



Yr Adran Fathemateg

CC
3

Sylfeini Algebra

Enw:

Sylfeini Algebra

Pecyn gwaith ar gyfer Cwricwlwm i Gymru

Maes Dysgu a Phrofiad Mathemateg a Rhifedd

Cam Cynnydd 3

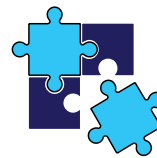
Canllaw Athro

Fersiwn 1 (Awst 20fed, 2021)

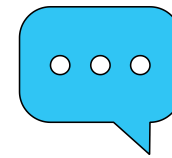
Awduron:

- Dr Gareth Evans, www.mathemateg.com
- Athrawon o'r ysgolion cynradd canlynol, a fu'n rhan o brosiect Clwstwr Cynradd Creuddyn yn ystod hanner cyntaf 2021: Ysgol Pencae, Ysgol Glan Morfa.

Eiconau'r hyfedreddau mathemategol:



Dealltwriaeth
gysyniadol



Cyfathrebu
gan
ddefnyddio
symbolau



Cymhwysedd
strategol



Rhesymu
rhesymegol



Rhuglder

Cynnwys

Pennod	Gweithgareddau	Rhif y Dudalen
Patrymau	Patrymau lluniau. Patrymau rhif. Rhifau triongl a rhifau sgwâr. Patrymau efo rhifau cysefin. Calon Lân. Dilyniant Fibonacci. Model Frayer.	3
Cymudedd	Pethau sy'n gymudol ac yn anghymudol. Cymudedd adio rhifau. Defnyddio'r gwrthdro adiol. Trefn gweithrediadau. Cymudedd llusoi rhifau. Anghymudedd rhannu rhifau. Defnyddio'r gwrthdro lluosol. Pâr o gromfachau.	14
Dosbarthedd	Beth yw dosbarthedd? Defnyddio dosbarthedd.	34
Cysylltiadedd	Gweithrediadau cysylltiadol. Defnyddio cysylltiadedd. Cymudedd a chysylltiadedd.	38



Mae'r pecyn yma'n ymdrin â'r disgrifiadau dysgu canlynol.

Mae algebra yn defnyddio systemau symbolau i fynegi strwythur perthnasoedd mathemategol.

PATRYMAU

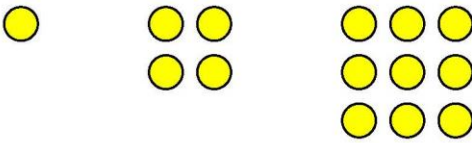
- Rwy'n gallu archwilio a chreu patrymau rhifau a siapiau. Rwy'n gallu esbonio dilyniannau rhifyddol a phatrymau gofodol mewn geiriau ac wrth eu cyffredinoli.

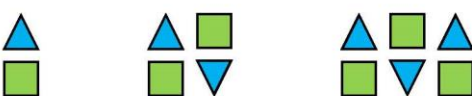
FFURFIO


- Rwy'n gallu defnyddio cymudedd, dosbarthedd a chysylltiadedd er mwyn archwilio hafaidd ac anhafaidd mynegiadau.

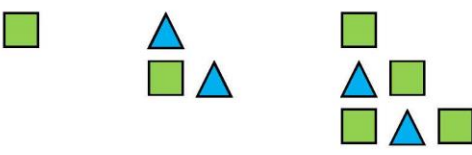
Patrymau

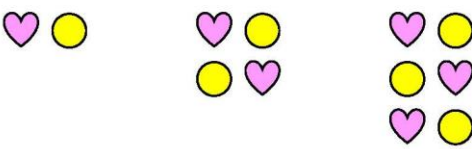
Yn y bocsys, lluniwch beth sy'n dod nesaf yn y patrymau canlynol.

(a) 

(b) 

(c) 

(ch) 

(d) 



Mae'r dysgwyr yn rhesymu beth yw'r patrwm er mwyn ei barhau.

(a) Patrwm sy'n ffurfio'r rhifau sgwâr 1, 4, 9, 16, 25, ... Ar gyfer y 10fed llun, bydd angen 100 o gylchoedd melyn wedi'u trefnu mewn sgwâr 10 wrth 10.

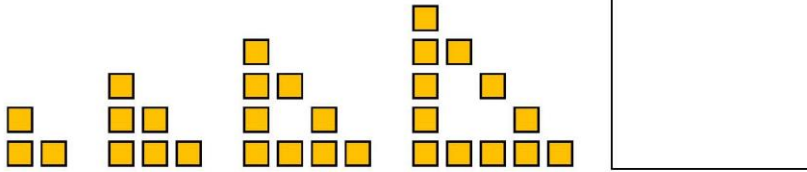
(b) Patrwm sy'n ffurfio'r eilrifau 2, 4, 6, 8, 10, ... Ar gyfer y 10fed llun, bydd angen dwy res a deg colofn i roi 20 symbol i gyd.

(c) Patrwm sy'n ffurfio'r odrifau 1, 3, 5, 7, 9, ... Ar gyfer y 10fed llun, bydd angen 19 o galonnau i gyd, gyda 10 yn y rhes lorweddol a 10 yn y golofn fertigol.

(ch) Patrwm sy'n ffurfio'r rhifau triongl 1, 3, 6, 10, 15, ... Ar gyfer y 10fed patrwm, bydd angen $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55$ o symbolau i gyd.

(d) Yr un patrwm â (b), ond yn ymestyn i lawr yn hytrach nac ar draws.

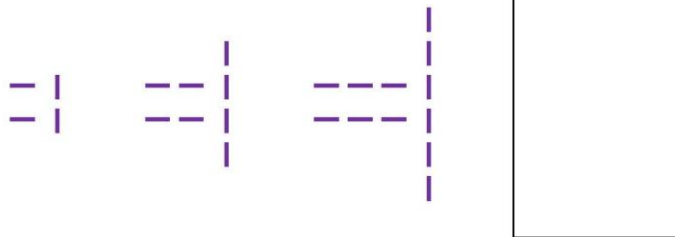
(dd)



(e)



(f)



Trafodwch efo partner y cwestiynau canlynol.

- Ym mhob cwestiwn, beth oedd angen ei wneud i greu'r llun nesaf yn y patrwm?
- Sut fydddech yn mynd ati i greu'r 10fed llun ym mhob patrwm?
- Ym mhob cwestiwn, beth yw'r patrwm o ran sawl symbol unigol sydd yn ymddangos ym mhob llun?



Mae'r dysgwyr yn rhesymu beth yw'r patrwm er mwyn ei barhau.

(dd) Patrwm sy'n ffurfio perimedr triongl, ac sy'n dangos lluosrifau 3 o ran nifer y symbolau: 3, 6, 9, 12, 15, ... Ar gyfer y 10fed llun, bydd angen 30 o sgwariau bach i gyd, i ffurfio perimedr triongl efo sail o 11 sgwâr bach. Gellid hefyd meddwl am y patrwm yma fel y gwahaniaeth rhwng dau rif triongl.

(e) Patrwm siâp croes sy'n adio pedair seren newydd bob tro: 1, 5, 9, 13, 17, ... Ar gyfer y 10fed llun, bydd angen 37 o sêr i gyd, wedi'u ffurfio i roi rhes o 19 seren a cholofn o 19 seren.

(f) Patrwm arall sy'n adio pedwar bob tro: 4, 8, 12, 16, 20, ... Ar gyfer y 10fed llun, bydd angen 40 o linellau bach i gyd, gydag 11 o symbolau ym mhob un o'r ddwy res, a 20 llinell fertigol yn y golofn ar y dde.



Yn ystod y trafodaethau, gwrandewch allan am (ac anogwch) gysylltiadau rhwng y patrwm gofodol a chysyniadau fel eilrifau, rhifau sgwâr, lluosrifau 3, llinellau fertigol, ayb.

Patrymau Rhif

Edrychwch yn ofalus ar bob patrwm rhif isod, gan ystyried sut mae'r patrymau'n parhau. Llenwch y bylchau gyda'r rhifau coll er mwyn ymestyn y patrymau'r ddwy ffordd. O dan bob patrwm, eglurwch mewn geiriau sut i ymestyn y patrwm.

(a) _____ 14, 17, 20, 23, _____

(b) _____ 65, 63, 61, 59, _____

(c) _____ 55, 64, 73, 82, _____

(ch) _____ 54, 42, 30, 18, _____

(d) _____ 12, 22, 32, 42, _____

(dd) _____ 75, 60, 45, 30, _____

(e) _____ -24, -18, -12, -6, _____

(f) _____ -110, -85, -60, -35, _____

(ff) _____ 2.7, 3.4, 4.1, 4.8, _____

(g) _____ 0.5, 0.75, 1, 1.25, _____

(ng) _____ $2\frac{5}{8}$, $3\frac{1}{8}$, $3\frac{5}{8}$, $4\frac{1}{8}$, _____



Mae angen defnyddio rhesymu yn fan hyn i adnabod y patrwm yn gyntaf, ac wedyn ei barhau.



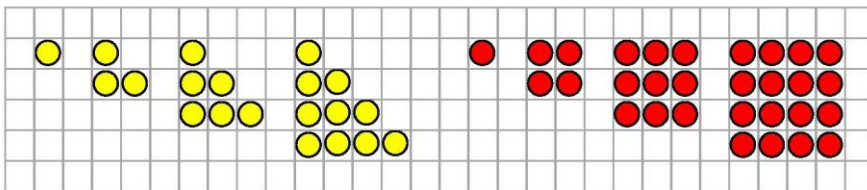
Mae'r ymarfer hefyd yn taro ar y disgrifiad dysgu canlynol ar gyfer rhif (cam cynnydd 2):

Y SYSTEM RIFAU

- Rwy'n gallu trefnu a dilyniannu rhifau, gan gynnwys odrifau ac eilrifau, ac rwy'n gallu cyfrif ymlaen ac yn ôl mewn camau unffurf unrhyw rif cyfan a ffracsiynau unedol syml.

- (h) _____ 4, 8, 16, 32, _____
-
- (i) _____ 400, 200, 100, 50, _____
-
- (j) _____ 12, 24, 48, 96, _____
-
- (l) _____ 8, 4, 2, 1, _____
-
- (ll) _____ 4, 16, 64, 256, _____
-
- (m) _____ 243, 81, 27, 9, _____
-
- (n) _____ 3.6, 7.2, 14.4, 28.8, _____
-

Rhifau Triongl a Rhifau Sgwâr



Ysgrifennwch y deg **rhif triongl** cyntaf.

Ysgrifennwch y deg **rhif sgwâr** cyntaf.

Beth yw'r cysylltiad rhwng dau rif triongl olynol a'r rhifau sgwâr?

Er gwybodaeth: mae'r ymarferion ar y dudalen gynt yn **ddilyniannau rhifyddol** (ble mae angen adio neu dynnu i gael y rhif nesaf), tra bod yr ymarferion ar y dudalen yma'n **ddilyniannau geometrig** (ble mae angen lluosu neu rannu i gael y rhif nesaf).



Y deg rhif triongl cyntaf yw
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55
(adio un yn fwy bob tro).

Y deg rhif sgwâr cyntaf yw
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Mae adio dau rif triongl olynol yn rhoi rhif sgwâr. Er enghraifft,

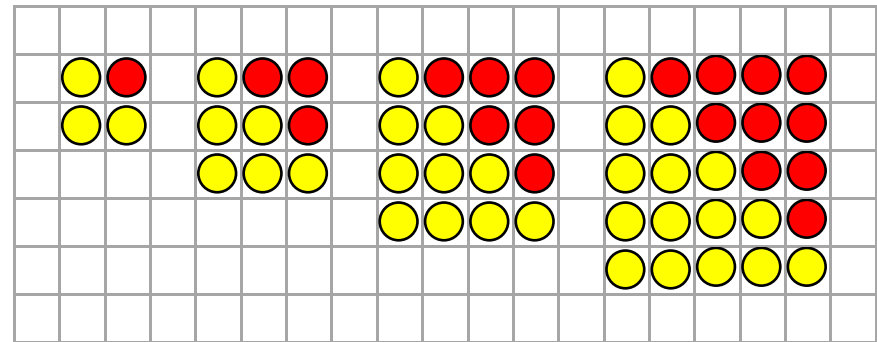
$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 6 = 9$$

$$6 + 10 = 16$$

$$10 + 15 = 25$$

Os oes gennych gownteri dwy ochr, byddai'n bosib eu trefnu i ddangos sut mae dau rif triongl yn dod at ei gilydd i ffurfio rhif sgwâr.



Cownteri digidol: <https://mathsbot.com/manipulatives/counters>

Un allan o'i le

Cylchwch y rhif sydd ddim yn perthyn i bob un o'r patrymau canlynol.

(a)	7	14	21	28	34	42	49
(b)	63	52	45	36	27	18	9
(c)	1	4	9	15	25	36	49
(ch)	12	24	36	48	60	72	86
(d)	512	256	122	64	32	16	8
(dd)	1.6	2	2.4	2.8	3.4	3.6	4
(e)	0.056	0.56	5.6	56	560	5600	560000
(f)	0.1	$\frac{1}{5}$	0.2	0.4	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	0.7

Ymchwiliad

Dyma set o gyfarwyddiadau ar gyfer cynhyrchu patrwm rhif.

