



Uned 1, Pecyn 3

12

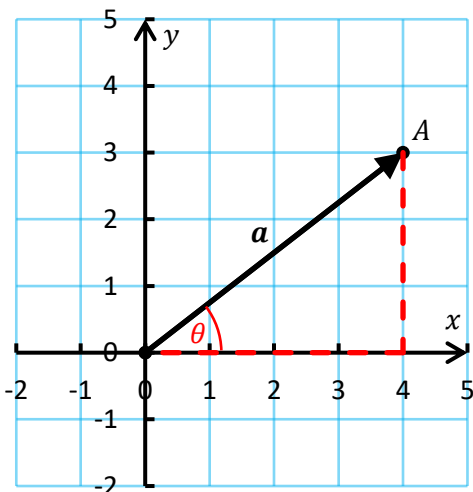
Cyflwyno

Fectorau

$$\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$



Enw:

Cefndir

Beth yw'r gwaith?

Fectorau yw'r iaith sy'n disgrifio lleoliad a symudiad.

Beth sydd ei angen cyn cychwyn?

Gwaith TGAU: Cyfesurynnau; cymhareb; Theorem Pythagoras; trigonometreg; anhafaleddau.

I ble mae'n arwain?

Uned 2: Gweithio efo grymoedd.
Uned 4: Mudiant mewn dau ddimensiwn.
Cymwysiadau: Graffeg cyfrifiadurol; peirianeg; ffiseg; hedfan.

Theori



Theori

Mae mesur **sgalar** efo maint yn unig, gyda'r cyfeiriad ddim yn bwysig. Er enghraifft, mae *buanedd* yn fesur sgalareidd. Os yw person yn rhedeg ar fuanedd 10 mya, yna nid ydym yn gwybod i ba gyfeiriad y mae'n rhedeg.

Mae **fector** yn fesur sydd efo maint **a** chyfeiriad. Er enghraifft, mae *cyflymder* yn fesur sy'n fector. Os yw person yn rhedeg ar gyflymder 10 mya, yna rhaid nodi hefyd i ba gyfeiriad y mae'n rhedeg. Gallwn wneud hyn gan ddefnyddio cyfeiriant (e.e. 053°), ond hefyd gallwn ysgrifennu'r fector yn ei **ffurf cydran**.

Enghraifft

Mae $\mathbf{a} = 6\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ yn enghraifft o fector wedi'i ysgrifennu yn ei ffurf cydran.

Mae \mathbf{i} yn cynrychioli symud un uned ar hyd yr echelin- x .

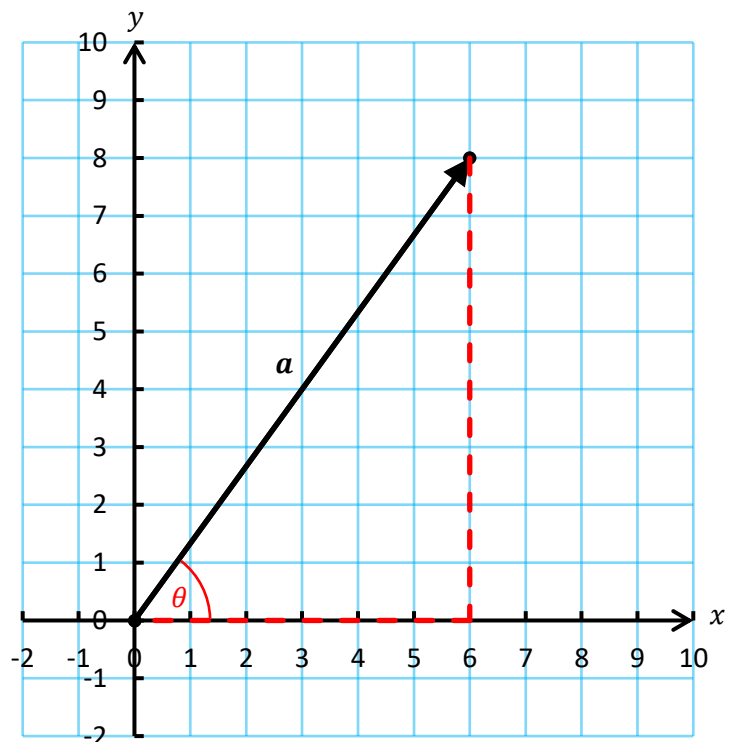
Mae \mathbf{j} yn cynrychioli symud un uned ar hyd yr echelin- y .

