fwy na 0), felly rhaid cynnig rhif sydd yn llai fyth, dywed  $x = 2$ :

Botymau i'w pwysu	Sgrin y cyfrifiannell


Y tro hyn, gwelwn fod yr ateb yn **rhy fach** (mae  $-13$  yn llai na 0), felly gallwn ddweud bod y datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2$  ac  $x = 3$ . Gan ein bod wedi penderfynu datrys yr hafaliad yn gywir i'r rhif cyfan agosaf, rhaid yn awr penderfynu os yw'r gwir ddatrysiad yn agosach at  $x = 2$  neu at  $x = 3$ . Mae'n *ydddangos* bod yr ateb yn fwy agos at  $x = 3$  (gan fod 10 yn agosach at 0 nag yw  $-13$ ), ond nid yw hyn yn dystiolaeth ddigonol i **brofi** mai'r ateb (i'r rhif cyfan agosaf) yw  $x = 3$ . Yn hytrach, rhaid edrych ar y rhif sydd **hanner ffordd** rhwng 2 a 3 (sef 2.5), ac amnewid y rhif yma i mewn i'r hafaliad.

Botymau i'w pwysu	Sgrin y cyfrifiannell

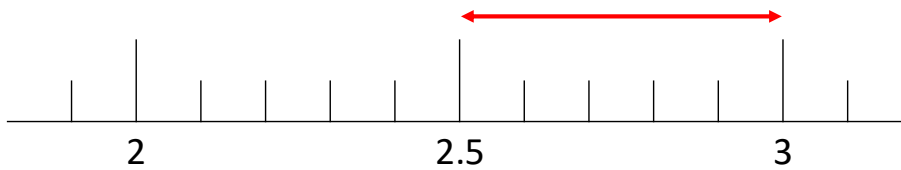
Gan fod  $-3.375$  yn llai na sero, gallwn ddweud bod y datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.5$  ac  $x = 3$ . Gan fyddai pob rhif yn yr amrediad yma yn talgrynnu (i'r rhif cyfan agosaf) i fod yn 3, gallwn ddweud yn awr, heb amheuaeth, mai'r datrysiad i'r hafaliad, i'r rhif cyfan agosaf, yw  $x = 3$ .

Dyma sut i osod allan yr ateb i'r cwestiwn yma ar ffurf tabl.

Cynnig	Gwerth $x^3 + 4x - 29$	Rhy fach / Rhy fawr?
5	116	Rhy fawr
3	10	Rhy fawr
2	-13	Rhy fach
2.5	-3.375	Rhy fach

 Mae'r datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.5$  ac  $x = 3$  felly, i'r rhif cyfan agosaf, y datrysiad i'r hafaliad yw  $x = 3$ .

Gallwn hefyd ddangos lleoliad ein datrysiad ar gyfer yr hafaliad ar linell rif.

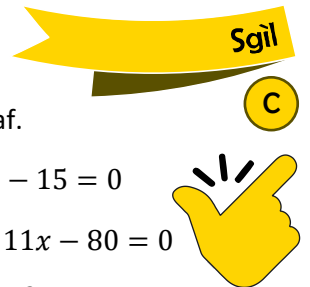


**Ymarfer 1**

Mae gan yr hafaliadau canlynol ddatrysiad rhwng  $x = 0$  ac  $x = 10$ .

Defnyddiwch y dull cynnig a gwella i ddarganfod y datrysiad hwn yn gywir i'r rhif cyfan agosaf.

- (a)  $x^3 + 8x - 15 = 0$
- (b)  $x^3 - 8x - 15 = 0$
- (c)  $x^3 - 2x - 15 = 0$
- (ch)  $x^2 + 7x - 100 = 0$
- (d)  $x^2 + 2x - 50 = 0$
- (dd)  $2x^2 - 11x - 80 = 0$
- (e)  $2x^3 - 2x - 15 = 0$
- (f)  $0.2x^3 - 10x + 4 = 0$
- (ff)  $x^4 - 60x^2 - 14 = 0$



**Cynnig a gwella i un lle degol**

Gadewch i ni ddychwelyd i'r enghraifft gynt o ddarganfod datrysiad i'r hafaliad  $x^3 + 4x - 29 = 0$ . Gwyddom, o'r gwaith gynt, mai'r datrysiad i'r hafaliad, i'r rhif cyfan agosaf, yw  $x = 3$ . Gadewch i ni'n awr ddarganfod y datrysiad yn fwy manwl, i un lle degol.



O'r tabl ar dop y dudalen yma, gwelwn fod amnewid  $x = 2.5$  i mewn i'r hafaliad yn rhoi ateb sy'n rhy fach (mae -3.375 yn llai na sero). Gadewch i ni felly geisio amnewid rhif sy'n fwy na 2.5, dywed  $x = 2.7$ .

Botymau i'w pwysu	Sgrin y cyfrifiannell

Mae 1.483 yn fwy na sero, felly mae'n rhaid cynnig rhif sy'n llai na 2.7, dywed  $x = 2.6$ .

Botymau i'w pwysu	Sgrin y cyfrifiannell

Mae -1.024 yn llai na sero, felly gallwn ddweud bod y datrysiad rhwng  $x = 2.6$  ag  $x = 2.7$ . Fel o'r blaen, rhaid yn awr penderfynu os yw'r gwir ddatrysiad yn agosach at  $x = 2.6$  neu at  $x = 2.7$ . I wneud hyn, rhaid edrych ar y rhif sydd **hanner ffordd** rhwng 2.6 a 2.7 (sef 2.65), ac amnewid y rhif yma i mewn i'r hafaliad.

