TAG UWCH

1305N40-1

S23-1305N40-1

DYDD LLUN, 5 MEHEFIN 2023 – PRYNHAWN

MATHEMATEG BELLACH – U2 uned 4
MATHEMATEG BUR BELLACH B

2 awr 30 munud

1305N401
01

DEUNYDDIAU YCHWANEGOL

Yn ogystal â'r papur arholiad hwn, bydd angen:

- llyfryn ateb 16 tudalen CBAC (pinc);
- Llyfryn Fformiwlâu;
- cyfrifiannell.

CYFARWYDDIADAU I YMGEISWYR

Defnyddiwch inc neu feiro du.

Atebwch **bob** cwestiwn.

Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

Mae'n bosibl na fydd atebion heb waith cyfrifo yn derbyn marciau llawn.

Os nad yw'r lefel o fanwl gywirdeb yn cael ei nodi yn y cwestiwn, dylech chi dalgrynnu atebion yn briodol.

GWYBODAETH I YMGEISWYR

120 yw'r marc uchaf ar gyfer y papur hwn.

Mae nifer y marciau wedi'i nodi mewn cromfachau ar ddiwedd pob cwestiwn neu ran o gwestiwn.

Cofiwch fod angen Cymraeg da a chyflwyniad trefnus yn eich atebion.

ⓗ WJEC CBAC Cyf.

CJ*(X21-1305N40-1)

Fformiwlâu Ychwanegol ar gyfer 2023

Deddfau Logarithmau

$\log_a x + \log_a y \equiv \log_a (xy)$

$\log_a x - \log_a y \equiv \log_a \left(\frac{x}{y} \right)$

$k \log_a x \equiv \log_a \left(x^k \right)$

Dilyniannau

Term cyffredinol dilyniant rhifyddol:

$$u_n = a + (n-1)d$$

Term cyffredinol dilyniant geometrig:

$$u_n = ar^{n-1}$$

Mesureg

Ar gyfer cylch â radiws, r, lle mae ongl yn y canol o θ radian yn cynnal arc o hyd s ac yn amgáu sector cysylltiedig o arwynebedd A :

$$s = r\theta \qquad A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

Calcwlws a Hafaliadau Differol

Differu

Ffwythiant	Deilliad
$f(x)g(x)$	$f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$f\left(g(x)\right)$	$f'\left(g(x)\right)g'(x)$

Integru

Ffwythiant	Integryn
$f'\left(g(x)\right)g'(x)$	$f\left(g(x)\right) + c$

Arwynebedd o dan gromlin $= \int_a^b y \, \mathrm{d}x$

Nodyn atgoffa: Rhaid dangos gwaith cyfrifo digonol er mwyn egluro'r dull **mathemategol** sy'n cael ei ddefnyddio.

1. Mae gan y ffwythiant f y parth $(-1, \infty)$ ac mae gan y ffwythiant g y parth $(0, \infty)$. Maen nhw wedi'u diffinio gan

$$f(x) = \cosh x, \qquad g(x) = x^2 - 1.$$

(a) Nodwch barth ac amrediad fg. [2]

(b) Datryswch yr hafaliad $fg(x) = 3$. Rhowch eich ateb yn gywir i dri lle degol. [3]

2. Mae'r matrics $\mathbf{A}$ wedi'i roi gan $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 14 \\ -1 & 2 & 8 \\ -3 & 2 & \lambda \end{pmatrix}$, lle mae λ yn gysonyn real.

(a) Darganfyddwch fynegiad ar gyfer determinant $\mathbf{A}$ yn nhermau λ. Rhowch eich ateb yn y ffurf $a\lambda^2 + b\lambda + c$, lle mae a, b, c yn gyfanrifau y mae eu gwerthoedd i'w darganfod. [3]

(b) Dangoswch fod $\mathbf{A}$ yn anhynod (*non-singular*) ar gyfer pob gwerth λ. [4]

1305N401 03

3. (a) O wybod bod $z = \cos\theta + i\sin\theta$, defnyddiwch theorem de Moivre i ddangos bod

$$z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos n\theta .$$ [3]

(b) Mynegwch $32\cos^6\theta$ yn y ffurf $a\cos 6\theta + b\cos 4\theta + c\cos 2\theta + d$, lle mae a, b, c, d yn gyfanrifau y mae eu gwerthoedd i'w darganfod. [6]

4. Datryswch yr hafaliadau cydamserol

$$\begin{aligned} 4x - 2y + 3z &= 8, \\ 2x - 3y + 8z &= -1, \\ 2x + 4y - z &= 0. \end{aligned}$$ [5]