Yn y fector \mathbf{a} , 6 yw'r gydran x ac 8 yw'r gydran y .

Mae'r diagram ar y dde yn dangos y fector \mathbf{a} fel saeth sy'n mynd o'r tarddbwynt i'r cyfesuryn (6, 8).

Gallwn ddefnyddio Theorem Pythagoras i gyfrifo **maint** $|\mathbf{a}|$ y fector, sef yr hyd o'r tarddbwynt i'r pwynt (6, 8):

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}| &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ |\mathbf{a}| &= \sqrt{100} \\ |\mathbf{a}| &= 10 \end{aligned}$$



Gallwn ddefnyddio trigonometreg i gyfrifo'r ongl θ y mae'r fector yn ei wneud efo'r echelin- x :

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{8}{6} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \\ \theta &= 53.13^\circ \text{ i 2 le degol.} \end{aligned}$$

Nodiant

Ar gyfrifiadur, mae factor yn cael ei ysgrifennu gan ddefnyddio print trwm:

$$\mathbf{a} = 6\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$$

Efo papur a phensil, mae factor yn cael ei ysgrifennu gan ddefnyddio tanlinellu:

$$\underline{a} = 6\underline{i} + 8\underline{j}$$

Os yw factor yn cynrychioli'r daith sy'n mynd o'r pwynt A i'r pwynt B , yna mae'r factor yn cael ei ysgrifennu fel \overrightarrow{AB} neu \overline{AB} .

Enghraifft

Yn y diagram ar y dde, y factorau $\mathbf{a} = 5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 6\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$ yw **factorau safle** y pwyntiau $A = (5, 3)$ a $B = (6, -5)$.

Gwelwn o'r diagram mai'r **factor** sy'n mynd o'r pwynt A i'r pwynt B yw $\overrightarrow{AB} = \mathbf{i} - 8\mathbf{j}$.

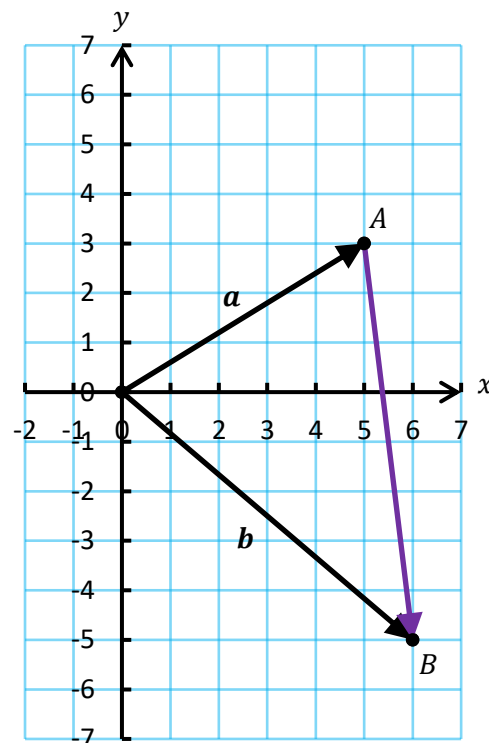
I ddarganfod y factor \overrightarrow{AB} o'r factorau \mathbf{a} a \mathbf{b} , gallwn ddefnyddio'r hafaliad

$$\overrightarrow{AB} = -\mathbf{a} + \mathbf{b}$$

Mae hwn yn cynrychioli'r llwybr canlynol i fynd o'r pwynt A i'r pwynt B : cychwyn yn y pwynt A ; mynd yn ôl i'r tarddbwynt (mynd yn erbyn y factor \mathbf{a}); ac yna dilyn y factor \mathbf{b} i gyrraedd y pwynt B .