Botymau i'w pwyso	Sgrin y cyfrifiannell

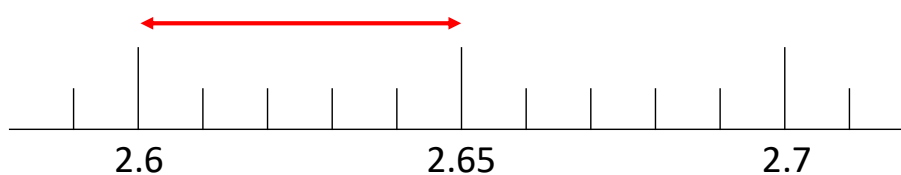
Gan fod 0.209625 yn fwy na sero, gallwn ddweud bod y datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.6$  ac  $x = 2.65$ . Gan fyddai pob rhif yn yr amrediad yma yn talgrynnu (i un lle degol) i fod yn 2.6, gallwn ddweud yn awr, heb amheuaeth, mai'r datrysiad i'r hafaliad, i un lle degol, yw  $x = 2.6$ .

Dyma sut i osod allan yr ateb i'r cwestiwn yma ar ffurf tabl (gan barhau'r gwaith o gynharach yn y bennod).

Cynnig	Gwerth $x^3 + 4x - 29$	Rhy fach / Rhy fawr?
5	116	Rhy fawr
3	10	Rhy fawr
2	-13	Rhy fach
2.5	-3.375	Rhy fach
2.7	1.483	Rhy fawr
2.6	-1.024	Rhy fach
2.65	0.209625	Rhy fawr

Mae'r datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.6$  ac  $x = 2.65$  felly, i un lle degol, y datrysiad i'r hafaliad yw  $x = 2.6$ .

Gallwn hefyd ddangos lleoliad ein datrysiad ar gyfer yr hafaliad ar linell rif.



**Ymarfer 2**

Mae gan yr hafaliadau canlynol ddatrysiad rhwng  $x = 0$  ac  $x = 10$ .

Defnyddiwch y dull cynnig a gwella i ddarganfod y datrysiad hwn yn gywir i un lle degol.

- (a)  $x^3 + 8x - 15 = 0$
- (b)  $x^3 - 7x - 120 = 0$
- (c)  $x^3 - 3x - 93 = 0$
- (ch)  $x^3 + 3x = 15$
- (d)  $x^2 + x - 79 = 0$
- (dd)  $x^2 + 3x = 39$
- (e)  $2x^3 - 2x - 11 = 0$
- (f)  $2x(x + 5) = 110$
- (ff)  $x^4 - 43x^2 - 25 = 0$



**Cynnig a gwella i ddau le degol**

Gadewch i ni ddychwelyd eto i'r enghraifft o ddatrys yr hafaliad  $x^3 + 4x - 29 = 0$ . Gwyddom, o'r gwaith gynt, mai'r datrysiad i un lle degol yw  $x = 2.6$ . Gadewch i ni'n awr ddarganfod y datrysiad yn fwy manwl, i ddau le degol.



O'r tabl ar dop y dudalen yma, gwelwn fod amnewid  $x = 2.65$  i mewn i'r hafaliad yn rhoi ateb sy'n rhy fawr (mae 0.209625 yn fwy na sero). Gadewch i ni felly geisio amnewid rhif sy'n llai na 2.65, dywed  $x = 2.64$ .

Botymau i'w pwyso	Sgrin y cyfrifiannell

Mae  $-0.040256$  yn llai na sero, felly gallwn ddweud bod y datrysiad rhwng  $x = 2.64$  ag  $x = 2.65$ . Fel o'r blaen, rhaid yn awr penderfynu os yw'r gwir ddatrysiad yn agosach at  $x = 2.64$  neu at  $x = 2.65$ . I wneud hyn, rhaid edrych ar y rhif sydd **hanner ffordd** rhwng 2.64 a 2.65 (sef 2.645), ac amnewid y rhif yma i mewn i'r hafaliad.

Botymau i'w pwysu	Sgrin y cyfrifiannell

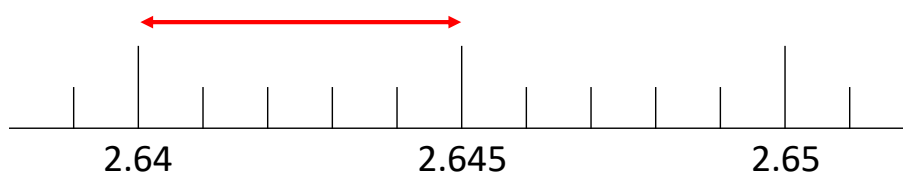
Gan fod 0.084486125 yn fwy na sero, gallwn ddweud bod y datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.64$  ac  $x = 2.645$ . Gan fyddai pob rhif yn yr amrediad yma yn talgrynnu (i ddau le degol) i fod yn 2.64, gallwn ddweud yn awr, heb amheuaeth, mai'r datrysiad i'r hafaliad, i ddau le degol, yw  $x = 2.64$ .

Dyma sut i osod allan yr ateb i'r cwestiwn yma ar ffurf tabl (gan barhau'r gwaith o gynharach yn y bennod).

Cynnig	Gwerth $x^3 + 4x - 29$	Rhy fach / Rhy fawr?
5	116	Rhy fawr
3	10	Rhy fawr
2	-13	Rhy fach
2.5	-3.375	Rhy fach
2.7	1.483	Rhy fawr
2.6	-1.024	Rhy fach
2.65	0.209625	Rhy fawr
2.64	-0.040256	Rhy fach
2.645	0.084486125	Rhy fawr

Mae'r datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.64$  ac  $x = 2.645$  felly, i ddau le degol, y datrysiad i'r hafaliad yw  $x = 2.64$ .