(a) Ar gyfer rhif cyntaf y patrwm, meddyliwch am unrhyw rif 4 digid ble nad yw'r digidau i gyd yr un peth. Er enghraifft, byddai 4,283, 6,816 a 3,025 yn gweithio, ond nid 452 (3 digid yn unig) neu 7,777 (digidau i gyd yr un peth).

(b) Ail-drefnwch ddigidau eich rhif i wneud y rhif 4 digid mwyaf posib, a'r rhif 4 digid lleiaf posib. Er enghraifft, ar gyfer 4,283, y rhif 4 digid mwyaf posib yw 8,432, a'r rhif 4 digid lleiaf posib yw 2,348.

(c) Tynnwch y rhif 4 digid lleiaf posib o'r rhif 4 digid mwyaf posib. Er enghraifft, $8,432 - 2,348 = 6,084$.

(ch) Ailadroddwch y broses efo'r rhif newydd. (Os yw'r rhif newydd efo llai na 4 digid, ychwanegwch seroau ar y cychwyn i'w drin fel rhif 4 digid. Er enghraifft, o gychwyn efo'r rhif 3,233, y swm tynnu cyntaf fyddai $3,332 - 2,333 = 999$. Yna, byddai angen trin y 999 fel 0,999, a'r ail swm tynnu fyddai $9,990 - 0,999 = 8,991$.)

Ymchwiliwch i'r patrymau sy'n cael eu cynhyrchu gan y cyfarwyddiadau uchod.



Mae angen rhesymu'n gyntaf yn fan hyn beth yw'r patrwm, ac yna mae angen adnabod y rhif sydd ddim yn ffitio i'r patrwm.

Mae mwy o ymarferion ar ddilyniannau rhif ar gael ar y dudalen

<http://www.primaryresources.co.uk/maths/mathsB3.htm>



Yn yr ymchwiliad, mae angen gweithio'n systematig trwy'r cyfarwyddiadau i gynhyrchu'r patrwm cywir. O gychwyn efo rhif 4 digid (ble nad yw'r digidau i gyd yr un peth), bydd y patrwm rhif bob amser yn cyrraedd y rhif 6,174, ac yna'n aros gyda'r rhif yma.

Mae'r rhif 6,174 yn cael ei adnabod fel **cysonyn Kaprekar**, gan mai'r mathemategydd Dattatreya Ramchandra Kaprekar o India wnaeth ddarganfod y patrwm rhif sy'n cael ei ddisgrifio yma. Bydd pob rhif 4 digid (ble nad yw'r digidau i gyd yr un peth) yn cyrraedd y rhif 6,174 mewn 8 cam neu lai. (Beth sy'n digwydd wrth gychwyn efo rhif 4 digid ble mae'r digidau i gyd yr un peth?)

Mwy o wybodaeth: <https://math.hmc.edu/funfacts/kaprekars-constant/>

Patrymau efo Rhifau Cysefin

Dyma'r rhifau cysefin rhwng 1 a 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Beth ydych yn sylwi? Beth ydych yn rhyfeddu arno?

Mae mathemategwyr yn credu **does dim patrwm** yn y ffordd mae rhifau cysefin yn ymddangos ar y llinell rif.

Mae gwobr o \$1,000,000 i unrhyw un sy'n gallu profi bod hyn yn wir. (Mae'r broblem hon yn un o [saith problem y mileniwm](#).) Y diffyg patrwm mewn rhifau cysefin, a'r ffaith bod hi'n anodd penderfynu os yw rhif mawr yn rhif cysefin ai peidio, yw'r rheswm y mae'r rhyngwyd yn ddiogel.



Mae'r dudalen yma'n tybio bod y dysgwyr wedi cyfarfod rhifau cysefin yn barod (os ddim, bydd angen eu trafod).

Pa fath o bethau fydd y dysgwyr efallai'n sylwi arno?

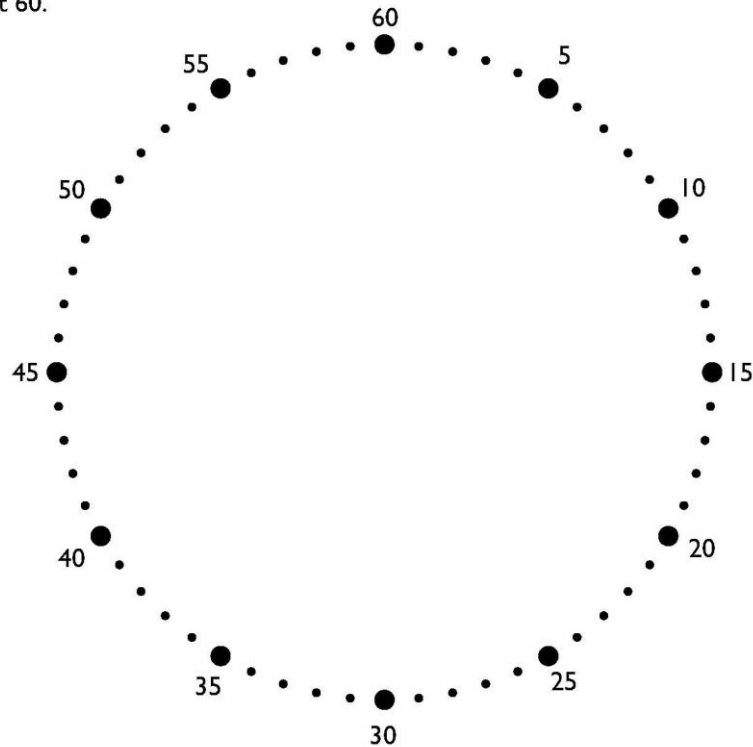
- Dim ond un eilrif sydd yma, sef 2. Mae gweddill y rhifau cysefin i gyd yn odrifau.
- Mae union chwarter o'r rhifau yn y grid yn gysefin, gan fod 25 rhif allan o 100 wedi'u lliwio'n felyn. Mae hyn yn golygu bod 75 rhif cyfansawdd (rhifau nad yw'n gysefin) yn y grid.
- Heblaw am y rhes gyntaf, mae bob rhif cysefin yn gorffen efo 1, 3, 7 neu 9. Sialens! Mae 4 rhif cysefin rhwng 11 a 20. Ym mha res fydd hyn yn digwydd nesaf (yn tybio y gellid parhau'r grid i lawr yn fertigol)?

Mae un o saith problem y mileniwm wedi'i ddatrys gan fathemategydd o'r enw Grigori Perelman – ond penderfynodd beidio â derbyn y wobr o \$1 miliwn!

https://en.wikipedia.org/wiki/Grigori_Perelman

Calon Lân

Mae'r diagram isod yn dangos wyneb cloc gwag gyda'r munudau wedi'u labelu hyd at 60.



Defnyddiwch bren mesur i gysylltu pob munud efo'i **ddwbl**. Er enghraifft, byddai angen cysylltu 4 efo 8, a 45 efo 90 (sydd yn golygu cysylltu efo 30 ar ôl mynd o amgylch y cloc unwaith). Efallai bydd llenwi'r tabl isod yn helpu?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8																
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
				30															

Beth sy'n digwydd wrth i chi luosi pob munud efo 3? Efo 4? Efo 5?

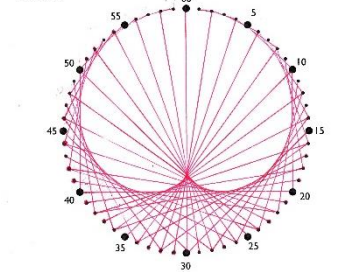


Mae siâp o'r enw **cardioid** yn cael ei ffurfio ar wyneb y cloc o gwblhau'r ymarfer yn gywir. Gan ei fod yn debyg i siâp calon, mae hyn yn egluro teitl y dudalen.

Cydnabyddiaeth: Mae'r ymarfer yma'n seiliedig ar un o'r wefan <https://www.artfulmaths.com/mathematical-art-lessons.html>, ble gellid ffeindio ymarferion eraill sydd hefyd yn cysylltu celf efo mathemateg.

Atebion: Lluosi efo 2

Calon Lân
Mae'r diagram isod yn dangos wyneb cloc gwag gyda'r munudau wedi'u labelu hyd at 60.

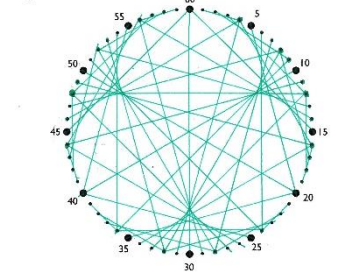


Defnyddiwch bren mesur i gysylltu pob munud efo'i **ddwbl**. Er enghraifft, byddai angen cysylltu 4 efo 8, a 45 efo 90 (sydd yn golygu cysylltu efo 30 ar ôl mynd o amgylch y cloc unwaith). Efallai bydd llenwi'r tabl isod yn helpu?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	

Lluosi efo 4

Calon Lân
Mae'r diagram isod yn dangos wyneb cloc gwag gyda'r munudau wedi'u labelu hyd at 60.

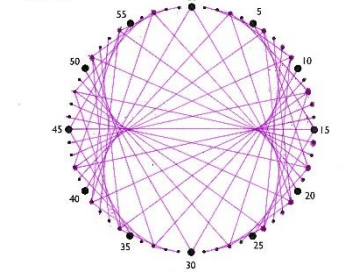


Defnyddiwch bren mesur i gysylltu pob munud efo'i **ddwbl**. Er enghraifft, byddai angen cysylltu 4 efo 8, a 45 efo 90 (sydd yn golygu cysylltu efo 30 ar ôl mynd o amgylch y cloc unwaith). Efallai bydd llenwi'r tabl isod yn helpu?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	

Lluosi efo 3

Calon Lân
Mae'r diagram isod yn dangos wyneb cloc gwag gyda'r munudau wedi'u labelu hyd at 60.

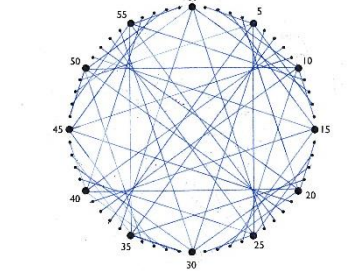


Defnyddiwch bren mesur i gysylltu pob munud efo'i **ddwbl**. Er enghraifft, byddai angen cysylltu 4 efo 8, a 45 efo 90 (sydd yn golygu cysylltu efo 30 ar ôl mynd o amgylch y cloc unwaith). Efallai bydd llenwi'r tabl isod yn helpu?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	

Lluosi efo 5

Calon Lân
Mae'r diagram isod yn dangos wyneb cloc gwag gyda'r munudau wedi'u labelu hyd at 60.



Defnyddiwch bren mesur i gysylltu pob munud efo'i **ddwbl**. Er enghraifft, byddai angen cysylltu 4 efo 8, a 45 efo 90 (sydd yn golygu cysylltu efo 30 ar ôl mynd o amgylch y cloc unwaith). Efallai bydd llenwi'r tabl isod yn helpu?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	

Dilyniant Fibonacci

Ar gyfer dilyniant Fibonacci, mae angen adio'r ddau rif blaenorol i gael y rhif nesaf.

I gychwyn, llenwch y golofn gyntaf yn y tabl isod i ddangos sut mae'r dilyniant yn parhau.

Dilyniant Fibonacci	Rhannu dau rif olynol
1	
1	$1 \div 1 = 1$
$1 + 1 = 2$	$2 \div 1 = 2$
$1 + 2 = 3$	$3 \div 2 = 1.5$
$2 + 3 = 5$	$5 \div 3 = 1.6666666...$

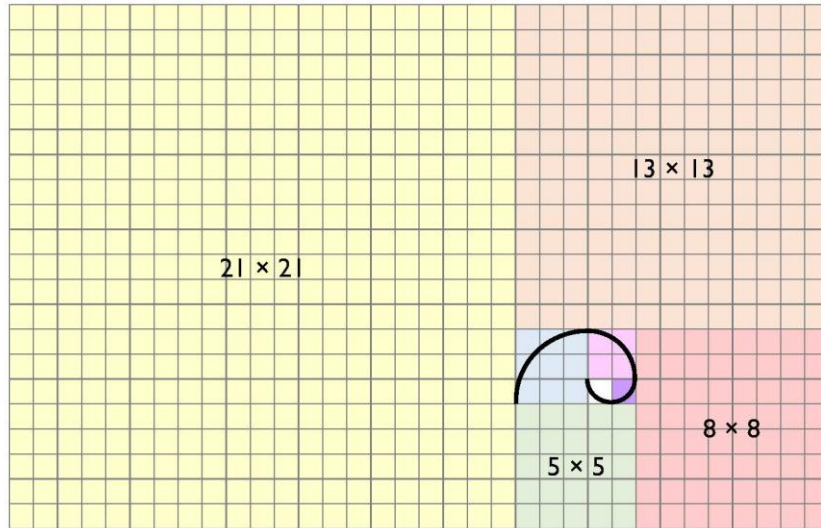
Nesaf, defnyddiwch gyfrifiannell i rannu dau rif olynol o'r dilyniant. Fe ddylech weld bod eich rhifau yn setlo i lawr i fod yn agos at rif arbennig o'r enw'r **gymhareb euraid** ("the golden ratio"). Defnyddiwch y we i wneud ychydig o ymchwil i'r rhif yma, gan ysgrifennu beth rydych yn ei ffeindio yn y bocs isod.



Mae angen gweithio'n systematig i gwblhau'r tabl, gan gymryd gofal i adio neu rannu'r ddau rif cywir bob tro.