Yn yr enghraifft,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= -(5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) + (6\mathbf{i} - 5\mathbf{j}) \\ \overrightarrow{AB} &= -5\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 6\mathbf{i} - 5\mathbf{j} \\ \overrightarrow{AB} &= \mathbf{i} - 8\mathbf{j} \end{aligned}$$



Factorau Paralel

Mae dau factor yn baralel os yw $\mathbf{a} = \alpha\mathbf{b}$ ar gyfer rhyw rif $\alpha \neq 0$.

Er enghraifft, mae'r ddau factor $\mathbf{a} = 12\mathbf{i} - 21\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$ yn baralel gan fod $\mathbf{a} = 3\mathbf{b}$.

Ymarfer 1

Mae'r diagram ar y dde'n dangos y factor $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$.

(a) Cyfrifwch $|\mathbf{a}|$.

.....

.....

.....

.....

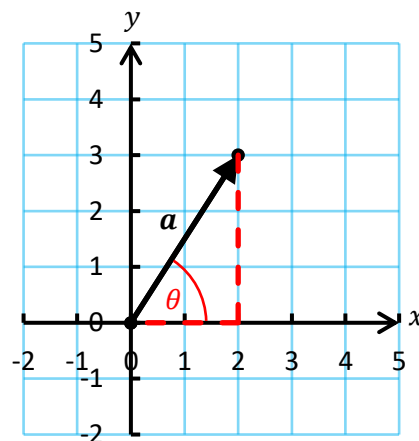
(b) Cyfrifwch faint yr ongl θ y mae'r factor \mathbf{a} yn ei wneud efo'r echelin- x .

.....

.....

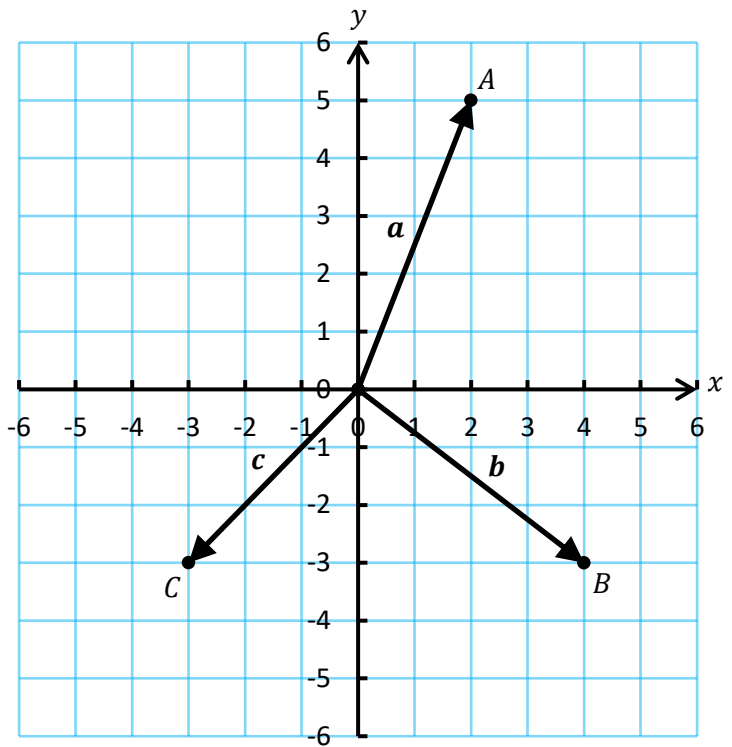
.....

.....



Ymarfer 2

Mae'r diagram ar y dde'n dangos y fectorau $a = 2i + 5j$, $b = 4i - 3j$ ac $c = -3i - 3j$, sy'n fectorau safle ar gyfer y pwyntiau A , B ac C .



(a) Cyfrifwch $|a|$.

.....

.....

.....

(b) Darganfyddwch y fector AB .

.....

.....

.....

(c) Darganfyddwch y fector AC .

.....

.....

.....

(ch) Darganfyddwch y fector BC .

.....

.....

.....

(dd) Cyfrifwch y fector $a + b$.

.....

.....

.....

(f) Cyfrifwch y fector $2a - 4b$.

.....

.....

.....

(g) A yw'r fector a yn baralel i'r fector $6i + 25j$?

.....

.....

.....

(d) Darganfyddwch y fector BA .

.....

.....

.....

(e) Cyfrifwch y fector $3a$.

.....

.....

.....