TROWCH Y DUDALEN

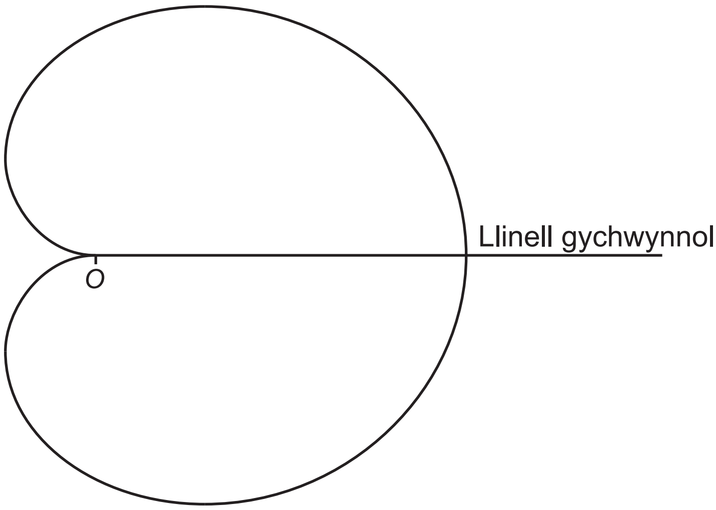
5. (a) Ysgrifennwch a symleiddiwch y gyfres Maclaurin ar gyfer $\sin 2x$ hyd at y term yn x^5. [2]

(b) **Gan ddefnyddio eich ateb i ran (a),** darganfyddwch y gyfres Maclaurin ar gyfer $\cos^2 x$ hyd at y term yn x^4. [5]

6. (a) Dangoswch ei bod yn bosibl mynegi $\tan\theta$ fel $\dfrac{2t}{1-t^2}$, lle mae $t = \tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$. [1]

Mae'r diagram isod yn dangos braslun o'r gromlin *C* sydd â'r hafaliad pegynlinol

$$r = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad \text{lle mae } -\pi < \theta \leqslant \pi.$$



(b) Dangoswch fod cyfesuryn-θ y pwyntiau lle mae'r tangiad i *C* yn berpendicwlar i'r llinell gychwynnol yn bodloni'r hafaliad

$$\tan\theta = -\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right).$$ [4]

(c) Drwy hyn, darganfyddwch gyfesurynnau pegynlinol y pwyntiau ar *C* lle mae'r tangiad yn berpendicwlar i'r llinell gychwynnol. [6]

(ch) Cyfrifwch arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i amgáu (*enclosed*) gan y gromlin *C* a'r llinell gychwynnol ar gyfer $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$. [5]

7. Darganfyddwch drydydd israddau'r rhif cymhlyg $z = 11 - 2\mathrm{i}$, gan roi eich atebion yn y ffurf $x + \mathrm{i}y$, lle mae x ac y yn real ac yn gywir i dri lle degol. [7]

8. Mae'r ffwythiant f wedi'i ddiffinio gan

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}}.$$

(a) Darganfyddwch werth cymedrig y ffwythiant f ar gyfer $0 \leqslant x \leqslant 2$, gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [5]

(b) Mae'r rhanbarth *R* wedi'i ffinio gan y gromlin $y = f(x)$, yr echelin-x a'r llinellau $x = 0$ ac $x = 2$. Darganfyddwch union werth cyfaint y solid sy'n cael ei gynhyrchu pan mae *R* yn cael ei gylchdroi drwy bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin-x. [6]

9. Ystyriwch yr hafaliad differol

$$(x+1)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 5y = (x+1)^2, \qquad x > -1.$$

O wybod bod $y = \frac{1}{4}$ pan mae $x = 1$, darganfyddwch werth y pan mae $x = 0$. [8]

10. (a) Drwy ysgrifennu $y = \sin^{-1}(2x+5)$ fel $\sin y = 2x + 5$, dangoswch fod

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{2}{\sqrt{1-(2x+5)^2}}.$$ [5]

(b) Diddwythwch amrediad gwerthoedd x lle mae $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^{-1}(2x+5)\right)$ yn ddilys (*valid*). [3]

TROWCH Y DUDALEN

11. Enrhifwch yr integrynnau

(a) $\displaystyle\int_{-2}^{0} e^{2x}\sinh x\,dx,$ [5]

(b) $\displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{3} \frac{5}{(x-1)(x^2+9)}\,dx.$ [9]

12. Darganfyddwch ddatrysiad cyffredinol yr hafaliad

$$\cos 4\theta + \cos 2\theta = \cos\theta.$$ [6]

13. Mae dwy rywogaeth (*species*) o bryfed, X ac Y, yn cydfodoli (*co-exist*) ar ynys. Poblogaethau'r rhywogaethau ar amser t o flynyddoedd yw x ar gyfer X ac y ar gyfer Y, lle mae x ac y wedi'u mesur mewn miliynau. Mae'n bosibl modelu'r sefyllfa gan yr hafaliadau differol

$$\frac{dx}{dt} = 3x + 10y,$$

$$\frac{dy}{dt} = x + 6y.$$

(a) (i) Dangoswch fod $\dfrac{d^2x}{dt^2} - 9\dfrac{dx}{dt} + 8x = 0.$

(ii) Darganfyddwch y datrysiad cyffredinol ar gyfer x yn nhermau t. [7]

(b) Darganfyddwch y datrysiad cyffredinol cyfatebol ar gyfer y. [4]

(c) Pan mae $t = 0$, mae $\dfrac{dx}{dt} = 5$ ac mae poblogaeth rhywogaeth Y yn 4 gwaith cymaint â phoblogaeth rhywogaeth X. Darganfyddwch y datrysiad penodol ar gyfer x yn nhermau t. [6]

DIWEDD Y PAPUR

TUDALEN WAG