Gallwn hefyd ddangos lleoliad ein datrysiad ar gyfer yr hafaliad ar linell rif.



**Ymarfer 3**

Mae gan yr hafaliadau canlynol ddatrysiad rhwng  $x = 0$  ac  $x = 10$ .

Defnyddiwch y dull cynnig a gwella i ddarganfod y datrysiad hwn yn gywir i ddau le degol.

- (a)  $x^3 + 8x - 15 = 0$
- (b)  $x^3 - 5x - 120 = 0$
- (c)  $x^3 - 2x - 65 = 0$
- (ch)  $x^3 + 7x = 24$
- (d)  $x^2 + x - 43 = 0$
- (dd)  $x^2 + 6x = 24$
- (e)  $2x^3 - 3x - 25 = 0$
- (f)  $x(24 + x) = 18$
- (ff)  $x^4 - x^2 - 48 = 0$



**Defnyddio'r 'Table Mode'**

Mae rhai cyfrifiannellau gwyddonol efo 'table mode' sy'n gallu cael ei ddefnyddio i'n helpu ateb cwestiynau cynnig a gwella. Mantais defnyddio'r *table mode* yw ei fod yn dileu'r elfen o ddyfalu gan ei fod yn gallu dangos yr ateb i nifer o gynigion ar unwaith.



Gadewch i ni ddefnyddio'r *table mode* i ddatrys yr enghraifft o gynharach yn y bennod, sef darganfod y datrysiad i'r hafaliad  $x^3 + 4x - 29 = 0$  yn gywir i ddau le degol.

Botymau i'w pwysu (Casio fx-83GT CW)	Sgrin y cyfrifiannell	Nodiadau
		Mynd i mewn i'r Table Mode a chychwyn diffinio'r ffwythiant.
		Gorffen diffinio'r ffwythiant.
		Amnewid rhifau gwahanol i mewn i'r ffwythiant.
		Parhau i fewnbynnu rhifau er mwyn datrys yn gywir i ddau le degol. (Gallwch ddefnyddio'r saethau i weld yr ateb yn llawn.)

Gan ddefnyddio *table mode* y cyfrifiannell, dyma fyddai'n rhaid ysgrifennu fel ateb i'r cwestiwn yma.

Cynnig	Gwerth $x^3 + 4x - 29$	Rhy fach / Rhy fawr?
2	-13	Rhy fach
3	10	Rhy fawr
2.6	-1.024	Rhy fach
2.7	1.483	Rhy fawr
2.64	-0.040256	Rhy fach
2.65	0.209625	Rhy fawr
2.645	0.084486125	Rhy fawr

Mae'r datrysiad i'r hafaliad rhwng  $x = 2.64$  ac  $x = 2.645$  felly, i ddau le degol, y datrysiad i'r hafaliad yw  $x = 2.64$ .

**Ymarfer 4**

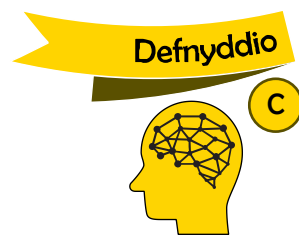
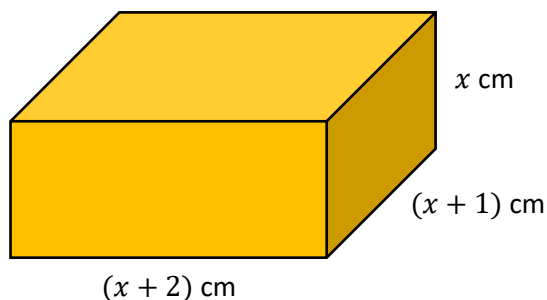
Mae gan yr hafaliadau canlynol ddatrysiad rhwng  $x = 0$  ac  $x = 10$ . Defnyddiwch y dull cynnig a gwella, a'r *table mode* ar eich cyfrifiannell, i ddarganfod y datrysiad hwn yn gywir i'r manylder a ddangosir.

- (a)  $x^2 - 4x - 3 = 0$  i'r rhif cyfan agosaf
- (b)  $x^3 + 6x - 31 = 0$  i un lle degol
- (c)  $x^3 + 8x - 15 = 0$  i ddau le degol
- (ch)  $x^2 - \sqrt{9x} - 1 = 0$  i'r cyfanrif agosaf
- (d)  $x^5 - 63x - 17 = 0$  i un lle degol
- (dd)  $x^3 - 6x - 19 = 0$  i ddau le degol



**Ymarfer 5**

(a) Hyd ciwboid yw  $(x + 2)$  cm, ei led yw  $(x + 1)$  cm a'i uchder yw  $x$  cm. Cyfaint y ciwboid yw  $140 \text{ cm}^3$ .