(ff) Cyfrifwch y fector $3b - 5c$.

.....

.....

.....

(ng) A yw'r fector c yn baralel i'r fector $12i + 12j$?

.....

.....

.....

Fectorau Uned

Gadewch i a gynrychioli fector cyffredinol efo hyd $|a|$. Y fector \hat{a} yw'r **fector uned** sy'n mynd i'r un cyfeiriad â'r fector a , ond sydd efo hyd 1 uned.

$$\hat{a} = \frac{a}{|a|}$$

Enghraifft

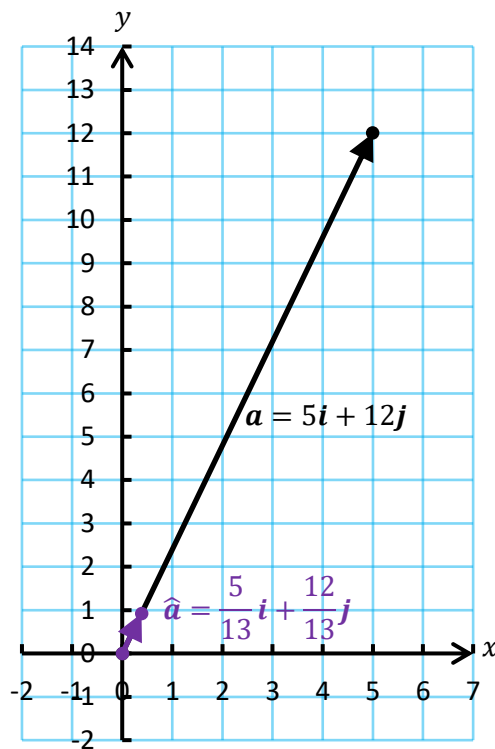
Os yw $a = 5i + 12j$, yna

$$|a| = \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$|a| = 13$$

$$\hat{a} = \frac{5i + 12j}{13}$$

$$\hat{a} = \frac{5}{13}i + \frac{12}{13}j$$



Ymarfer 3

(a) Os yw $a = 9i + 12j$, darganfyddwch \hat{a} .

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Os yw $a = 2i + 5j$, darganfyddwch \hat{a} .

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Os yw $a = 4i - 6j$, darganfyddwch \hat{a} .

.....

.....

.....

.....

.....

(ch) Os yw $a = 7i$, darganfyddwch \hat{a} .

.....

.....

.....

.....

.....

Ymarfer 4

Os yw $a = 10i + 24j$,

(a) Darganfyddwch \hat{a} .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Ysgrifennwch fector i gyfeiriad a sydd efo hyd 5 uned.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Hafaliad Fector AB

Gadewch i fectorau safle'r pwyntiau A a B , mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog O , gael eu rhoi gan \mathbf{a} a \mathbf{b} , yn ôl eu trefn.

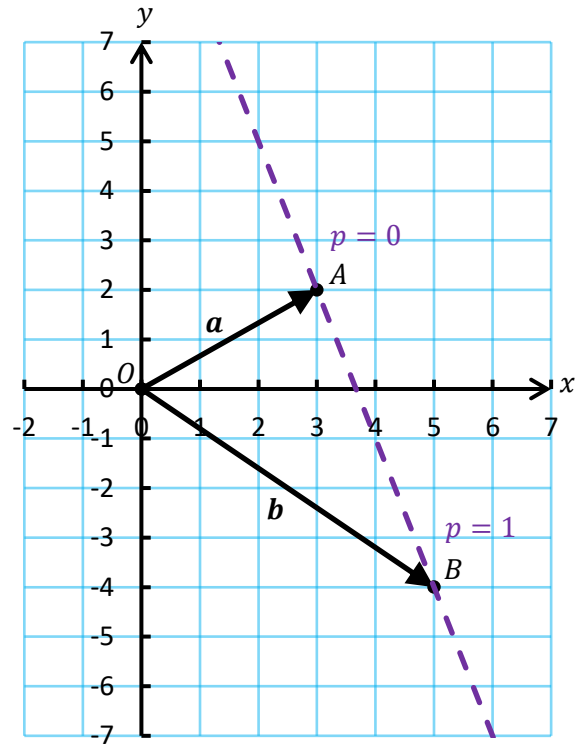
Fel rydym wedi gweld yn barod, y fector sy'n mynd o A i B yw $\mathbf{AB} = -\mathbf{a} + \mathbf{b}$.

