

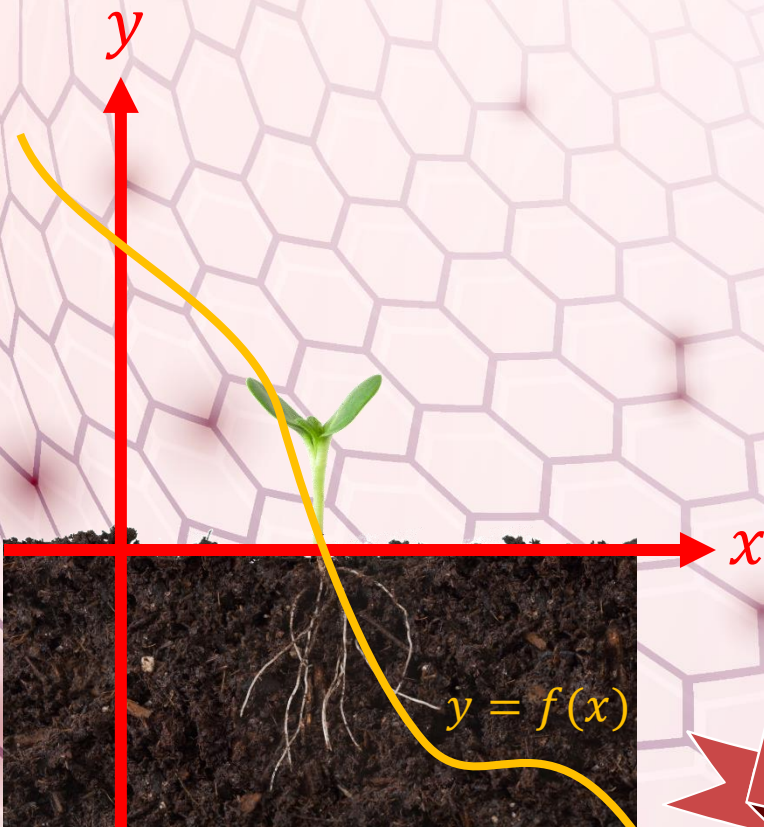


Uned 3, Pecyn 2

13

Gwreiddiau

Hafaliadau



Enw:

Cefndir

Beth yw'r gwaith?

Nid yw'n bosib datrys bob hafaliad gan ddefnyddio dulliau algebraidd. Ar gyfer y rhain, gallwn ail-drefnu'r hafaliad i gael perthynas gylchol sydd, weithiau, yn gallu darganfod gwreiddiau trwy amnewid.

Beth sydd ei angen cyn cychwyn?

Gwaith TGAU: Amnewid, talgrynnu, newid testun.
Lefel A Uned 1: Braslunio cromliniau.

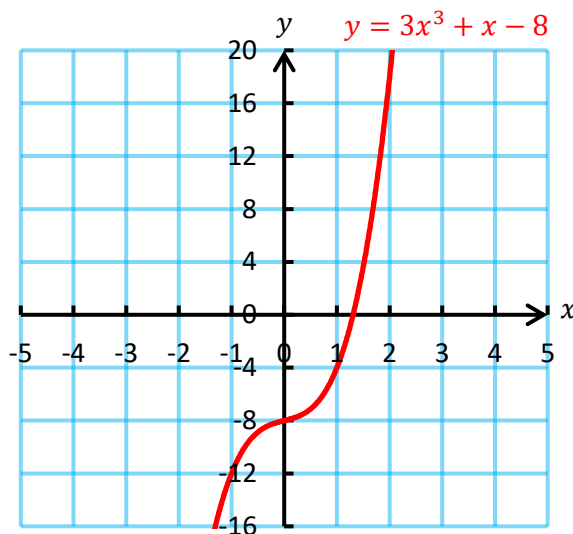
I ble mae'n arwain?

Lefel A Uned 3: Diagramau pry cop a grisiau; dull Newton-Raphson o ddatrys hafaliadau.

Cymwysiadau: Datrys problemau mewn cyd-destun sy'n golygu nad oes modd cael datrysiad dadansoddol o hafaliad.

Theori

Ystyriwch unrhyw ffwythiant $y = f(x)$, er enghraifft $y = 3x^3 + x - 8$.



Theori



Enghraifft

Gwreiddiau'r hafaliad yw ble mae'r gromlin yn torri'r echelin- x , sef ble mae $f(x) = 0$. Ar gyfer yr enghraifft uchod, gwelwn fod un gwreiddyn yn bodoli, rhwng 1 a 2. Os na allwn ddatrys yr hafaliad gan ddefnyddio dulliau algebraidd, yna gallwn geisio ffurfio **perthynas gylchol** er mwyn datrys yr hafaliad. I wneud hyn, rhaid yn gyntaf ail-drefnu'r hafaliad $f(x) = 0$ i wneud x yn destun i'r hafaliad.

Enghraifft: $y = 3x^3 + x - 8$.