Mwy o wybodaeth am ddilyniant Fibonacci:

<https://www.mathsisfun.com/numbers/fibonacci-sequence.html>

Sbiral Fibonacci

Mae'r diagram uchod yn dangos rhan o sbiral Fibonacci. Defnyddiwch gwmpas neu ddarn o linyr i ymestyn y sbiral, gan gysylltu corneli cyferbyn yn y sgwariau o liwiau gwahanol.

Lliw y sgwâr	Pig y cwmpas yn mynd	Pensil yn cychwyn
Gwyrdd	Top dde	Top chwith
Coch	Top chwith	Gwaelod ar y chwith
Oren	Gwaelod ar y chwith	Gwaelod ar y dde
Melyn	Gwaelod ar y dde	Top dde

Ymchwil

- Beth yw'r cysylltiad rhwng dilyniant Fibonacci a phetalau blodau?
- Edrychwch ar y cennau sy'n ffurfio croen afal pîn (fel sy'n cael ei ddangos mewn glas ar y dde). Cyfrwch y cennau wrth fynd ar hyd un o groeslinau'r afal pîn, yn symud o'r top i'r gwaelod. Beth ydych yn sylwi?
- Pwy oedd Fibonacci?



Tudalen 11

Mae cwblhau'r sbiral yn galluogi dysgwyr i ymarfer eu sgiliau motor manwl, naill ai wrth ddefnyddio cwmpas, neu wrth ddefnyddio darn o linyr yn sownd i bensil.

Gellid ffeindio mwy o wybodaeth am y cyswllt rhwng rhifau Fibonacci a natur yn fan hyn: <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html>

Ymarfer

Mae'r dilyniannau rhif canlynol yn perthyn i ddilyniant Fibonacci.
Darganfyddwch y ddau rif nesaf ym mhob dilyniant.

- (a) 1, 2, 3, 5, 8, 13, _____, _____
 (b) 2, 2, 4, 6, 10, 16, _____, _____
 (c) 1, 3, 4, 7, 11, 18, _____, _____
 (ch) 5, 2, 7, 9, 16, 25, _____, _____
 (d) 0.5, 0.3, 0.8, 1.1, 1.9, 3, _____, _____
 (dd) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, 4, _____, _____
 (e) 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, _____, _____
 (f) 1, 0, 1, 2, 3, 6, 11, _____, _____

A wyddoch chi?

Mae cysylltiad rhwng dilyniant Fibonacci a mesur hydoedd mewn milltir a chilometr. Mae 5 milltir tua 8 km; mae 8 milltir tua 13 km; mae 13 milltir tua 21 km, ac yn y blaen. (Pam?)

**Sialens!** 

Dewiswch unrhyw 3 rif dilynol o'r dilyniant Fibonacci.

Lluoswch y rhif canol gyda'i hun.

Nawr lluoswch y rhif cyntaf gyda'r trydydd rhif.

Ceisiwch hyn sawl tro gyda dewis gwahanol o rifau.

Beth ydych yn sylwi am eich atebion?

Defnyddiwch gyfrifiannell i helpu.

Pos

Beth fyddai'r wobr orau mewn cystadleuaeth: derbyn £1,000,000 heddiw, neu dderbyn 1c heddiw, 2c yfory, 4c drennydd, 8c y diwrnod wedyn, ayb., am 30 diwrnod?

Ar gyfer yr ymarfer ar dop y dudalen, mae cwestiynau (a) i (dd) yn rai ble mae angen adio'r ddau rif blaenorol i gael y rhif nesaf, tra mae cwestiynau (e) ag (f) yn rai ble mae angen adio'r tri rhif blaenorol i gael y rhif nesaf.

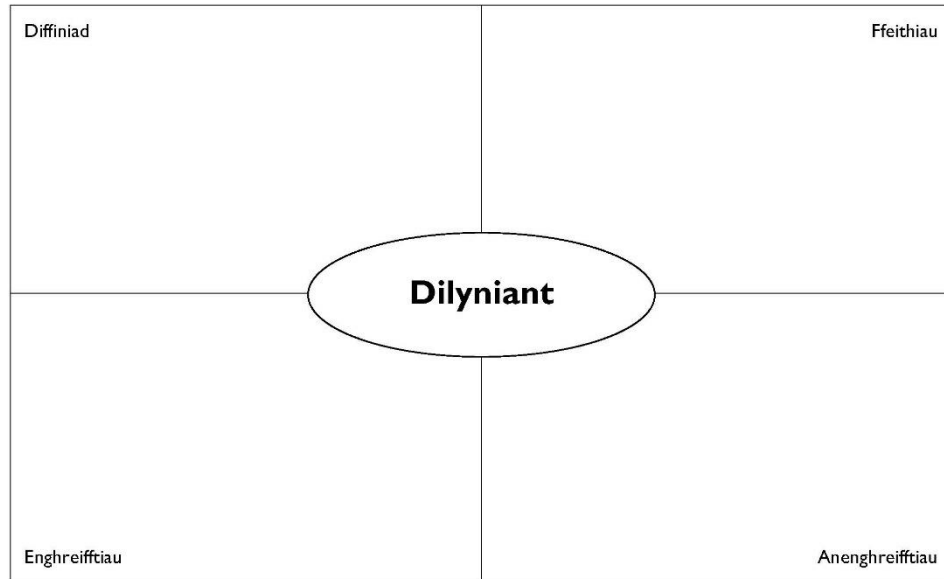


Mae 1 milltir tua 1.60934 cilometr, tra bod y gymhareb euraid tua 1.61803. Gan fod y ddau rif yma'n agos at ei gilydd, mae'n bosib defnyddio dilyniant Fibonacci i amcangyfrif pellteroedd mewn milltiroedd sy'n rhifau Fibonacci i fod mewn cilometrau.

Ar gyfer y sialens, mae yna wastad wahaniaeth o un rhwng y ddau luoswm. Weithiau mae sgwâr y rhif canol un yn fwy, ac weithiau mae un yn llai; mae hyn yn mynd bob yn ail wrth weithio trwy'r rhifau Fibonacci. Byddai'n bosib modelu beth sy'n digwydd gan ddefnyddio taenlen ar gyfrifiadur.

Yn y pos, yr opsiwn orau yw disgwyl tan ddiwedd diwrnod 30: y wobr ar ddiwrnod 30 yw £5,368,709.12, a chyfanswm y gwobrau o ddiwrnod 1 tan ddiwrnod 30 yw £10,737,418.23. Eto gellid modelu'r sefyllfa efo taenlen, neu gan ddefnyddio cyfrifiannell.

Model Frayer



Mae model Frayer yn cyflwyno gwybodaeth am derm arbennig, yn fan hyn y term 'Dilyniant. Mae llawer o enghreifftiau i'w gweld ar y wefan <https://www.frayer-model.co.uk/>.

Ymatebion enghreifftiol:



Diffiniad

'Rhestr o rifau neu wrthrychau mewn trefn arbennig'.
'Mae dilyniant yn gasgliad o rifau neu luniau ble mae'n rhaid cael rheol i benderfynu beth yw'r rhif neu lun nesaf yn y casgliad.'



Ffeithiau

'Mewn dilyniant o rifau, mae'r rhifau'n cael eu hadnabod fel termau'r dilyniant. Er enghraifft, yn y dilyniant 5, 8, 11, 14, ..., y term cyntaf yw 5, a'r trydydd term yw 11'.



Enghreifftiau

'9, 11, 13, 15, 17, 19, ...'
'1000, 500, 250, 125, 62.5, ...'



Anenghreifftiau

'2, 4, 6, 8, 11, 12, 14, 16, ...'
'A, B, C, Ch, D, Dd, F, Ff, G, ...'

Os nad ydych yn gyfarwydd efo'r syniad o anenghraifft, ewch i'r wefan <https://nonexamples.com/compare> am fwy o wybodaeth.

Cymudedd

Ydi'r drefn yr ydych yn gwneud pethau'n bwysig? Os *nad* yw'r drefn yn bwysig, yna rydym yn dweud bod y pethau'n **gymudol**. Os *ydi'r* drefn yn bwysig, yna rydym yn dweud bod y pethau'n **anghymudol**.

Enghraifft

Mae Siwan yn mynd i gymysgu paent melyn a glas i wneud paent gwyrdd.



Byddai rhoi'r paent melyn yn y bwced gwag a chymysgu'r paent glas i mewn yn rhoi'r un canlyniad â rhoi'r paent glas yn y bwced gwag a chymysgu'r paent melyn i mewn. Mae'r broses yma felly'n **gymudol**.

Mae Arwyn yn codi yn y bore ac yn gorffen gwisgo trwy roi pâr o sanau ac esgidiau ymlaen.



Byddai gwisgo'r sanau'n gyntaf ac yna'r esgidiau yn rhoi canlyniad gwahanol i wisgo'r esgidiau'n gyntaf ac yna'r sanau. Mae'r broses yma felly'n **anghymudol**.

Ymarfer

Ydi'r sefyllfaoedd canlynol yn gymudol neu'n anghymudol?

Ychwanegu halen a finegr i sglodion ffres.



Astudio ar gyfer prawf sillafu a chymryd y prawf sillafu.



Mae'r dudalen yma'n cyflwyno'r syniad o gymudedd, ble rydym yn trafod os oes ots pa drefn mae pethau'n cael eu gwneud. Er gwybodaeth, mewn algebra ffurfiol, mae cymudedd yn nodi bod $a + b = b + a$, ond nid oes angen sôn am yr hafaliad yma yn y gwaith hwn. Trafodwch efo'r dysgwyr y sefyllfaoedd sy'n cael eu disgrifio, gan drafod os yw'r canlyniad yr un peth (cymudol) neu'n wahanol (anghymudol) bob tro.

Ysgwyd potel o ddŵr a'i agor.



Ysgwyd potel o bop a'i agor.



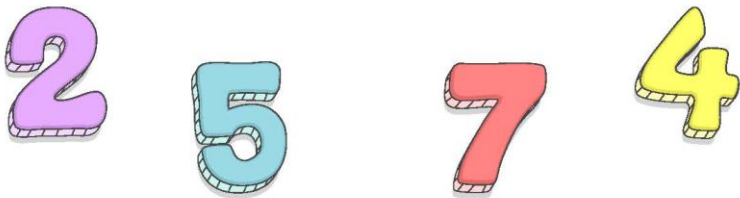
Symud dau gam i'r dde a symud dau gam i fyny wrth fynd o A i B.

		B
A		

Symud dau gam i'r dde a symud dau gam i fyny wrth fynd o A i B.

		B
A		

Adio dau rif at ei gilydd.



Tynnu dau rif oddi wrth ei gilydd.



Pwrpas yr ymarfer yw helpu i'r dysgwyr ddeall bod adio rhifau'n gymudol (nid oes ots ym mha drefn mae dau rif yn cael eu hadio at ei gilydd), ond bod tynnu rhifau'n anghymudol (mae ots ym mha drefn mae dau rif yn cael eu tynnu i ffwrdd o'i gilydd). Treuliwch amser yn ymchwilio i mewn i hyn, os oes angen, gan ystyried enghreifftiau gwahanol megis $5 + 3$ a $3 + 5$, neu $5 - 3$ a $3 - 5$. (Defnyddiwch gownteri dwy ochr i helpu efo'r modelu.) Unwaith y mae'r dysgwyr yn hapus bod adio rhifau'n gymudol, a bod tynnu rhifau'n anghymudol, symudwch ymlaen.

Enghreifftiau pellach o gymudedd ac anghymudedd:

- Gwneud diod ffrwythau trwy gymysgu dŵr efo cordial oren.
- Brwsio dannedd yn y bore a bwyta tost efo jam mefus arno.
- Goleuo'r canhwyllau ar gacen penblwydd a chwythu ar y canhwyllau.
- Cerdded tri cham ymlaen a cherdded tri cham yn ôl.
- Golchi gwallt a sychu gwallt.
- Chwythu aer i mewn i falŵn a rhoi twll yn y balŵn.
- Mesur curiad y galon a rhedeg 100 m.

Allwch chi feddwl am fwy o enghreifftiau o gymudedd neu anghymudedd?

Mae **adio rhifau'n gymudol**, tra bod **tynnu rhifau'n anghymudol**.

Enghraifft

$6 + 4 = 4 + 6$	$6 - 4 \neq 4 - 6$
-----------------	--------------------

Ymarfer

Ysgrifennwch = neu \neq yn y canol.

$8 + 3$ $3 + 8$	$8 - 3$ $3 - 8$
-----------------	-----------------

$3 + 8$ $8 + 3$	$3 - 8$ $8 - 3$
-----------------	-----------------

$7 - 5$ $5 - 7$	$7 + 5$ $5 + 7$
-----------------	-----------------

$9 + 4$ $4 + 9$	$9 - 4$ $4 - 9$
-----------------	-----------------

$2.5 + 3.5$ $3.5 + 2.5$	$3.4 - 0.6$ $0.6 - 3.4$
-------------------------	-------------------------

$7 + 0$ $0 + 7$	$7 - 0$ $0 - 7$
-----------------	-----------------

$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$	$\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$ $\frac{5}{12} + \frac{7}{12}$
---	---

Cymerwch ofal efo'r rhai nesaf!