Mae'r hafaliad fector

$$\mathbf{a} + p(-\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

yn cynrychioli pwynt cyffredinol ar y llinell sy'n cysylltu A efo B . Mae'r paramedr p yn rhif sy'n rheoli ble rydym ni ar y llinell. Os yw $p = 0$, rydym ar y pwynt A . Os yw $p = 1$, rydym ar y pwynt B . Os yw $0 < p < 1$, rydym rhywle rhwng A a B . Os yw $p < 0$, rydym rhywle cyn A . Ac os yw $p > 1$, rydym rhywle ar ôl B .

Gellid meddwl am yr hafaliad fector fel hyn: cychwynnawch yn y tarddbwynt O , cyn mynd i'r pwynt A gan ddilyn y fector \mathbf{a} . Yna, teithiwch bellter penodol (yn cael ei reoli gan y paramedr p) ar hyd y fector \mathbf{AB} .



Enghraifft

Os yw $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 5\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$, yna'r hafaliad fector \mathbf{AB} yw

$$\begin{aligned} & 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + p(-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) + (5\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) \\ &= 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + p(-3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) \\ &= 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + p(2\mathbf{i} - 6\mathbf{j}) \\ &= (3 + 2p)\mathbf{i} + (2 - 6p)\mathbf{j} \end{aligned}$$

Ymarfer 5

Darganfyddwch yr hafaliad fector \mathbf{AB} os yw

(a) $\mathbf{a} = 7\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$

(b) $\mathbf{a} = 8\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) $\mathbf{a} = -8\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 5\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$

(ch) $\mathbf{a} = 9\mathbf{i}$, $\mathbf{b} = -6\mathbf{i} - \mathbf{j}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ymarfer 6

Gadewch i fectorau safle'r pwyntiau A a B , mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog O , gael eu rhoi gan $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = -2\mathbf{i} - \mathbf{j}$, yn ôl eu trefn.

(a) Darganfyddwch yr hafaliad fector AB .

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Darganfyddwch ganolbwynt AB .

.....

.....

.....

(c) Os yw'r pwynt C yn rhannu'r llinell AB fel bod $AC:CB = 2:1$, darganfyddwch fector safle C .

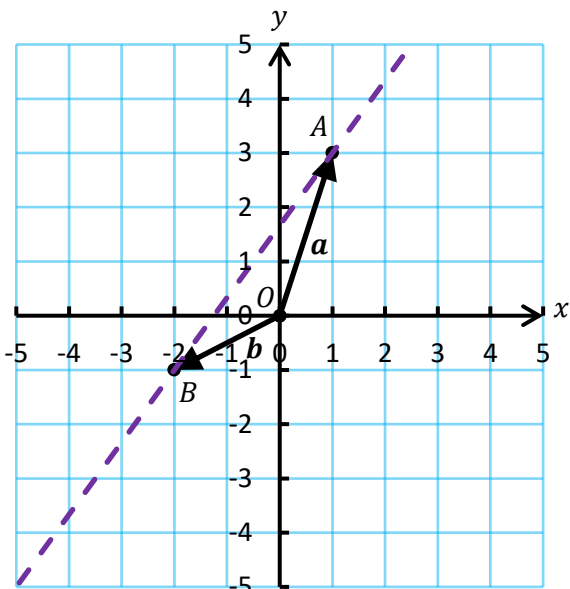
.....

.....

.....

.....

.....