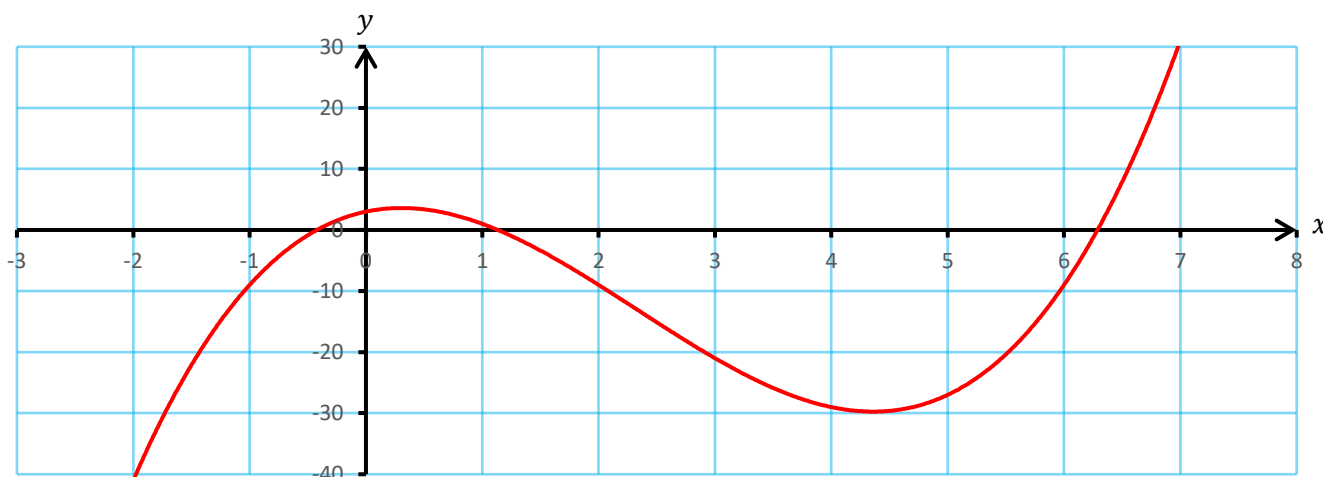


Cyfrifwch hyd y ciwboid yn gywir i un lle degol.

(b) Darganfyddwch y cyfanrif sy'n bodloni'r hafaliad  $x^3 + 4x = 240$ .

(c) Rhoddodd Huw rif i mewn i'w gyfrifiannell. At y rhif hwn, adiodd o giwb y rhif gwreiddiol. Cafodd Huw'r ateb 190.893. Darganfyddwch y rhif y rhoddodd Huw i mewn i'w gyfrifiannell gyntaf. Dangoswch eich holl waith cyfrifo.

(ch) Dyma graff  $y = x^3 - 7x^2 + 4x + 3$ .



Defnyddiwch y dull cynnig a gwella i ddarganfod, yn gywir i un lle degol, pob un o'r tri datrysiad i'r hafaliad  $x^3 - 7x^2 + 4x + 3 = 0$ .

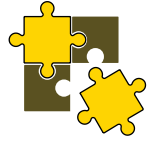


Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...



## AER, APR

Wrth **fenthig** neu **fuddsoddi** arian, mae'n bwysig ystyried y **gyfradd llog** (*interest rate*) sy'n cael ei ddefnyddio i gyfrifo'r **llog** sy'n cael ei ychwanegu i'r benthyciad neu fuddsoddiad. Mae ffactor arall yn bwysig fodd bynnag – **pa mor aml** mae'r llog yn cael ei ychwanegu. Mae hyn yn ei gwneud hi'n anodd cymharu cyfraddau llog yn uniongyrchol, os yw'r cyfnodau ar gyfer ychwanegu llog yn wahanol. Er enghraifft, ystyriwch eich bod eisiau buddsoddi swm o arian. Pa opsiwn yw'r gorau i chi: cyfradd llog 4% yn cael ei dalu bob chwe mis, neu gyfradd llog 2% yn cael ei dalu bob chwarter? Er mwyn gallu cymharu cyfraddau llog o'r math yma yn deg, rydym yn defnyddio'r canrannau arbennig **AER** ag **APR**.



**AER = Cyfradd Gywerth Flynyddol (Annual Equivalent Rate)**

Mae AER yn cael ei ddefnyddio i nodi'r llog canrannol a enillir mewn cyfnod o **un flwyddyn**. Mae'n eich galluogi i gymharu rhwng gwahanol gyfrifon sy'n talu llog ar wahanol amllder, e.e. bob mis, bob chwarter, bob chwe mis. Mae'r dull canlynol ar gyfer cyfrifo AER yn cael ei roi ar dudalen 2 y papur arholiad.

Mae AER, fel degolyn, yn cael ei chyfrifo gan ddefnyddio'r fformiwla  $\left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$ . Yma  $i$  yw'r gyfradd llog enwol y flwyddyn fel degolyn ac  $n$  yw nifer y cyfnodau adlogi y flwyddyn.

Yn Saesneg, 'cyfradd llog enwol' yw '*nominal interest rate*'. Weithiau bydd hwn yn cael ei alw'n gyfradd llog **crynswth** (*gross interest rate*).

### Ymarfer 6

Cwblhewch y tabl canlynol. (Mae'r rhes gyntaf wedi'i gwblhau i chi.)



Sgîl

U

Cyfradd llog	Nifer o gyfnodau adlogi y flwyddyn	Cyfradd llog enwol y flwyddyn
3%	4	12%
4%	2	
2.5%		7.5%
	12	6%

### Enghraifft

Cyfrifwch yr AER ar gyfer y ddau gyfrif cynilo yma: cyfradd llog 4% yn cael ei dalu bob chwe mis, a chyfradd llog 2% yn cael ei dalu bob chwarter.

*Cyfradd llog 4% yn cael ei dalu bob chwe mis*

*Cyfradd llog 2% yn cael ei dalu bob chwarter*

Mae 2 gyfnod adlogi yn ystod y flwyddyn.  
Y gyfradd llog enwol y flwyddyn yw  $4\% \times 2 = 8\%$ .  
Fel degolyn, mae hwn yn 0.08.

Mae 4 cyfnod adlogi yn ystod y flwyddyn.  
Y gyfradd llog enwol y flwyddyn yw  $2\% \times 4 = 8\%$ .  
Fel degolyn, mae hwn yn 0.08.

$$\text{AER} = \left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^2 - 1$$

$$\text{AER} = 0.0816$$

$$\text{AER} = \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^4 - 1$$

$$\text{AER} = 0.08243216$$



Fel canran, yr AER yw 8.16%.