$4 + 5$ $5 + 6$	$9 - 3$ $3 + 3$
-----------------	-----------------

$3 + 4 + 5$ $5 + 4 + 3$	$10 - 3$ $3 - 4$
-------------------------	------------------

$-2 + 4$ $4 + -2$	$-2 - 4$ $4 - -2$
-------------------	-------------------

$5 + 2 - 3$ $2 + 5 - 3$	$5 + 2 - 3$ $5 + 3 - 2$
-------------------------	-------------------------



Mae'r ymarfer yma'n datblygu rhuglder wrth ddefnyddio cymudedd.

- Mae'r set gyntaf o ymarferion yn canolbwyntio'n unig ar wrthdroi trefn y ddau rif yn y swm.
- Mae angen ystyried os yw'r ddau fynegiad yn hafal neu'n wahanol yn yr ail set o ymarferion. Sylwch fod y cwestiynau sy'n cynnwys tri rhif wedi'u dewis yn ofalus fel nad oes ots ym mha drefn mae'r symiau'n cael eu cwblhau.

Tynnu fel swm adio: defnyddio'r gwrthdro adiol

Gadewch i ni ystyried y swm tynnu $5 - 2$. Mae'n bosib meddwl am y swm yma fel cychwyn efo pum cownter melyn



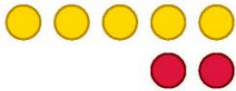
ac yna tynnu dau gownter i ffwrdd i adael tri chownter melyn.



Dyma ffordd wahanol o feddwl am y swm. Yn lle tynnu dau, gallwn adio **gwrthdro adiol** dau, sef -2 . Felly, yn lle ysgrifennu $5 - 2$, rydym yn ysgrifennu $5 + -2$. Gallwn feddwl am y swm yma fel cychwyn efo 5 cownter melyn



ac yna adio dau gownter coch (i gynrychioli -2).



Mae yna ddau bâr sero yn fan hyn, sy'n gadael tri chownter melyn fel o'r blaen.



Pam ydym eisiau defnyddio'r ffordd newydd yma o ysgrifennu'r swm?

Wel, nid yw'r swm gyntaf yn gymudol, gan fod $5 - 2$ yn wahanol i $2 - 5$. (Beth yw'r ddau ateb gwahanol yn fan hyn?)

Mae'r ail swm fodd bynnag **yn** gymudol, gan fod $5 + -2$ yr un peth â $-2 + 5$.

Bydd hyn yn ein helpu i ateb symiau fel $-2 + 5$ ar y dudalen nesaf.

Ymarfer

Ysgrifennwch y symiau tynnu canlynol fel symiau adio, gan ddefnyddio'r gwrthdro adiol.

- | | | |
|-----------------|----------------------------------|------------------|
| (a) $6 - 2$ | (b) $7 - 2$ | (c) $10 - 2$ |
| (ch) $7 - 5$ | (d) $10 - 3$ | (dd) $14 - 8$ |
| (e) $5 - 3$ | (f) $11 - 4$ | (ff) $18 - 6$ |
| (g) $2.7 - 1.2$ | (ng) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ | (h) $27\% - 4\%$ |



Mae'r dudalen yma'n cyflwyno'r syniad o'r **gwrthdro adiol**, sy'n galluogi pob swm tynnu gael ei ysgrifennu fel swm adio.

Gwrthdro adiol 1 yw -1 .

Gwrthdro adiol 2 yw -2 .

Gwrthdro adiol 3 yw -3 .

Ac yn y blaen...

Mae adio rhif at ei wrthdro adiol pob tro'n rhoi ateb o sero.

Er enghraifft,

$$1 + -1 = 0$$

$$2 + -2 = 0$$

$$3 + -3 = 0$$

Bydd y gwrthdro adiol yn cael ei ddefnyddio'n bellach ymlaen yn y bennod i benderfynu'r drefn ar gyfer cwblhau symiau adio a thynnu.



Cymerwch ofal wrth ddweud y swm $5 + -2$. Yr ynganiad cywir yw 'pump adio negatif dau', nid 'pump adio minws dau'. (Gwelwch y pecyn [Rhifau: Deifio'n Ddyfnach](#) am fwy o wybodaeth, neu'r ddogfen

https://www.cambridgemaths.org/Images/espresso_15_introducing_negative_numbers.pdf.)



Mae'r ymarfer ar waelod y dudalen yn cyflwyno set o symiau adio ble rydym yn gorfod croesi sero ar y llinell rif i fynd o'r negatif i'r positif. Rhoddir dau ddull o daclo'r symiau ar y dudalen; byddai "Dull C" o ddefnyddio llinell rhif i helpu hefyd yn dderbyniol. (Ar gyfer $-2 + 5$, byddai defnyddio llinell rif i helpu yn golygu lleoli -2 ar y llinell rif, ac yna symud 5 uned i'r cyfeiriad positif i gyrraedd 3.)

Ymarfer

Ysgrifennwch y symiau adio canlynol fel symiau tynnu.

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| (a) $5 + -2$ | (b) $5 + -3$ | (c) $5 + -4$ |
| (ch) $6 + -2$ | (d) $8 + -1$ | (dd) $9 + -3$ |
| (e) $7 + -5$ | (f) $10 + -4$ | (ff) $13 + -4$ |

Enghraifft

Sut mae'n bosib ffeindio'r ateb i'r swm $-2 + 5$?

Dull A

Cam 1 Rydym yn defnyddio cymudedd adio i ysgrifennu'r swm fel $5 + -2$.

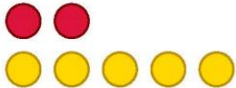
Cam 2 Yn lle adio negatif dau (sef gwrthdro adiol 2), gallwn dynnu 2, fel bod y swm yn newid i fod yn $5 - 2$. Yr ateb felly yw 3.

Dull B

Rydym yn defnyddio cownteri dwy ochr i fodelu: cychwyn efo dau gownter coch (i gynrychioli -2)



yna adio 5 cownter melyn:



Mae yna ddau bâr sero yn fan hyn, sy'n ein gadael efo tri chownter melyn.



Ymarfer

Defnyddiwch ddull o'ch dewis chi i ateb y symiau canlynol.

- | | | |
|---------------|----------------|----------------|
| (a) $-2 + 6$ | (b) $-2 + 7$ | (c) $-2 + 4$ |
| (ch) $-3 + 7$ | (d) $-5 + 8$ | (dd) $-6 + 9$ |
| (e) $-2 + 9$ | (f) $-4 + 5$ | (ff) $-3 + 12$ |
| (g) $-7 + 10$ | (ng) $-8 + 13$ | (h) $-10 + 15$ |

Ymarfer

Trafodwch ystyr y symiau canlynol.

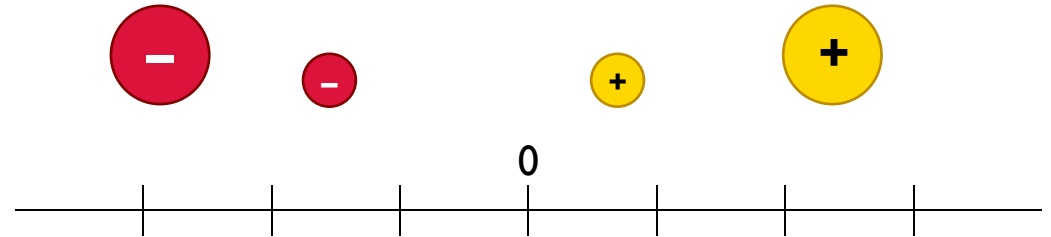
$+$	+	$+$	$+$	+	$+$	$-$	+	$+$	$-$	+	$+$
$+$	+	$+$	$+$	+	$+$	$-$	+	$+$	$-$	+	$+$
$+$	+	$-$	$+$	+	$-$	$-$	+	$-$	$-$	+	$-$
$+$	+	$-$	$+$	+	$-$	$-$	+	$-$	$-$	+	$-$
$+$	-	$+$	$+$	-	$+$	$-$	-	$+$	$-$	-	$+$
$+$	-	$+$	$+$	-	$+$	$-$	-	$+$	$-$	-	$+$
$+$	-	$-$	$+$	-	$-$	$-$	-	$-$	$-$	-	$-$
$+$	-	$-$	$+$	-	$-$	$-$	-	$-$	$-$	-	$-$

Lle ar gyfer gwaith cyfrifo:



Mae'r dasg ar y dudalen hon yn arwain, gobeithio, at drafodaethau naturiol ymysg dysgwyr.

Lleoliad cymharol y symbolau ar y llinell rif:



Dylid trafod beth yw arwydd bob un o'r atebion, yn ei dro. Ydi'r arwydd yn bositif (bob tro), yn negatif (bob tro), neu ydi hi'n amhosib dod i gasgliad beth yw'r arwydd? Efallai hefyd y bydd rhai o'r atebion yn sero, o benderfynu bod symbolau tebyg efo'r un gwerth?

Enghraifft o symiau posib ar gyfer $-$ + $+$:

- $-3 + 5 = 3$ ateb positif
- $-3 + 3 = 0$ sero
- $-3 + 1 = -2$ ateb negatif

Felly, mae'n amhosib dweud beth yw arwydd yr ateb.

Cydnabyddiaeth: mae'r dasg yma yn seiliedig ar waith Don Steward (<https://donsteward.blogspot.com/2011/03/addingsubtracting-directed-numbers.html>) a Chris McGrane (<https://startingpointsmaths.com/2020/06/01/alternative-representation-of-integers/>).

Ymarfer

- (a) $4 + 2 =$ (b) $4 - 2 =$ (c) $4 + -2 =$
 (ch) $-4 + 2 =$ (d) $-4 - 2 =$ (dd) $-4 + -2 =$
 (e) $-2 + 4 =$ (f) $-2 - 4 =$ (ff) $-2 + -4 =$
 (g) $4 - -2 =$ (ng) $2 - -4 =$ (h) $2 - 4 =$

Ymarfer

Llenwch y bylchau yn y tablau canlynol. (Glas adio gwyrdd, yna glas tynnu gwyrdd.)

+	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5											
-4											
-3											
-2											
-1											
0											
1											
2											
3											
4											
5											

-	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5											
-4											
-3											
-2											
-1											
0											
1											
2											
3											
4											
5											



Mae'r ymarfer yma'n datblygu rhuglder wrth adio a thynnu rhifau cyfeiriol.

- Mae'r ymarfer cyntaf yn ystyried cyfuniadau gwahanol o'r rhifau 2 a 4. Bydd yr holl atebion naill ai'n -6 , -2 , 2 neu 6 . (Beth am grwpio'r cwestiynau o ran pa rai sy'n rhoi'r atebion hyn?)
- Dylid adnabod a manteisio ar batrymau yn y tablau i gynorthwyo efo llenwi'r bylchau.

Beth yw'r rhif coll?

Enghraifft

$2 - 8 = \boxed{-6}$

$8 + \boxed{-2} = 6$

$4 - 2 = \boxed{5} - 3$

Ymarfer

$8 + 3 = \square$

$8 - 3 = \square$

$8 + -3 = \square$

$3 + 8 = \square$

$3 - 8 = \square$

$-3 + 8 = \square$

$-8 + 3 = \square$

$-8 - 3 = \square$

$-8 + -3 = \square$

$8 + \square = 11$

$8 + \square = 5$

$8 + \square = -3$

$4 + \square = 6$

$5 + \square = 6$

$6 + \square = 6$

$7 + \square = 6$

$8 + \square = 6$

$15 + \square = 6$

$\square + 6 = 11$

$\square + 6 = 4$

$\square + 6 = -4$

$\square - 4 = 6$

$\square - 4 = -1$

$\square - 4 = -6$

$\square + -2 = 2$

$\square + -2 = -5$

$\square - -2 = 7$

$3 + 4 = 2 + \square$

$3 + 4 = \square + 5$

$3 + \square = 2 + 5$

$9 - 2 = 10 - \square$

$9 - 3 = \square - 5$

$9 - \square = 12 - 7$

$2 - 9 = 1 - \square$

$2 - 9 = \square - 7$

$2 - 9 = \square + 2$

$\square + 3 = -1 + 6$

$\square + 2 = -4 + 10$

$\square - 1 = -3 + 11$

$-4 + 5 = 7 - \square$

$-4 + \square = 8 - 6$

$-4 + 7 = \square + 8$

$10 - \square = 1 + 5$

$-10 - 4 = 1 - \square$

$-10 + 4 = \square + 2$

$8 + -3 = 2 + \square$

$8 + -3 = \square - 4$

$8 + -3 = \square + 7$

$1.2 + 1.5 = 2.4 + \square$

$1.2 + 1.5 = \square + 1.1$

$1.2 + \square = 2 + 0.8$

$\square - 0.5 = 7.3 + 0.6$

$0.4 - 0.6 = 0.7 - \square$

$2 - 0.4 = 1 + \square$

$2 - \frac{3}{4} = 1 + \square$

$2 - \frac{1}{4} = 1 + \square$

$2 - \square = 1 + \frac{1}{2}$



Mae angen dealltwriaeth gysyniadol o ystyr yr hafalnod er mwyn cwblhau'r ymarfer yma'n gywir. Gwyliwch allan am ddysgwyr sydd yn adio (neu yn tynnu) pob rhif maent yn weld yn y cwestiwn er mwyn cyrraedd eu hateb. Modelwch gan ddefnyddio cownteri dwy ochr, os ydynt yn profi trafferth.