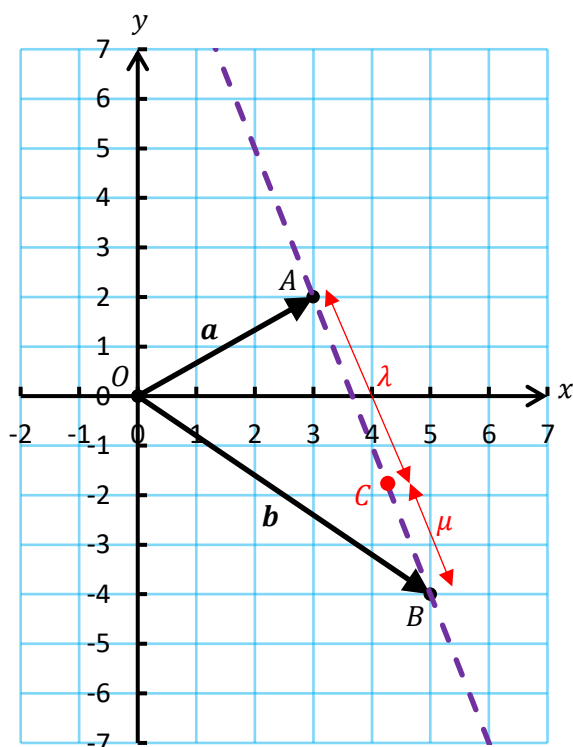
Fformiwla ar gyfer rhannu llinell mewn cymhareb benodol

Gadewch i fectorau safle'r pwyntiau A a B , mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog O , gael eu rhoi gan \mathbf{a} a \mathbf{b} , yn ôl eu trefn.

Gadewch i'r pwynt C rannu'r llinell AB yn y gymhareb $\lambda:\mu$.

$$\begin{aligned} \mathbf{OC} &= \mathbf{OA} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \mathbf{AB} \\ \mathbf{OC} &= \mathbf{a} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (-\mathbf{a} + \mathbf{b}) \\ \mathbf{OC} &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + \mu}\right) \mathbf{a} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (-\mathbf{a} + \mathbf{b}) \\ \mathbf{OC} &= \frac{(\lambda + \mu)\mathbf{a} + \lambda(-\mathbf{a} + \mathbf{b})}{\lambda + \mu} \\ \mathbf{OC} &= \frac{\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a} - \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}}{\lambda + \mu} \\ \mathbf{OC} &= \frac{\mu\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}}{\lambda + \mu} \end{aligned}$$

Mae'r fformiwla uchod yn cael ei roi yn y llyfryn fformiwlâu.



Enghraifft

Gadewch i fectorau safle'r pwyntiau A a B , mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog O , gael eu rhoi gan $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 8\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, yn ôl eu trefn. Os yw'r pwynt C yn rhannu'r llinell AB yn y gymhareb 2:3, darganfyddwch fector safle C .

$$OC = \frac{3(4\mathbf{i} + 7\mathbf{j}) + 2(8\mathbf{i} + 3\mathbf{j})}{2 + 3}$$

$$OC = \frac{12\mathbf{i} + 21\mathbf{j} + 16\mathbf{i} + 6\mathbf{j}}{5}$$

$$OC = \frac{28\mathbf{i} + 27\mathbf{j}}{5}$$

$$OC = \frac{28}{5}\mathbf{i} + \frac{27}{5}\mathbf{j}$$

Yn cymharu efo
 $OC = \frac{\mu\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}}{\lambda + \mu}$, ble mae C
 yn rhannu'r llinell AB
 yn y gymhareb $\lambda : \mu$,
 mae $\lambda = 2$ a $\mu = 3$.

Ymarfer 7

(a) Gadewch i fectorau safle'r pwyntiau A a B , mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog O , gael eu rhoi gan $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 7\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, yn ôl eu trefn. Os yw'r pwynt C yn rhannu'r llinell AB yn y gymhareb 3:5, darganfyddwch fector safle C .

(b) Gadewch i fectorau safle'r pwyntiau A a B , mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog O , gael eu rhoi gan $\mathbf{a} = 8\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 5\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, yn ôl eu trefn. Os yw'r pwynt C yn rhannu'r llinell AB yn y gymhareb 4:1, darganfyddwch fector safle C .