Ymgais 1: $3x^3 + x - 8 = 0$
 $x = 8 - 3x^3$

Ymgais 2: $3x^3 + x - 8 = 0$
 $3x^3 = 8 - x$
 $x^3 = \frac{8-x}{3}$
 $x = \sqrt[3]{\frac{8-x}{3}}$



(C3 Haf 2006)

4. (b) Dangoswch fod i'r hafaliad

$$e^{2a} - a - 10 = 0$$

wreiddyn α rhwng 1 a 2.

Gellir defnyddio'r berthynas gylchol

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \ln(a_n + 10)$$

gydag $a_0 = 1.2$, i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd a_1, a_2, a_3, a_4 .Ysgrifennwch werth a_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bum lle degol. [7]

(C3 Haf 2007)

3. (b) Dangoswch fod i'r hafaliad

$$t^3 + 4t - 2 = 0$$

wreiddyn α rhwng 0 ac 1.

Gellir defnyddio'r berthynas gylchol

$$t_{n+1} = \frac{2 - t_n^3}{4}$$

gyda $t_0 = 0.5$ i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd t_1, t_2, t_3, t_4 . Ysgrifennwch werth t_4 yn gywir i bedwar lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bedwar lle degol. [7]

(C3 Haf 2010)

4. Dangoswch fod i'r hafaliad

$$4x^3 - 2x - 5 = 0$$

wreiddyn α rhwng 1 a 2.

Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = \left(\frac{2x_n + 5}{4} \right)^{\frac{1}{3}},$$

gydag $x_0 = 1.2$, i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 . Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bum lle degol. [7]

(C3 Gaeaf 2012)

3. (b) Dangoswch fod i'r hafaliad

$$2t^4 - 4t - 7 = 0$$

wreiddyn α rhwng 1 a 2.

Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$t_{n+1} = \left(\frac{4t_n + 7}{2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

gyda $t_0 = 1.6$ i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd t_1, t_2, t_3, t_4 . Ysgrifennwch werth t_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bum lle degol. [7]

(C3 Gaeaf 2011)

4. **Gallwch dybio** bod i'r hafaliad $6x^4 + 7x - 3 = 0$ wreiddyn α rhwng 0 ac 1.
Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = \frac{3 - 6x_n^4}{7}$$

gydag $x_0 = 0.4$ i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 .
Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i bedwar lle degol a dangoswch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bedwar lle degol. [5]

(C3 Haf 2013)

8. Gallwch dybio bod i'r hafaliad

$$x^2 + e^x - 3 = 0$$

wreiddyn α rhwng -2 a -1 .

Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = -(3 - e^{x_n})^{\frac{1}{2}}$$

gydag $x_0 = -1.5$ i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 .
Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn
gywir i bum lle degol. [5]

(C3 Haf 2005)

2. (a) Brasluniwch graffiau $y = x^4$ ac $y = 1 - 3x$. Diddwythwch nifer gwreiddiau real yr hafaliad

$$x^4 + 3x - 1 = 0. \quad [3]$$

- (b) Dangoswch fod i'r hafaliad

$$x^4 + 3x - 1 = 0$$

wreiddyn α rhwng 0 ac 1.

Gellir defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = \frac{1 - x_n^4}{3}$$

gydag $x_0 = 0.3$, i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 . Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bum lle degol. [7]

(C3 Gaeaf 2013)

4. (a) Ar yr un diagram, brasluniwch graffiau $y = \ln x$ ac $y = 11 - 2x$.
Diddwythwch nifer gwreiddiau'r hafaliad

$$\ln x + 2x - 11 = 0. \quad [3]$$

- (b) **Gallwch dybio** bod i'r hafaliad

$$\ln x + 2x - 11 = 0$$

wreiddyn α rhwng 4 a 5.

Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = \frac{11 - \ln x_n}{2},$$

gydag $x_0 = 4.7$, i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 .
Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bum lle degol. [5]

(C3 Haf 2017)

4. Mae tanc mawr sydd ar ffurf ciwboid yn cael ei ddefnyddio i storio dŵr. Mae lled y tanc wedi'i ddynodi gan x m. Mae hyd y tanc 4 m **yn fwy** na'r lled, ac mae uchder y tanc 2 m **yn llai** na'r lled. Cyfaint y tanc yw 150m^3 .

(a) (i) Dangoswch fod $x^3 + 2x^2 - 8x - 150 = 0$.

(ii) Dangoswch fod $5 < x < 6$.

[4]

- (b) Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = (150 + 8x_n - 2x_n^2)^{\frac{1}{3}},$$

gydag $x_0 = 6$, i ddarganfod gwerth x . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 . Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i ddau le degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth x yn gywir i ddau le degol. [5]



(C3 Haf 2012)

4. Dangoswch fod i'r hafaliad

$$\cos x - 5x + 2 = 0$$

wreiddyn α rhwng 0 a $\frac{\pi}{4}$.

Mae'n bosibl defnyddio'r berthynas gylchol

$$x_{n+1} = \frac{1}{5}(2 + \cos x_n)$$

gydag $x_0 = 0.6$ i ddarganfod α . Darganfyddwch a chofnodwch werthoedd x_1, x_2, x_3, x_4 . Ysgrifennwch werth x_4 yn gywir i bum lle degol a phrofwch mai'r gwerth hwn yw gwerth α yn gywir i bum lle degol. [7]