Mae'r ymarfer hefyd yn taro ar y disgrifiad dysgu canlynol o gam cynnydd 2 (ac yn datblygu rhuglder ynddo):

CYFRIFO

- Rwyf wedi archwilio perthnasoedd adiol gan ddefnyddio amrywiaeth o gynrychioliadau. **Rwy'n gallu adio a thynnu rhifau cyfan gan ddefnyddio amrywiaeth o ddulliau ysgrifenedig ac ymenyddol.**

Trefn Gweithrediadau

Beth yw'r ateb i'r pos canlynol?

	+		+		=	12
	+		+		=	8
	+		+		=	11
	+		×		=	?

Gwerth y blodau  yw _____

Gwerth y ddraig  yw _____

Gwerth y genhinen  yw _____

Y swm yn y llinell olaf yw _____

Yn y llinell olaf, os ydym yn gwneud y swm adio yn gyntaf, yr ateb yw _____.

Yn y llinell olaf, os ydym yn gwneud y swm lluosu yn gyntaf, yr ateb yw _____.

Tybed beth yw'r ateb cywir i'r swm?



Mae angen rhesymu yma beth yw gwerth bob symbol er mwyn ateb y pos. Gwylwch allan yn y rhes olaf: un blodyn sy'n cael ei ddangos, nid dau (felly'r swm ar gyfer y rhes olaf yw $5 + 2 \times 2$). Tybed a oes posau tebyg i'w canfod ar y we?...

Rydym wedi trafod yn gynt bod adio rhifau'n gymudol. Felly, er enghraifft, mae

$$4 + 5 = 5 + 4.$$

$$4 + 5 \quad \text{● ● ● ● ● ● ● ●}$$

$$5 + 4 \quad \text{● ● ● ● ● ● ● ●}$$

Trwy ysgrifennu 2×2 yn lle'r 4 ar bob ochr yr hafaliad, cawn yr hafaliad newydd

$$2 \times 2 + 5 = 5 + 2 \times 2.$$

Trwy weithio o'r chwith i'r dde, cyfrifwch ateb y swm ar ochr chwith yr hafaliad, a'r ateb i'r swm ar ochr dde'r hafaliad.

Ochr chwith: $2 \times 2 + 5$

Ochr dde: $5 + 2 \times 2$



Gan fod y ddau ateb uchod yn wahanol, mae'n edrych yn debyg ein bod wedi torri'r hafaliad! Er mwyn trwsio hyn, rhaid penderfynu y dylai **lluosi gael blaenoriaeth dros adio** mewn swm tebyg i $5 + 2 \times 2$. Fel yma, mae angen cyfrifo 2×2 i gychwyn, i gael 4, ac yna cyfrifo $5 + 4$ i gael 9. Mae hyn yn cytuno efo'r ateb ar yr ochr chwith, ac efo'r nifer o gownteri sy'n cael eu dangos ym mhob rhes o'r diagram uchod. 9 felly yw'r ateb cywir i'r pos!

RHEOL: O gael y dewis rhwng gwneud swm adio neu swm luosi mewn mathemateg, rhaid gwneud y swm **lluosi** yn gyntaf.

Mae rhoi blaenoriaeth i luosi dros adio yn sicrhau nad ydym yn **torri cymudedd adio**.

Ymarfer

(a) $5 + 3 \times 2$

(b) $5 \times 3 + 2$

(c) $5 + 2 \times 3$

(ch) $9 + 2 \times 5$

(d) $2 + 9 \times 5$

(dd) $2 + 5 \times 9$

(e) $12 + 3 \times 3$

(f) $3 + 12 \times 3$

(ff) $3 + 3 \times 12$

(g) $1 + 2 \times 3 + 4$

(ng) $1 \times 2 + 3 \times 4$

(h) $1 + 2 + 3 \times 4$

(j) $1 \times 2 + 3 + 4$

(j) $1 \times 2 \times 3 \times 4$

(l) $1 \times 2 \times 3 + 4$



Mae'r dudalen yma'n egluro pam fod lluosu'n derbyn blaenoriaeth dros adio mewn symiau mathemategol.

- Rydym yn cychwyn trwy dderbyn bod adio rhifau'n gymudol.
- Ail, rhaid derbyn bod 2×2 yn hafal i 4.
- Os yw'r swm $5 + 2 \times 2$ i fod i gael ateb o 9, yna rhaid dewis lluosu i dderbyn blaenoriaeth dros adio. (Fel arall, byddai'r ateb i'r swm yn 14, sydd yn wahanol i'r bwriad ar dop y dudalen.)

Rhaid nodi mai *confensiwn* yn unig yw trefn gweithrediadau mewn mathemateg. Byddai adio wedi gallu derbyn blaenoriaeth dros luosi, ond yna byddai angen cyflwyno cromfachau yn y swm $5 + 2 \times 2$, a'i ysgrifennu fel $5 + (2 \times 2)$. Mae mwy o wybodaeth am hyn, ac yn gyffredinol am drefn gweithrediadau, ar gael ar y blog <https://www.mathemateg.com/mod/page/view.php?id=4163>.

Ymarfer

Dewiswch dri rhif **gwahanol** allan o'r pump sy'n cael eu rhoi, er mwyn cwblhau'r symiau mewn ffyrdd gwahanol.

(a) 2, 3, 4, 5, 6
 $\square \times \square + \square$
 $= 14$
 6 ateb gwahanol

(b) 2, 3, 4, 5, 6
 $\square \times \square + \square$
 $= 18$
 2 ateb gwahanol

(c) 2, 3, 4, 5, 6
 $\square \times \square + \square$
 $= 22$
 4 ateb gwahanol

(ch) 2, 3, 4, 5, 6
 $\square + \square \times \square$
 $= 23$
 4 ateb gwahanol

(d) 2, 3, 4, 5, 6
 $\square + \square \times \square$
 $= 27$
 2 ateb gwahanol

(dd) 2, 3, 4, 5, 6
 $\square + \square \times \square$
 $= 34$
 2 ateb gwahanol

(e) 2, 3, 4, 5, 7
 $\square \times \square + \square$
 $= 13$
 6 ateb gwahanol

(f) 2, 3, 4, 5, 7
 $\square + \square \times \square$
 $= 19$
 6 ateb gwahanol

(ff) 2, 3, 4, 5, 7
 $\square \times \square + \square$
 $= 33$
 2 ateb gwahanol

(g) 3, 4, 6, 7, 9
 $\square + \square \times \square$
 $= 25$
 4 ateb gwahanol

(ng) 3, 4, 6, 7, 9
 $\square \times \square + \square$
 $= 27$
 6 ateb gwahanol

(h) 3, 4, 6, 7, 9
 $\square + \square \times \square$
 $= 43$
 2 ateb gwahanol

(i) 4, 5, 7, 8, 9
 $\square \times \square + \square$
 $= 27$
 2 ateb gwahanol

(j) 4, 5, 7, 8, 9
 $\square + \square \times \square$
 $= 41$
 4 ateb gwahanol

(l) 4, 5, 7, 8, 9
 $\square \times \square + \square$
 $= 49$
 4 ateb gwahanol



Mae'r dudalen yma'n cynnig **ymarfer pwrpasol** o luosi ag adio rhifau gwahanol.

- Cofiwch ystyried trefn gweithrediadau yn y cwestiynau ble mae adio'n ymddangos yn gyntaf.
- Mae'r atebion yn ymddangos mewn parau. Er enghraifft, o ddarganfod yr ateb $3 \times 4 + 2$ ar gyfer cwestiwn (a), o gyfnewid trefn y rhifau (defnyddio cymudedd) yn y swm llusoi, mae'r ateb $4 \times 3 + 2$ yn ymddangos.

Cydnabyddiaeth: mae'r ymarfer yma'n seiliedig ar yr un canlynol o wefan y diweddar Don Steward:

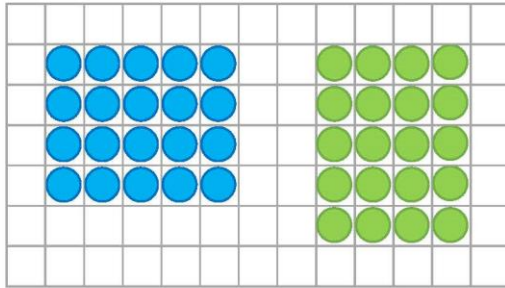
<https://donsteward.blogspot.com/2017/11/multiplication-problems.html>

Atebion:

- (a) $2 \times 4 + 6$, $4 \times 2 + 6$, $2 \times 5 + 4$, $5 \times 2 + 4$, $3 \times 4 + 2$, $4 \times 3 + 2$.
 (b) $3 \times 4 + 6$, $4 \times 3 + 6$.
 (c) $3 \times 6 + 4$, $6 \times 3 + 4$, $4 \times 5 + 2$, $5 \times 4 + 2$.
 (ch) $3 + 4 \times 5$, $3 + 5 \times 4$, $5 + 3 \times 6$, $5 + 6 \times 3$.
 (d) $3 + 4 \times 6$, $3 + 6 \times 4$
 (dd) $4 + 5 \times 6$, $4 + 6 \times 5$
 (e) $2 \times 3 + 7$, $3 \times 2 + 7$, $2 \times 4 + 5$, $4 \times 2 + 5$, $2 \times 5 + 3$, $5 \times 2 + 3$.
 (f) $4 + 3 \times 5$, $4 + 5 \times 3$, $5 + 2 \times 7$, $5 + 7 \times 2$, $7 + 3 \times 4$, $7 + 4 \times 3$.
 (ff) $4 \times 7 + 5$, $7 \times 4 + 5$.
 (g) $4 + 3 \times 7$, $4 + 7 \times 3$, $7 + 3 \times 6$, $7 + 6 \times 3$.
 (ng) $3 \times 6 + 9$, $6 \times 3 + 9$, $3 \times 7 + 6$, $7 \times 3 + 6$, $4 \times 6 + 3$, $6 \times 4 + 3$.
 (h) $7 + 4 \times 9$, $7 + 9 \times 4$.
 (i) $4 \times 5 + 7$, $5 \times 4 + 7$.
 (j) $5 + 4 \times 9$, $5 + 9 \times 4$, $9 + 4 \times 8$, $9 + 8 \times 4$.
 (l) $5 \times 8 + 9$, $8 \times 5 + 9$, $5 \times 9 + 4$, $9 \times 5 + 4$.

Lluosi

Ydi lluosu rhifau'n gymudol? Er enghraifft, ydi'r ateb i 4×5 yr un peth, neu'n wahanol, i'r ateb i 5×4 ?



Gwelwn o'r diagramau uchod bod lluosu rhifau'n gymudol, gan fod yr atebion i 4×5 a 5×4 ill dau yn 20. Gallwn felly ysgrifennu'r hafaliad

$$4 \times 5 = 5 \times 4.$$

O gytno mai 5 yw'r ateb i'r swm $2 + 3$, mae'n rhesymol ysgrifennu $2 + 3$ yn lle 5 yn yr hafaliad uchod:

$$4 \times 2 + 3 = 2 + 3 \times 4.$$

O gofio bod lluosu'n derbyn blaenoriaeth dros adio, beth yw'r ateb i'r symiau ar bob ochr o'r hafaliad yma?

Ochr chwith: $4 \times 2 + 3$

Ochr dde: $2 + 3 \times 4$

Nid yw unrhyw un o'r atebion uchod yn hafal i 20, felly mae gennym broblem! Rydym yn datrys hyn trwy gyflwyno pâr o gromfachau i bob ochr yr hafaliad, ac yn ysgrifennu

$$4 \times (2 + 3) = (2 + 3) \times 4.$$

Mae bob ochr nawr yn rhoi 20, os ydym yn mynnu bod unrhyw swm mewn cromfachau'n derbyn blaenoriaeth tros unrhyw symiau adio neu luosi.



Mae'r dudalen yma'n egluro pam fod cromfachau'n cael eu defnyddio mewn symiau mathemategol er mwyn blaenoriaethu rhan(-nau) penodol o'r swm.

- Rydym yn cychwyn trwy dderbyn bod lluosu rhifau'n gymudol.
- Ail, rhaid derbyn bod $2 + 3$ yn hafal i 5.
- Os yw'r symiau $4 \times 2 + 3$ a $2 + 3 \times 4$ i fod i gael ateb o 20, yna rhaid cyflwyno cromfachau, i roi $4 \times (2 + 3)$ a $(2 + 3) \times 4$, a blaenoriaethu cwblhau'r swm mewn cromfachau'n gyntaf. (Fel arall, bydd y symiau efo atebion o 11 ag 14, sydd yn wahanol i'r bwriad.)

RHEOL: Mewn unrhyw swm efo cromfachau, rhaid cwblhau'r swm yn y cromfachau cyn mynd ymlaen a gwneud unrhyw beth arall.

Mae rhoi blaenoriaeth i symiau mewn cromfachau yn sicrhau nad ydym yn **torri cymudedd lluosu**.

Ymarfer

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------|-------------------------|
| (a) $5 \times (4 + 2)$ | (b) $(4 + 2) \times 5$ | (c) $4 \times (5 + 2)$ |
| (ch) $(5 + 2) \times 4$ | (d) $5 + (4 + 2)$ | (dd) $2 \times (4 + 5)$ |
| (e) $(5 + 4) \times 2$ | (f) $2 \times (5 \times 4)$ | (ff) $5 \times (2 + 4)$ |

Sialens!

Ailadroddwch yr ymarfer uchod, ond y tro hyn gan anghofio'r cromfachau (fel bod cwestiwn (a), er enghraifft, yn newid i $5 \times 4 + 2$). Mae atebion dau o'r cwestiynau'n aros yr un fath – pa rai?