(Uned I Deunyddiau Asesu Enghreifftiol)

18. (a) Mae'r fectorau \mathbf{u} a \mathbf{v} wedi'u diffinio gan $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = -4\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$.
- (i) Darganfyddwch y fector $4\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$.
- (ii) Mae fectorau \mathbf{u} a \mathbf{v} yn fectorau safle y pwyntiau U a V , yn y drefn honno. Darganfyddwch hyd llinell UV . [4]
- (b) Mae dau bentref A a B 40 km oddi wrth ei gilydd ar ffordd hir syth sy'n pasio drwy ddiffeithdir. Mae fectorau safle A a B yn cael eu dynodi gan \mathbf{a} a \mathbf{b} , yn y drefn honno.
- (i) Mae pentref C ar y ffordd rhwng A a B ar bellter o 4 km oddi wrth B . Darganfyddwch fector safle C yn nhermau \mathbf{a} a \mathbf{b} .
- (ii) Fector safle pentref D yw $\frac{2}{9}\mathbf{a} + \frac{5}{9}\mathbf{b}$. Esboniwch pam nad yw'n bosibl i bentref D fod ar y ffordd syth sy'n pasio drwy A a B . [3]

A series of horizontal dotted lines for writing.

(Uned I Haf 2018)

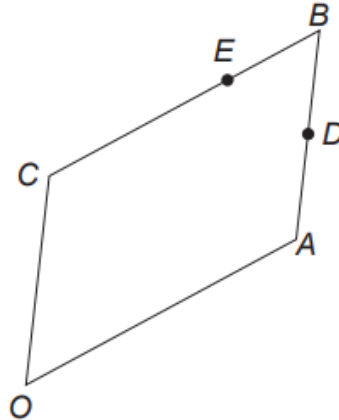
1	1
---	---

a) Mae'r fectorau \mathbf{u} a \mathbf{v} wedi'u diffinio gan $\mathbf{u} = 9\mathbf{i} - 40\mathbf{j}$ a $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$. Darganfyddwch yr amrediad o werthoedd ar gyfer μ fel bod $\mu|\mathbf{v}| > |\mathbf{u}|$. [3]

b) Fector safle'r pwynt A yw $11\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ a fector safle'r pwynt B yw $21\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Darganfyddwch fector safle'r pwynt C , sydd rhwng A a B , fel bod $AC:CB$ yn $2:3$. [3]

(Uned I Haf 2019)

0	6
---	---

Paralelogram yw $OABC$ gydag O fel tarddbwynt.

Fector safle A yw \mathbf{a} a fector safle C yw \mathbf{c} . Canolbwynt AB yw D . Mae'r pwynt E yn rhannu'r llinell CB fel bod $CE:EB = 2:1$.

a) Darganfyddwch, yn nhermau \mathbf{a} ac \mathbf{c} ,

i) y fector \mathbf{AC} ,

ii) fector safle D ,

iii) fector safle E .

[3]

b) Darganfyddwch a yw DE yn baralel i AC neu beidio, gan nodi eich rheswm yn glir.

[2]

A series of horizontal dotted lines for writing.

(Uned I Haf 2022)

1	6
---	---

Mae'r fectorau \mathbf{a} a \mathbf{b} wedi'u diffinio gan $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j}$.

- a) Darganfyddwch fector uned i gyfeiriad \mathbf{a} . [2]
- b) Darganfyddwch yr ongl mae \mathbf{b} yn ei gwneud â'r echelin- x . [2]
- c) Mae'r fector $\mu\mathbf{a} + \mathbf{b}$ yn baralel i $4\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$.
- i) Darganfyddwch y fector $\mu\mathbf{a} + \mathbf{b}$ yn nhermau μ , \mathbf{i} a \mathbf{j} . [1]
- ii) Darganfyddwch werth μ . [4]

A series of horizontal dotted lines for writing.

A series of horizontal dotted lines for writing.

A series of horizontal dotted lines for writing.

A series of horizontal dotted lines for writing.

(Edexcel Paper 1 [8MA0/01] Summer 2019)

16. (i) Two non-zero vectors, \mathbf{a} and \mathbf{b} , are such that

$$|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$$

Explain, geometrically, the significance of this statement.

(1)

(ii) Two different vectors, \mathbf{m} and \mathbf{n} , are such that $|\mathbf{m}| = 3$ and $|\mathbf{m} - \mathbf{n}| = 6$
The angle between vector \mathbf{m} and vector \mathbf{n} is 30°

Find the angle between vector \mathbf{m} and vector $\mathbf{m} - \mathbf{n}$, giving your answer, in degrees, to one decimal place.

(4)