Fel canran, yr AER yw 8.24%, yn gywir i 2 le degol.

Trwy gymharu'r ddau AER, mae'n bosib gweld mai'r ail gyfrif (2% yn cael ei dalu bob chwarter) yw'r opsiwn gorau, gan fod yr AER yn uwch.

**Ymarfer 7**

Cyfrifwch yr AER ar gyfer yr opsiynau canlynol ar gyfer cynilo arian.

- (a) Cyfradd llog 5% yn cael ei dalu bob chwe mis.      (b) Cyfradd llog 3% yn cael ei dalu bob chwarter.
- (c) Cyfradd llog 7% yn cael ei dalu bob 4 mis.      (ch) Cyfradd llog 2% yn cael ei dalu bob mis.
- (d) Cyfradd llog 8.4% yn cael ei dalu bob chwarter.      (dd) Cyfradd llog 0.25% yn cael ei dalu bob chwarter.

**Enghraifft**

Mae Susan yn bwriadu buddsoddi £2,500 mewn cyfrif cynilo am un flwyddyn.

Mae banc HSBC yn cynnig cyfradd llog enwol 3% y flwyddyn, gyda llog i'w dalu bob chwarter.

- (a) Cyfrifwch yr AER ar gyfer cynnig HSBC.
- (b) Pe bai Susan yn dewis buddsoddi'r arian efo HSBC am un flwyddyn, faint o arian fyddai yn ei chyfrif ar ddiwedd y flwyddyn?

*Ateb:* (a) Gyda llog yn cael ei dalu bob chwarter, mae 4 cyfnod adlogi yn ystod y flwyddyn.

$$\text{AER} = \left(1 + \frac{0.03}{4}\right)^4 - 1$$

$$\text{AER} = 0.03033919066 \dots$$

$$\text{AER} = 3.03\%, \text{ i 2 le degol.}$$

(b) Dull 1: Defnyddio'r AER.

$$£2,500 \times 103.033919066\% = £2,575.85, \text{ i'r geiniog agosaf.}$$

Dull 2: Defnyddio'r gyfradd llog enwol.

$$3\% \text{ y flwyddyn felly } 3 \div 4 = 0.75\% \text{ y chwarter.}$$

$$£2,500 \times 100.75\%^4 = £2,575.85, \text{ i'r geiniog agosaf.}$$

Defnyddio'r ganran cyn ei dalgrynnu er mwyn cael ateb manwl gywir.

Mae'r £2,500 yn cynyddu 0.75% bedair gwaith.

**Ymarfer 8**

(a) Mae Dave yn bwriadu buddsoddi £4,000 mewn cyfrif cynilo am un flwyddyn. Mae banc Barclays yn cynnig cyfradd llog enwol 2% y flwyddyn, gyda llog i'w dalu bob chwarter.

- (i) Cyfrifwch yr AER ar gyfer cynnig Barclays.
- (ii) Pe bai Dave yn dewis buddsoddi'r arian efo Barclays am un flwyddyn, faint o arian fyddai yn ei chyfrif ar ddiwedd y flwyddyn?

(b) Mae Victoria'n bwriadu buddsoddi £2,500 mewn cyfrif cynilo am un flwyddyn. Mae banc HSBC yn cynnig cyfradd llog enwol 5% y flwyddyn, gyda llog i'w dalu bob mis.

- (i) Cyfrifwch yr AER ar gyfer cynnig HSBC.
- (ii) Pe bai Victoria'n dewis buddsoddi'r arian efo HSBC am un flwyddyn, faint o arian fyddai yn ei chyfrif ar ddiwedd y flwyddyn?

(c) Beth sydd orau: buddsoddi arian mewn cyfrif sy'n cynnig AER 4%, neu fuddsoddi arian mewn cyfrif sy'n cynnig llog 1% bob tri mis?

(ch) Bob amser / weithiau / byth: Mae AER o hyd yn fwy na'r gyfradd llog enwol.



**Enghraifft**

(a) Mae Morgan yn buddsoddi £400 efo banc Barclays ar AER o 2.4%. Faint o arian fydd gan Morgan yn y banc mewn 3 blynedd?

(b) Pedair blynedd yn ôl, rhoddodd Mari swm o arian mewn cyfrif cynilo ym manc HSBC ar AER o 4.5%. Mae'r arian nawr yn werth £4,000. Beth fyddai'r isafswm gallai Mari fod wedi ei fuddsoddi i gyflawni hyn?

Ateb: (a)  $£400 \times 102.4\%^3 = £429.50$ , i'r geiniog agosaf.

(b)  $? \times 104.5\%^4 = £4,000$

$? = £4,000 \div 104.5\%^4$

$? = £3,354.25$ , i'r geiniog agosaf.

**Ymarfer 9**

U

(a) Mae Ffion yn buddsoddi £800 efo banc Lloyds ar AER o 3.1%. Faint o arian fydd gan Ffion yn y banc mewn 5 mlynedd?

(b) Tair blynedd yn ôl, rhoddodd Jac swm o arian mewn cyfrif cynilo ym manc Santander ar AER o 2.3%. Mae'r arian nawr yn werth £1,400. Beth fyddai'r isafswm gallai Jac fod wedi ei fuddsoddi i gyflawni hyn?

(c) Mae Meical yn buddsoddi £6,500 efo banc Halifax ar AER o 1.7%. Faint o arian fydd gan Meical yn y banc mewn 2 flynedd?