Ymarfer

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| (a) $(4 + 2) \times (3 + 5)$ | (b) $10 \times (2 + 6)$ | (c) $(5 \times 2) + (4 \times 3)$ |
| (ch) $(4 \times 2) + (3 \times 5)$ | (d) $10 + (2 \times 6)$ | (dd) $(5 + 2) \times (4 + 3)$ |
| (e) $4 \times (2 + 3) \times 5$ | (ff) $(10 + 2) \times 6$ | (g) $5 \times (2 + 4) \times 3$ |
| (ng) $4 \times 2 + 3 \times 5$ | (h) $10 \times 2 + 6$ | (i) $5 \times 2 + 4 \times 3$ |
| (j) $4 + (2 \times 3 + 5)$ | (l) $10 + 2 \times 6$ | (ll) $(5 \times 2 + 4) \times 3$ |

Hyd yma, rydym wedi penderfynu ar y drefn ganlynol ar gyfer gweithrediadau.



Ble mae symiau tynnu a rhannu yn ffitio i'r pos?

Gyda'r sialens, yr atebion i gwestiynau (d) ag (f) sydd yn aros yr un fath, gan nad oes ots ym mha drefn mae'r ddau swm ym mhob cwestiwn yn cael eu cwblhau. Mae hyn yn rhoi awgrym o'r gwaith sydd i ddod yn y bennod olaf, ble rydym yn ystyried cysylltiadedd adio a lluosu.



Mae'r sgrôl yn cyflwyno ein rhestr gyntaf ar gyfer sut i flaenoriaethu gweithrediadau mewn mathemateg. Ar hyn o bryd, dim ond cromfachau, lluosu ag adio sy'n cael eu cynnwys, gan mai dyma'r unig weithrediadau i ymddangos hyd yma wrth ystyried trefn gweithrediadau. Bydd fersiwn terfynol yn ymddangos ym mhellach ymlaen yn y bennod.

Symiau adio a thynnu

Gadewch i ni ystyried y pedwar swm canlynol.

$8 + 4 + 2$ $8 + 4 - 2$ $8 - 4 + 2$ $8 - 4 - 2$

Beth ydych yn sylwi am y symiau?

Llenwch y tabl isod er mwyn ateb y symiau mewn dwy ffordd: yn gyntaf gan wneud y swm **coch** i gychwyn, ac yna gan wneud y swm **glas** i gychwyn.

Gadewch y golofn olaf o'r tabl yn wag, am y tro.

Swm	Ateb gan gychwyn efo'r swm coch	Ateb gan gychwyn efo'r swm glas	Pa swm sydd angen ei wneud yn gyntaf?
$8 + 4 + 2$			Dim ots
$8 + 4 - 2$			Dim ots
$8 - 4 + 2$			
$8 - 4 - 2$			

Mae'r atebion yn y ddwy res gyntaf yr un peth, ond mae'r atebion yn y ddwy res olaf yn wahanol. Pa un sydd yn gywir bob tro?

Gan fod hi'n bosib ysgrifennu bob swm tynnu fel swm adio'r gwrthdro adiol, mae'n bosib ysgrifennu'r ddau swm olaf fel symiau adio:

$8 + -4 + 2$ $8 + -4 + -2$

Atebwch y symiau yma mewn dwy ffordd:

Swm	Ateb gan gychwyn efo'r swm coch	Ateb gan gychwyn efo'r swm glas
$8 + -4 + 2$		
$8 + -4 + -2$		

Mae'r atebion ym mhob rhes o'r tabl uchod yr un peth, felly gallwn eu defnyddio i lenwi'r drydedd golofn yn y tabl cyntaf, a phenderfynu pa swm oedd angen ei wneud yn gyntaf ar gyfer $8 - 4 + 2$ a $8 - 4 - 2$.



Mae'r dudalen yma'n mynd i'r afael â pham fod symiau adio a thynnu'n cael eu cwblhau o'r chwith i'r dde mewn mathemateg. Ar gyfer hynny, rydym yn ystyried pedwar swm ar dop y dudalen, sef y rhifau 8, 4 a 2 gyda phob cyfuniad posib o adio a thynnu'n cael eu cynnwys rhyngdynt.

$+, +$ $+, -$ $-, +$ $-, -$

Gyda'r ddau swm cyntaf yn y tabl uchaf, nid oes ots ym mha drefn mae'r symiau'n cael eu cwblhau. Mae'r drefn fodd bynnag yn bwysig gyda'r ddau swm olaf, felly rydym yn ail ysgrifennu'r symiau hynny gan ddefnyddio'r gwrthdro adiol, er mwyn penderfynu pa ateb sy'n gywir.

Ar gyfer $8 - 4 + 2$, o wneud y swm **coch** yn gyntaf, yr ateb yw 6, ac o wneud y swm **glas** yn gyntaf, yr ateb yw 2. Trwy ail ysgrifennu'r swm fel $8 + -4 + 2$, gwelwn fod ateb o 6 yn cael ei gyfrifo dim ots pa un allan o'r coch neu'r glas sy'n cael ei wneud yn gyntaf. Golygai hyn mai'r swm **coch** sydd angen ei wneud yn gyntaf yn y swm $8 - 4 + 2$, sef y swm tynnu.

Ar gyfer $8 - 4 - 2$, o wneud y swm **coch** yn gyntaf, yr ateb yw 2, ac o wneud y swm **glas** yn gyntaf, yr ateb yw 6. Trwy ail ysgrifennu'r swm fel $8 + -4 + -2$, gwelwn fod ateb o 2 yn cael ei gyfrifo dim ots pa un allan o'r coch neu'r glas sy'n cael ei wneud yn gyntaf. Golygai hyn mai'r swm **coch** sydd angen ei wneud yn gyntaf yn y swm $8 - 4 - 2$, sef y swm tynnu cyntaf.

Golygai'r uchod fod gweithio o'r chwith i'r dde (sef gwneud y swm **coch** yn gyntaf) yn sicrhau bod *unrhyw* gyfuniad o symiau adio neu dynnu'n cael eu cyfrifo'n gywir. Dyma'r rheol sy'n cael ei gyflwyno ar y dudalen nesaf.

Ym mhob un o'r pedair enghraifft ar y dudalen gynt, byddai cychwyn trwy wneud y swm oedd yn ymddangos **gyntaf ar y chwith** (y swm **coch**) yn arwain at ddarganfod yr ateb cywir. Mae hyn yn arwain at sefydlu'r rheol ganlynol.

RHEOL: O gael dau neu fwy o symiau adio neu dynnu, rydym yn eu cwblhau trwy weithio o'r chwith i'r dde.

Ymarfer

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| (a) $9 - 6 + 3$ | (b) $9 + 6 - 3$ | (c) $9 - 6 - 3$ |
| (ch) $9 + 6 + 3$ | (d) $6 - 3 + 9$ | (dd) $6 + 3 - 9$ |
| (e) $6 + 9 - 3$ | (f) $6 - 9 + 3$ | (ff) $3 - 6 + 9$ |
| (g) $10 - 3 + 5$ | (ng) $10 + 3 - 5$ | (h) $10 - 5 + 3$ |
| (i) $12 - 7 + 1$ | (j) $7 - 12 + 1$ | (l) $1 + 7 - 12$ |

Ymarfer

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| (a) $2 \times 3 + 4 - 5$ | (b) $2 + 3 \times 4 - 5$ | (c) $2 + 3 + 4 \times 5$ |
| (ch) $2 - 3 + 4 \times 5$ | (d) $2 + 3 - 4 \times 5$ | (dd) $2 - 3 \times 4 + 5$ |
| (e) $6 \times 3 - 2 + 7$ | (f) $3 \times 2 - 7 + 6$ | (ff) $2 \times 7 - 6 + 3$ |
| (g) $6 + 3 \times 2 - 7$ | (ng) $3 + 2 \times 7 - 6$ | (h) $2 + 7 \times 6 - 3$ |
| (i) $6 - 3 + 2 \times 7$ | (j) $3 - 2 + 7 \times 6$ | (l) $2 - 7 + 6 \times 3$ |

Ymarfer

Cwblhewch yr hafaliadau canlynol trwy lenwi'r bylchau efo naill ai +, - neu \times .

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| (a) $3 \square 4 \square 5 = 12$ | (b) $3 \square 4 \square 5 = 17$ | (c) $3 \square 4 \square 5 = 23$ |
| (ch) $3 \square 4 \square 5 = 60$ | (d) $3 \square 4 \square 5 = 7$ | (dd) $3 \square 4 \square 5 = 2$ |
| (e) $3 \square 4 \square 5 = -6$ | (f) $3 \square 4 \square 5 = -17$ | (ff) $3 \square 4 \square 5 = 4$ |

Sialens!

Defnyddiwch y rhifau 2, 3 a 4 a'r gweithrediadau +, - a \times i greu symiau efo gymaint o atebion gwahanol ac sy'n bosib.

Nodyn technegol:

Yn aml mewn deunyddiau ar drefn gweithrediadau, fe welwch fod adio a thynnu yn cael eu trin "ar yr un lefel". Nid yw hyn yn hollol gywir, gan fod tynnu yn derbyn blaenoriaeth dros adio. Fe welsom hyn gyda'r trydydd swm ar y dudalen cynt, $8 - 4 + 2$. O wneud y swm tynnu yn gyntaf, mae'r ateb cywir yn ymddangos, ond o wneud y swm adio yn gyntaf, rydym yn gorffen gydag ateb anghywir. Golygai hyn nad yw adio a thynnu "ar yr un lefel" gan nad oes dewis rhydd rhwng gwneud y swm adio yn gyntaf neu wneud y swm tynnu yn gyntaf.

Pam felly nad yw'r rheol yn dweud "rhowch flaenoriaeth i symiau tynnu dros symiau adio"? Mae'r broblem yn dod o gael dau swm tynnu mewn un swm, fel gyda'r swm $8 - 4 - 2$. Yn fan hyn mae angen cychwyn trwy wneud y swm tynnu cyntaf ar y chwith (yr un **coch**). Mae'n haws felly geirio'r rheol i ddweud wrthym weithio o'r chwith i'r dde, yn hytrach na blaenoriaethu tynnu, ac yna gorfod delio efo'r sefyllfa ble mae gennym ddau swm tynnu mewn un swm. Mae'n werth nodi fodd bynnag y byddai blaenoriaethu tynnu dros adio yn rhoi strategaeth sy'n gweithio. Er enghraifft, ystyriwch yr ail swm ar y dudalen gynt, $8 + 4 - 2$. Yn fan hyn byddai gwneud y swm tynnu yn gyntaf yn arwain at yr ateb cywir ($8 + 2 = 10$), yn ogystal â dilyn y strategaeth arferol o weithio o'r chwith i'r dde ($12 - 2 = 10$).

Rhannu

Ydi rhannu rhifau'n gymudol, neu'n anghymudol? Er enghraifft, ydi'r ateb i'r swm $4 \div 2$ yr un peth, neu'n wahanol, i'r ateb i $2 \div 4$?

Ymarfer

Ysgrifennwch = neu \neq yn y canol.

8×4	4×8	$8 \div 4$	$4 \div 8$
--------------	--------------	------------	------------

4×8	8×4	$4 \div 8$	$8 \div 4$
--------------	--------------	------------	------------

$12 \div 3$	$3 \div 12$	12×3	3×12
-------------	-------------	---------------	---------------

5×2	2×5	$5 \div 2$	$2 \div 5$
--------------	--------------	------------	------------

Cymerwch ofal efo'r rhai nesaf!

5×4	$4 + 5$	$9 \div 3$	$12 \div 4$
--------------	---------	------------	-------------

$10 \div 2$	5×1	$15 \div 3$	$30 \div 6$
-------------	--------------	-------------	-------------

4×6	$6 \div 4$	$2 \times 3 \times 4$	$4 \times 3 \times 2$
--------------	------------	-----------------------	-----------------------

Rhannu fel swm lluosol: defnyddio'r gwrthdro lluosol

Gadewch i ni ystyried y swm rhannu $6 \div 2$. Mae'n bosib meddwl am y swm yma fel cychwyn efo chwe chownter melyn



a'u hollti i greu dau bentwr hafal o dri chownter bob un.



Felly, mae $6 \div 2 = 3$.



Mae rhannu rhifau'n anghymudol. Gellid dangos hyn trwy ystyried y gwahaniaeth rhwng yr atebion i'r symiau $4 \div 2$ a $2 \div 4$.

Gallwn fodelu'r swm cyntaf trwy gychwyn efo pedwar cownter melyn



a'u hollti i mewn i ddau bentwr hafal o ddau gownter bob un.

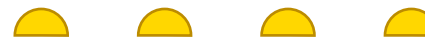


Felly, mae $4 \div 2 = 2$.

Gyda'r ail swm, rhaid cychwyn efo dau gownter melyn



a'u hollti i mewn i bedwar pentwr hafal, sy'n golygu gosod pedwar hanner cownter ar wahân mewn rhes.



Felly, mae $2 \div 4 = \frac{1}{2}$.

Gan fod y ddau ateb yn wahanol, mae'n rhaid bod rhannu rhifau'n anghymudol.

Dyma ffordd wahanol o feddwl am y swm. Yn lle rhannu efo dau, gallwn llusoi efo **gwrthdro lluosol** dau, sef $\frac{1}{2}$. Felly, yn lle ysgrifennu $6 \div 2$, rydym yn ysgrifennu $6 \times \frac{1}{2}$. Gallwn feddwl am y swm yma fel rhes o chwe hanner cownter



sy'n dod at ei gilydd i ffurfio tri chownter llawn.



Felly, fel o'r blaen, mae $6 \div 2 = 3$.

Ymarfer

Ysgrifennwch y symiau rhannu canlynol fel symiau llusoi, gan ddefnyddio'r gwrthdro lluosol.

- | | | |
|------------------|-----------------|------------------|
| (a) $8 \div 2$ | (b) $8 \div 4$ | (c) $6 \div 3$ |
| (ch) $12 \div 6$ | (d) $12 \div 3$ | (dd) $12 \div 3$ |
| (e) $21 \div 7$ | (f) $24 \div 8$ | (ff) $45 \div 9$ |

Ymarfer

Ysgrifennwch y symiau llusoi canlynol fel symiau rhannu.

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| (a) $10 \times \frac{1}{2}$ | (b) $6 \times \frac{1}{3}$ | (c) $20 \times \frac{1}{4}$ |
| (ch) $10 \times \frac{1}{5}$ | (d) $6 \times \frac{1}{6}$ | (dd) $20 \times \frac{1}{10}$ |
| (e) $42 \times \frac{1}{6}$ | (f) $44 \times \frac{1}{11}$ | (ff) $28 \times \frac{1}{7}$ |

Ymarfer

Cyfrifwch yr atebion i'r holl symiau yn y ddau ymarfer uchod.

Sialens!

Mae Huw yn pwysu chwe gwaith yn fwy trwm na'i gath, Jess. Wrth ddal ei gath yn ei ddwylo, mae Huw yn sefyll ar glorian. Mae'r glorian yn dangos 42 kg. Beth yw pwysau Huw?



Tudalen 30



Mae'r dudalen yma'n cyflwyno'r syniad o'r **gwrthdro lluosol**, sy'n galluogi pob swm rhannu gael ei ysgrifennu fel swm llusoi.

Gwrthdro lluosol 1 yw $\frac{1}{1}$, sef 1.

Gwrthdro lluosol 2 yw $\frac{1}{2}$.

Gwrthdro lluosol 3 yw $\frac{1}{3}$.

Ac yn y blaen...

Mae llusoi rhif efo'i wrthdro lluosol pob tro'n rhoi ateb o un.

Er enghraifft,

$$1 \times 1 = 1$$

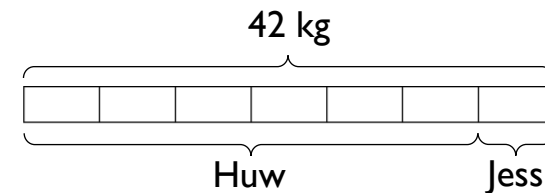
$$2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$3 \times \frac{1}{3} = 1$$

Bydd y gwrthdro lluosol yn cael ei ddefnyddio'n bellach ymlaen yn y bennod i benderfynu'r drefn ar gyfer cwblhau symiau llusoi a rhannu.



Gyda'r sialens, byddai llunio model bar i ddarlunio'r sefyllfa'n fanteisiol, gyda chwe rhan ar gyfer pwysau Huw, ag un rhan ar gyfer pwysau Jess.



Byddai pob rhan o'r model bar yn werth $42 \text{ kg} \div 7 = 6 \text{ kg}$, ac felly pwysau Huw yw $6 \text{ kg} \times 6 = 36 \text{ kg}$.

Symiau llusoi a rhannu

Gadewch i ni ystyried y pedwar swm canlynol.

$$8 \times 4 \times 2 \quad 8 \times 4 \div 2 \quad 8 \div 4 \times 2 \quad 8 \div 4 \div 2$$

Beth ydych yn sylwi am y symiau?

Llenwch y tabl isod er mwyn ateb y symiau mewn dwy ffordd: yn gyntaf gan wneud y swm **coch** i gychwyn, ac yna gan wneud y swm **glas** i gychwyn.

Gadewch y golofn olaf o'r tabl yn wag, am y tro.

Swm	Ateb gan gychwyn efo'r swm coch	Ateb gan gychwyn efo'r swm glas	Pa swm sydd angen ei wneud yn gyntaf?
$8 \times 4 \times 2$			Dim ots
$8 \times 4 \div 2$			Dim ots
$8 \div 4 \times 2$			
$8 \div 4 \div 2$			

Mae'r atebion yn y ddwy res gyntaf yr un peth, ond mae'r atebion yn y ddwy res olaf yn wahanol. Pa un sydd yn gywir bob tro?

Gan fod hi'n bosib ysgrifennu bob swm rhannu fel swm llusoi'r gwrthdro lluosol, mae'n bosib ysgrifennu'r ddau swm olaf fel symiau llusoi:

$$8 \times \frac{1}{4} \times 2 \quad 8 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$$

Atebwch y symiau yma mewn dwy ffordd: (Awgrym: Mae $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.)

Swm	Ateb gan gychwyn efo'r swm coch	Ateb gan gychwyn efo'r swm glas
$8 \times \frac{1}{4} \times 2$		
$8 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$		

Mae'r atebion ym mhob rhes o'r tabl uchod yr un peth, felly gallwn eu defnyddio i lenwi'r drydedd golofn yn y tabl cyntaf, a phenderfynu pa swm oedd angen ei wneud yn gyntaf ar gyfer $8 \div 4 \times 2$ a $8 \div 4 \div 2$.



Mae'r dudalen yma'n mynd i'r afael â pham fod symiau llusoi a rhannu'n cael eu cwblhau o'r chwith i'r dde mewn mathemateg. Ar gyfer hynny, rydym yn ystyried pedwar swm ar dop y dudalen, sef y rhifau 8, 4 a 2 gyda phob cyfuniad posib o luosi a rhannu'n cael eu cynnwys rhyngddynt.

$$\times, \times \quad \times, \div \quad \div, \times \quad \div, \div$$

Gyda'r ddau swm cyntaf yn y tabl uchaf, nid oes ots ym mha drefn mae'r symiau'n cael eu cwblhau. Mae'r drefn fodd bynnag yn bwysig gyda'r ddau swm olaf, felly rydym yn ail ysgrifennu'r symiau hynny gan ddefnyddio'r gwrthdro lluosol, er mwyn penderfynu pa ateb sy'n gywir.

Ar gyfer $8 \div 4 \times 2$, o wneud y swm **coch** yn gyntaf, yr ateb yw 4, ac o wneud y swm **glas** yn gyntaf, yr ateb yw 1. Trwy ail ysgrifennu'r swm fel $8 \times \frac{1}{4} \times 2$, gwelwn fod ateb o 4 yn cael ei gyfrifo dim ots pa un allan o'r coch neu'r glas sy'n cael ei wneud yn gyntaf. Golygai hyn mai'r swm **coch** sydd angen ei wneud yn gyntaf yn y swm $8 \div 4 \times 2$, sef y swm rhannu.

Ar gyfer $8 \div 4 \div 2$, o wneud y swm **coch** yn gyntaf, yr ateb yw 1, ac o wneud y swm **glas** yn gyntaf, yr ateb yw 4. Trwy ail ysgrifennu'r swm fel $8 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$, gwelwn fod ateb o 1 yn cael ei gyfrifo dim ots pa un allan o'r coch neu'r glas sy'n cael ei wneud yn gyntaf. Golygai hyn mai'r swm **coch** sydd angen ei wneud yn gyntaf yn y swm $8 \div 4 \div 2$, sef y swm rhannu cyntaf.

Golygai'r uchod fod gweithio o'r chwith i'r dde (sef gwneud y swm **coch** yn gyntaf) yn sicrhau bod *unrhyw* gyfuniad o symiau llusoi neu rannu'n cael eu cyfrifo'n gywir. Dyma'r rheol sy'n cael ei gyflwyno ar y dudalen nesaf.

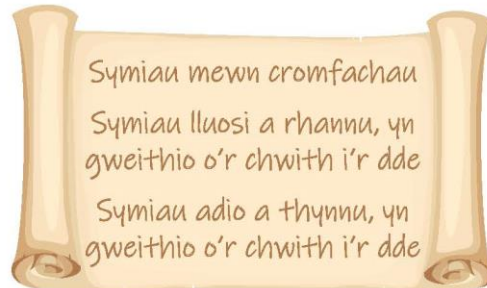
Ym mhob un o'r pedair enghraifft ar y dudalen gynt, byddai cychwyn trwy wneud y swm oedd yn ymddangos **gyntaf ar y chwith** yn arwain at ddarganfod yr ateb cywir. Mae hyn yn arwain at sefydlu'r rheol ganlynol.

RHEOL: O gael dau neu fwy o symiau lluosu neu rannu, rydym yn eu cwblhau trwy weithio o'r chwith i'r dde.

Ymarfer

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| (a) $6 \times 2 \div 3$ | (b) $6 \div 2 \times 3$ | (c) $6 \div 2 \div 3$ |
| (ch) $6 \times 2 \times 3$ | (d) $2 \times 6 \div 3$ | (dd) $6 \div 3 \times 2$ |
| (e) $12 \div 2 \times 3$ | (f) $12 \div 3 \times 2$ | (ff) $12 \div 3 \div 2$ |
| (g) $5 \times 6 \div 2$ | (ng) $18 \div 3 \times 6$ | (h) $1 \times 2 \times 3$ |
| (i) $8 \times 3 \div 6$ | (j) $40 \div 5 \div 4$ | (l) $100 \div 10 \times 10$ |

Dyma grynodedeb o'r drefn i gwblhau symiau mewn mathemateg.



Ymarfer

- | | | |
|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| (a) $4 + 6 \times 2$ | (b) $(4 + 6) \times 2$ | (c) $4 + 6 - 2$ |
| (ch) $4 + (6 - 2)$ | (d) $4 + 6 \div 2$ | (dd) $(4 + 6) \div 2$ |
| (e) $12 + (3 \times 2) - 9$ | (f) $(12 + 3) \times 2 - 9$ | (ff) $12 \div (3 \times 2) - 9$ |
| (g) $12 + 3 \times 2 - 9$ | (ng) $(12 + 3 \times 2) \div 9$ | (h) $(12 - 3) \times (2 + 9)$ |
| (i) $15 + 15 \div 3$ | (j) $(15 + 15) \div 3$ | (l) $15 \div 15 + 3$ |
| (ll) $15 - 15 \div 3$ | (m) $(15 - 15) \div 3$ | (n) $15 + 15 - 3$ |
| (o) $8 + (2 \times (2 + 3))$ | (p) $(8 + 2) \times (2 + 3)$ | (ph) $(8 + (2 \times 2)) + 3$ |



Rydych wedi sylwi'n siŵr ar y tebygrwydd rhwng y dudalen flaenorol â'r deunydd cynt ar symiau adio a thynnu. Mae hyn yn fwriadol (gyda'r rhifau 8, 4 a 2 wedi'u dewis yn ofalus) er mwyn gallu gweld y cysylltiad rhwng y ddwy adran. Byddai'r nodyn technegol gynt hefyd yn gallu cael ei addasu yn fan hyn i nodi nad yw lluosu a rhannu "ar yr un lefel", fel sy'n aml yn cael ei nodi, ond bod rhannu go wir yn derbyn blaenoriaeth dros lluosu.



Mae'r sgrôl ar y dudalen yn nodi ein rhestr derfynol (yn y pecyn hwn) ar gyfer trefn gweithrediadau mewn mathemateg. Nodwch nad ydym yn defnyddio acronym (tebyg i CORLAT) i ddisgrifio'r drefn, gan ganolbwyntio'n hytrach ar ddatblygu dealltwriaeth gysyniadol o'r drefn. Gwelwch y blog canlynol am drafodaeth bellach ar ddefnyddio acronymau:

<https://jemmaths.wordpress.com/2018/12/06/thoughts-on-the-order-of-operations/>

Pâr o gromfachau

Dyma swm mathemateg heb gromfachau.

$$16 - 2 + 4 - 8$$

Beth yw'r ateb i'r swm?

Nawr ychwanegwch **un pâr o gromfachau** i'r swm mewn gwahanol ffyrdd.

Sawl ateb gwahanol sy'n bosib eu ffurfio?

Ymarfer

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| (a) $5 \times 2 + 3$ | (b) $3 + 5 \times 2$ | (c) $4 + 5 \times 2$ |
| (ch) $4 + 5 \times 3$ | (d) $4 + (5 \times 3)$ | (dd) $(4 + 5) \times 3$ |
| (e) $3 \times (4 + 5)$ | (f) $3 \times (4 + 6)$ | (ff) $3 \times 4 + 6$ |
| (g) $3 \times 4 + 6 \times 2$ | (ng) $6 \times 2 + 3 \times 4$ | (h) $6 \times 2 + (3 \times 4)$ |
| (i) $6 \times (2 + 3) \times 4$ | (j) $6 + (2 + 3) \times 4$ | (l) $(6 + 2 \times 3) \times 4$ |

Ymarfer

Ychwanegwch un pâr o gromfachau i ochr chwith bob un o'r hafaliadau canlynol er mwyn eu trwsio.