(ch) Naw mlynedd yn ôl, rhoddodd Catrin swm o arian mewn cyfrif cynilo ym manc Barclays ar AER o 6.25%. Mae'r arian nawr yn werth £20,000. Beth fyddai'r isafswm gallai Catrin fod wedi ei fuddsoddi i gyflawni hyn?

(d) Mae gan Megan £5,000 i'w fuddsoddi ym manc HSBC ar AER o 6.4%. Ymhen sawl blwyddyn bydd arian Megan yn werth mwy na £7,000?

**Dull amgen o gyfrifo AER**

Yn ogystal â'r dull sy'n cael ei roi ar dudalen 2 papur arholiad TGAU, mae'n bosib defnyddio'r dull canlynol ar gyfer cyfrifo AER.



$$\text{AER} = \frac{\text{Llog wedi'i Gronni dros un flwyddyn}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

**Enghraifft**

Cyfrifwch yr AER ar gyfer cyfrif cynilo sy'n cynnig llog 4% yn cael ei dalu bob chwarter.

Ateb: Dychmygwch ein bod yn buddsoddi £1,000 i mewn i'r cyfrif cynilo yma. Gwerth yr arian ar ôl un flwyddyn yw  $£1,000 \times 104\%^4 = £1,169.86$  (i'r geiniog agosaf), felly'r llog sy'n cael ei Gronni dros un flwyddyn yw £169.86 (i'r geiniog agosaf). Felly'r AER yw  $\frac{169.86}{1000} \times 100\% = 16.99\%$ , i 2 le degol.

(Mae'r dull blaenorol yn rhoi'r un ateb, gan fod  $\left(1 + \frac{0.16}{4}\right)^4 - 1 = 0.16985856 = 16.99\%$ , i 2 le degol.)

Cronni = Accrue

**Ymarfer 10**

Defnyddiwch y dull amgen o gyfrifo AER i gyfrifo'r AER ar gyfer yr opsiynau canlynol ar gyfer cynilo arian.

(a) Cyfradd llog 5% yn cael ei dalu bob chwe mis.

(b) Cyfradd llog 3% yn cael ei dalu bob chwarter.

(c) Cyfradd llog 7% yn cael ei dalu bob 4 mis.

(ch) Cyfradd llog 2% yn cael ei dalu bob mis.

(d) Cyfradd llog 8.4% yn cael ei dalu bob chwarter.

(dd) Cyfradd llog 0.25% yn cael ei dalu bob chwarter.

Sgîl

U



**APR = Cyfradd Ganrannol Flynyddol (Annual Percentage Rate)**



Mae **APR** yn cael ei ddefnyddio ar gyfer cyfrifon ble mae'n rhaid talu am y cyfrif neu mae yna gostau ychwanegol yn gysylltiedig â'r cyfrif.

Ar gyfer cyfrif cynilo,

$$APR = \frac{\text{Llog wedi'i Gronni dros un flwyddyn} - \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Ar gyfer cyfrif benthg arian,

$$APR = \frac{\text{Llog wedi'i Gronni dros un flwyddyn} + \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$



Yn y rhan fwyaf o achosion, **nid oes** costau ychwanegol yn gysylltiedig â chyfrifon **cynilo**, felly mae'r cyfraddau AER ag APR yr un peth. Mae hyn yn egluro pam rydym yn gweld cyfraddau AER wrth ochr hysbysebion am gyfrifon cynilo.

Yn y rhan fwyaf o achosion, **mae** costau ychwanegol yn gysylltiedig â chyfrifon **benthg arian**, felly mae'n rhaid defnyddio'r gyfradd APR. Mae hyn yn egluro pam rydym yn gweld cyfraddau APR wrth ochr hysbysebion am gyfrifon benthg arian megis morgaeisi, cardiau credyd a benthgiadau o'r banc.

### Enghraifft

Mae Huw yn bwriadu benthg £4,800 o gwmni *Loans4U*. Mae'r cwmni'n cynnig cyfradd llog 4% y mis, ac yn codi tâl blynyddol o £150 am ddefnyddio'r cyfrif.

- (a) Faint o log bydd y benthgiad yma'n ei Gronni dros gyfnod o un flwyddyn?  
 (b) Cyfrifwch yr APR ar gyfer y benthgiad yma.

*Ateb:* (a) Mae 12 cyfnod adlogi yn ystod y flwyddyn.  $£4,800 \times 104\%^{12} = £7,684.95$ , i'r geiniog agosaf.  
 Felly mae  $£7,684.95 - £4,800 = £2,884.95$  o log wedi'i Gronni mewn blwyddyn.

$$(b) APR = \frac{\text{Llog wedi'i Gronni dros un flwyddyn} + \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

$$APR = \frac{2884.95 + 150}{4800} \times 100\%$$

$$APR = 63.2\%, \text{ i un lle degol.}$$



**Defnyddio**

U

### Ymarfer 11

(a) Mae Lisa'n bwriadu benthg £7,000 o gwmni *BestLoans*. Mae'r cwmni'n cynnig cyfradd llog 2% y mis, ac yn codi tâl blynyddol o £200 am ddefnyddio'r cyfrif.

- (i) Faint o log bydd y benthgiad yma'n ei Gronni dros gyfnod o un flwyddyn?  
 (ii) Cyfrifwch yr APR ar gyfer y benthgiad yma.

(b) Mae Deiniol yn bwriadu benthg £24,000 o gwmni *LoanKing*. Mae'r cwmni'n cynnig cyfradd llog 4% bob chwe mis, ac yn codi tâl misol o £15 am ddefnyddio'r cyfrif.

- (i) Faint o log bydd y benthgiad yma'n ei Gronni dros gyfnod o un flwyddyn?  
 (ii) Cyfrifwch yr APR ar gyfer y benthgiad yma.

(c) Mae Sophie'n bwriadu benthg £154,000 o gwmni *MorgaisGorau*. Mae'r cwmni'n cynnig cyfradd llog 0.4% bob mis, ac yn codi tâl blynyddol o £300 am ddefnyddio'r cyfrif.

- (i) Faint o log bydd y benthgiad yma'n ei Gronni dros gyfnod o un flwyddyn?  
 (ii) Cyfrifwch yr APR ar gyfer y benthgiad yma.



**Enghraifft**

Cyfrifwch yr AER neu'r APR ar gyfer bob un o'r sefyllfaoedd canlynol.

**Sefyllfa 1: Cyfrif cynilo efo dim costau.**

*Dull 1:* Defnyddio'r fformiwla  $AER = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$

Cyfradd llog enwol y flwyddyn  $3\% \times 4 = 12\%$ .

$$AER = \left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^4 - 1$$

$$AER = 0.12550881 \dots$$

AER = 12.55% i 2 le degol.

*Dull 2:* Defnyddio'r fformiwla

$$AER = \frac{\text{Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Gwerth ar ddiwedd y flwyddyn

$$= £2,500 \times 103\%^4$$

= £2,813.77 i'r geiniog agosaf.

Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn

$$= £2,813.77 - £2,500$$

$$= £313.77$$

$$AER = \frac{£313.77}{£2,500} \times 100\%$$

AER = 12.55% i 2 le degol.

**Sefyllfa 2: Cyfrif cynilo efo costau £40 y flwyddyn.**

Rhaid defnyddio'r fformiwla

$$APR = \frac{\text{Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn} - \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Gwerth ar ddiwedd y flwyddyn

$$= £2,500 \times 103\%^4$$

= £2,813.77 i'r geiniog agosaf.

Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn

$$= £2,813.77 - £2,500$$

$$= £313.77$$

$$APR = \frac{£313.77 - £40}{£2,500} \times 100\%$$

APR = 10.95% i 2 le degol.

**£2,500**

**Cyfradd llog 3%  
bob chwarter**

**Sefyllfa 4: Cyfrif benthg arian efo costau £40 y flwyddyn.**

Rhaid defnyddio'r fformiwla

$$APR = \frac{\text{Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn} + \text{costau}}{\text{Gwerth cychwynnol}} \times 100\%$$

Benthyciad ar ddiwedd y flwyddyn

$$= £2,500 \times 103\%^4$$

= £2813.77 i'r geiniog agosaf.

Llog wedi'i gronni dros un flwyddyn

$$= £2,813.77 - £2,500$$

$$= £313.77$$

$$APR = \frac{£313.77 + £40}{£2,500} \times 100\%$$

APR = 14.15% i 2 le degol.

**Sefyllfa 3: Cyfrif benthg arian efo dim costau.**

Mae'r cyfrifiadau'n union yr un peth ag ar gyfer sefyllfa 1. Felly'r AER yw 12.55% i 2 le degol.

Gan nad oes unrhyw gostau, mae'r APR hefyd yn 12.55% i 2 le degol.

**Ymarfer 12**

Cyfrifwch yr AER neu'r APR ar gyfer bob un o'r sefyllfaoedd canlynol.

- (a) Buddsoddiad o £1,500 mewn cyfrif cynilo efo cyfradd llog 2% y chwarter.
- (b) Buddsoddiad o £2,400 mewn cyfrif cynilo efo cyfradd llog 5% bob chwe mis a chostau £50 y flwyddyn.
- (c) Benthyciad o £3,500 oddi wrth cyfrif benthyc arian efo cyfradd llog 3.2% y chwarter.
- (ch) Benthyciad o £15,000 oddi wrth cyfrif benthyc arian efo cyfradd llog 1.2% y mis a chostau £150 y flwyddyn.
- (d) Benthyciad o £140,000 oddi wrth cyfrif benthyc arian efo cyfradd llog 1.8% bob chwe mis a chostau £50 bob chwarter.
- (dd) Buddsoddiad o £250,000 mewn cyfrif cynilo efo cyfradd llog 0.4% y mis a chostau £5 y mis.

**Sialens!**

Mae gwefan HSBC yn dangos y wybodaeth ganlynol am fenthyciad personol o £10,000 dros 12 mis.

<p>How much would you like to borrow? Enter a value between 1,000 and 25,000</p> <input type="text" value="GBP 10,000"/> <p>GBP 1,000 <span style="float: right;">GBP 25,000</span></p> <p>Over how many months? Enter a value between 12 and 60</p> <input type="text" value="12"/> <p>12 months <span style="float: right;">60 months</span></p>	<p><b>Representative example*</b></p> <p>Total amount payable GBP 10,340.09</p> <p>Monthly repayment GBP 861.67</p> <p>Representative 6.4% APR</p> <p>Interest rate p.a. fixed 6.4%</p>
--	---

<https://www.hsbc.co.uk/loans/products/personal/> , 11/05/2025

Mae 6.4% o £10,000 yn £640. Pan nad yw'r cyfanswm i'w dalu'n ôl yn £10,640? Ymchwiliwch...

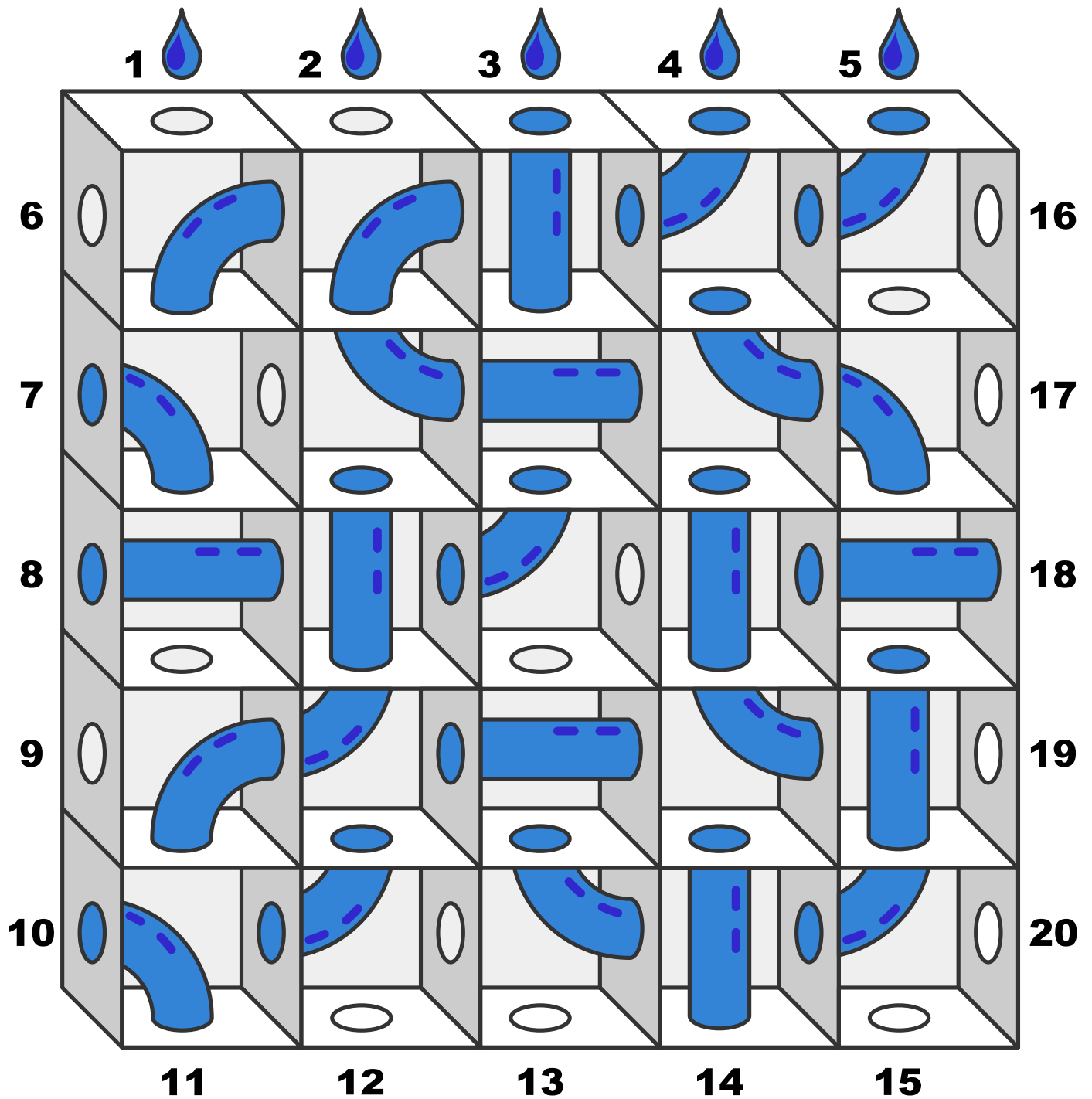


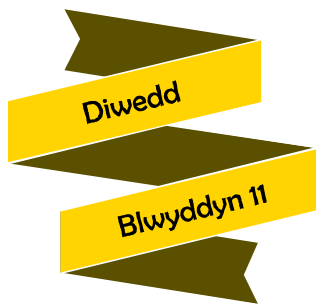
Geirfa Allweddol	Cywiriadau	Rwyf yn hapus efo...	Rwyf angen adolygu...

**Pos**

Mae tu blaen y tanc isod yn solid ac yn dryloyw.

Ble fydd yr hylif yn arllwys allan os yw'n cael ei dywallt i mewn i dwll 1?  
Beth am dwll 2? Twll 3? Twll 4? Twll 5?







## Myfyrio

Enw: .....

Canran yn y prawf: .....

	Yn gwybod y gwaith? 	Angen adolygu? 	Cwestiwn yn y prawf	Yn gywir yn y prawf?
Rwy'n gallu defnyddio'r dull <b>cynnig a gwella</b> i ddatrys hafaliadau yn gywir i'r <b>rhif cyfan agosaf</b> ; i <b>un lle degol</b> neu i <b>ddau le degol</b> .			1	
Rwy'n gallu defnyddio'r dull cynnig a gwella i <b>ddatrys hafaliadau</b> , e.e. darganfod y cyfanrif sy'n bodloni'r hafaliad $x^3 - 2x = 115$ .				
Rwy'n gallu <b>cyfrifo'r AER</b> ar gyfer cyfrifon cynilo gan ddefnyddio'r fformiwla $\left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$ .			2	
Rwy'n gallu defnyddio AER i gyfrifo <b>faint o arian</b> sydd mewn cyfrifon cynilo, ar ddiwedd neu ar gychwyn buddsoddiad.			2, 3, 4	
Rwy'n gallu <b>cyfrifo'r APR</b> ar gyfer cyfrifon cynilo neu fenthg arian ble mae costau ychwanegol yn gysylltiedig â'r cyfrif.			5	



 [@mathemateg](https://twitter.com/mathemateg)  [/adolygumathemateg](https://www.youtube.com/channel/UCadolygumathemateg)  
 [/mathscreuddyn](https://www.facebook.com/mathscreuddyn)  [www.mathemateg.com](http://www.mathemateg.com)