- | | | |
|----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $2 + 3 \times 4 = 20$ | (b) $10 - 3 + 2 = 5$ | (c) $6 + 4 \div 2 = 5$ |
| (ch) $9 - 3 \times 2 = 12$ | (d) $2 \times 3 + 3 \times 2 = 24$ | (dd) $2 \times 3 + 3 \times 2 = 18$ |
| (e) $10 - 3 - 2 - 1 = 6$ | (f) $10 - 3 - 2 - 1 = 8$ | (ff) $10 - 3 - 2 - 1 = 10$ |

Enghraifft

- | | | |
|------------------------|-------------------------------------|---|
| (a) $\frac{12}{3} = 4$ | (b) $6 + \frac{12}{3} = 6 + 4 = 10$ | (c) $\frac{6+12}{3} = \frac{18}{3} = 6$ |
|------------------------|-------------------------------------|---|

Ymarfer

- | | | |
|-------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| (a) $(4 + 10) \div 2$ | (b) $4 + 10 \div 2$ | (c) $4 + \frac{10}{2}$ |
| (ch) $\frac{10}{2} + 4$ | (d) $\frac{10+4}{2}$ | (dd) $\frac{10}{2} + \frac{4}{2}$ |
| (e) $\frac{10}{2} - 4$ | (f) $4 - \frac{10}{2}$ | (ff) $\frac{10-4}{2}$ |



Mae'r ymarferion hyn yn datblygu rhuglder wrth ystyried trefn gweithrediadau. Mae rhai o'r cwestiynau'n seiliedig ar ymarferion o wefan Craig Barton,

<https://variationtheory.com/category/number/order-of-operations-bidmas/>, ble mae trefn y cwestiynau wedi'u dylunio'n ofalus i annog trafodaethau am y cyswllt rhwng un cwestiwn a'r nesaf.

(a) $5 \times 2 + 3$

(b) $3 + 5 \times 2$

(c) $4 + 5 \times 2$

(ch) $4 + 5 \times 3$

(d) $4 + (5 \times 3)$

(dd) $(4 + 5) \times 3$

(e) $3 \times (4 + 5)$

Defnyddio cymudedd adio

Newid y 3 i fod yn 4

Newid y 2 i fod yn 3

Cyflwyno cromfachau

Newid lleoliad y cromfachau

Defnyddio cymudedd llusoi

ac yn y blaen...

Mae'r ymarfer olaf yn cyflwyno defnyddio ffracsiynau yn lle defnyddio symiau rhannu. Mae cromfachau'n cael eu hymhlygu gan rai o'r cwestiynau hyn, er enghraifft heb ddefnyddio nodiant ffracsiwn byddai angen ysgrifennu $\frac{10+4}{2}$ fel $(10 + 4) \div 2$.

Dosbarthedd

Mae Siwan efo nifer o anifeiliaid anwes: 3 cwningen a 2 gath.

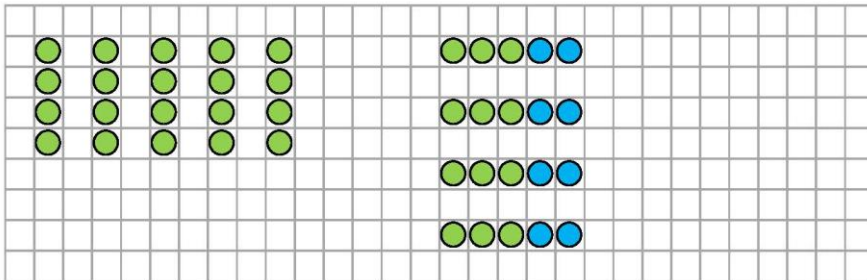


Mae Carwyn yn gofyn i Siwan: 'Sawl coes sydd gan dy anifeiliaid anwes i gyd'?

Mae Siwan yn defnyddio'r dulliau canlynol i gyfri'r coesau. Pa ddull sydd ddim yn gweithio?

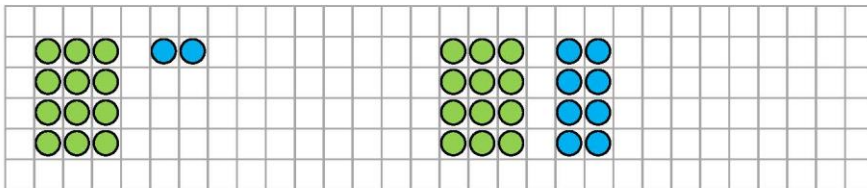
[Dull 1] $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

[Dull 2] $4 \times (3 + 2)$



[Dull 3] $4 \times 3 + 2$

[Dull 4] $4 \times 3 + 4 \times 2$



Ar gyfer bob dull sy'n gweithio, ceisiwch egluro *sut* mae Siwan wedi mynd ati i gyfri'r cyfanswm o goesau.



Mewn algebra ffurfiol, mae **dosbarthedd** lluosu dros adio yn cael ei ysgrifennu fel yma:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$$

(Nid oes angen trafod yr algebra ffurfiol yma gyda'r dysgwyr.)

Yn yr enghraifft efo'r anifeiliaid anwes, dulliau 1, 2 a 4 sydd yn gweithio.

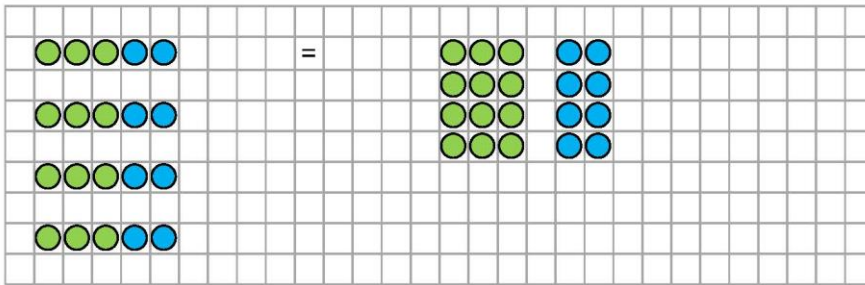
- Mae Dull 1 yn trin pob un o'r anifeiliaid anwes ar wahân, ac yn cyfri'r coesau fesul pedwar.
- Mae Dull 2 yn cyfrif sawl anifail anwes sydd yma i gyd, ac yna'n lluosu efo 4.
- Mae Dull 4 yn trin y cwningod a'r cathod ar wahân, gan gyfrif y nifer o goesau gan y cwningod a'r nifer o goesau gan y cathod, cyn eu hadio at ei gilydd.

Mae Dull 3 yn pwysleisio bod angen cynnwys y cromfachau yn Null 2, neu fel arall bydd trefn gweithrediadau'n golygu bod ateb anghywir yn cael ei gyfrifo.

Gadewch i ni ystyried eto dau o'r dulliau a oedd yn gweithio ar y dudalen gynt.

$$4 \times (3 + 2)$$

$$4 \times 3 + 4 \times 2$$



Gyda'r dull cyntaf, rydym yn lluosio'r rhif 4 efo grŵp o rifau wedi'u hadio at ei gilydd mewn cromfach. Yn yr ail ddull, rydym yn lluosio'r 4 efo'r rhifau unigol (y rhai a oedd yn y gromfach gynt), ac yna yn eu hadio. Mae hyn yn enghraifft o **ddosbarthedd** mewn mathemateg. Wrth symud o'r dull cyntaf i'r ail ddull, rydym yn dweud fod y 4 yn cael ei **ddosbarthu** ar draws y 3 + 2 i roi 4×3 a 4×2 . Dyma rai enghreifftiau eraill.

$$3 \times (2 + 4) = 3 \times 2 + 3 \times 4$$

$$5 \times (6 + 9) = 5 \times 6 + 5 \times 9$$

$$2 \times (7 + 11) = 2 \times 7 + 2 \times 11$$

$$12 \times (1 + 8) = 12 \times 1 + 12 \times 8$$

Ymarfer

Llenwch y bylchau isod.

$$(a) 4 \times (2 + 3) = 4 \times \square + 4 \times 3$$

$$(b) 4 \times (2 + 3) = 4 \times 2 + \square \times 3$$

$$(c) 4 \times (2 + \square) = 4 \times 2 + 4 \times 3$$

$$(ch) \square \times (2 + 3) = 4 \times 2 + 4 \times 3$$

$$(d) 5 \times (3 + 7) = 5 \times 3 + 5 \times \square$$

$$(dd) 5 \times (\square + 7) = 5 \times 4 + 5 \times 7$$

$$(e) \square \times (3 + 7) = 6 \times 3 + 6 \times 7$$

$$(f) 6 \times (3 + 8) = \square \times 3 + 6 \times 8$$

$$(ff) 10 \times (4 + 9) = \square \times 4 + 10 \times 9$$

$$(g) 8 \times (3 + 5) = 8 \times 3 + 8 \times \square$$

$$(ng) 7 \times 3 + 7 \times \square = 7 \times (3 + 4)$$

$$(h) 7 \times 5 + 7 \times 6 = 7 \times (\square + 6)$$

$$(i) 7 \times 7 + 7 \times 8 = 7 \times (\square + 8)$$

$$(j) 17 \times 7 + \square \times 8 = 17 \times (7 + 8)$$

$$(l) 2.3 \times 4 + 2.3 \times 6 = 2.3 \times (\square + 6)$$

$$(ll) 8 \times (9.2 + 0.8) = 8 \times \square + 8 \times 0.8$$



Mae'r dudalen yma'n parhau'r enghraifft o'r dudalen gynt i egluro ystyr dosbarthedd mewn mathemateg.

Dylid gwirio bod y ddau swm $4 \times (3 + 2)$ a $4 \times 3 + 4 \times 2$ yn rhoi'r un ateb a'i gilydd, naill ai trwy gyfrifo'r atebion i'r symiau neu trwy gyfrif y cownteri.

Mae'r ymarfer yn annog y dysgwyr i adnabod y patrymau sy'n cael eu gweld wrth ddefnyddio dosbarthedd.



Ni ddylid defnyddio cyfrifiannell wrth gwblhau'r ymarferion ar y dudalen hon. Efallai y byddai'n briodol, cyn cychwyn, trafod y cysylltiad rhwng y ddau dabl lluosu canlynol, a rhai tebyg.

Defnyddio Dosbarthedd

Mae'n bosib defnyddio dosbarthedd i hollti symiau cymhleth i mewn i symiau mwy syml.

Enghraifft

$$\begin{aligned} 6 \times 17 &= 6 \times (10 + 7) \\ &= 6 \times 10 + 6 \times 7 \\ &= 60 + 42 \\ &= 102 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \times 148 &= 4 \times (100 + 40 + 8) \\ &= 4 \times 100 + 4 \times 40 + 4 \times 8 \\ &= 400 + 160 + 32 \\ &= 592 \end{aligned}$$

Ymarfer

Defnyddiwch ddsbarthedd i ateb y symiau canlynol.

- | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|
| (a) 6×14 | (b) 3×14 | (c) 3×24 |
| (ch) 3×104 | (d) 3×140 | (dd) 3×146 |
| (e) 4×27 | (f) 7×32 | (ff) 9×68 |
| (g) 2×145 | (ng) 7×145 | (h) 7×345 |
| (i) 3×71 | (j) 3×701 | (l) 3×7001 |
| (ll) 9×18 | (m) 9×38 | (n) 9×98 |
| (o) 5×64 | (p) 5×136 | (ph) 5×2016 |

Gallwn hefyd ddefnyddio dosbarthedd i gyfuno symiau er mwyn eu symleiddio.

Enghraifft

$$\begin{aligned} 14 \times 6 + 14 \times 4 &= 14 \times (6 + 4) & 6 \times 23 + 6 \times 7 &= 6 \times (23 + 7) \\ &= 14 \times 10 & &= 6 \times 30 \\ &= 140 & &= 180 \end{aligned}$$

Ymarfer

Defnyddiwch ddsbarthedd i ateb y symiau canlynol.

- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $18 \times 7 + 18 \times 3$ | (b) $18 \times 8 + 18 \times 2$ | (c) $18 \times 98 + 18 \times 2$ |
| (ch) $27 \times 6 + 27 \times 4$ | (d) $5 \times 13 + 5 \times 7$ | (dd) $4 \times 34 + 4 \times 6$ |
| (e) $24 \times 9 + 24 \times 1$ | (f) $132 \times 7 + 132 \times 3$ | (ff) $2 \times 178 + 2 \times 22$ |
| (g) $63 \times 2 + 63 \times 8$ | (ng) $3 \times 41 + 3 \times 59$ | (h) $2.7 \times 4 + 2.7 \times 6$ |

Gallwn hefyd ddefnyddio dosbarthedd efo symiau tynnu.

Enghraifft

$$\begin{array}{l} 3 \times 29 - 3 \times 23 = 3 \times (29 - 23) \\ = 3 \times 6 \\ = 18 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 43 \times 17 - 33 \times 17 = (43 - 33) \times 17 \\ = 10 \times 17 \\ = 170 \end{array}$$

Ymarfer

Defnyddiwch ddsbarthedd i ateb y symiau canlynol.

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $3 \times 27 - 3 \times 23$ | (b) $3 \times 37 - 3 \times 32$ | (c) $3 \times 37 - 3 \times 27$ |
| (ch) $4 \times 54 - 4 \times 52$ | (d) $4 \times 54 - 4 \times 44$ | (dd) $4 \times 54 - 4 \times 4$ |
| (e) $5 \times 38 - 5 \times 32$ | (f) $5 \times 48 - 5 \times 43$ | (ff) $5 \times 71 - 5 \times 67$ |
| (g) $27 \times 3 - 23 \times 3$ | (ng) $18 \times 4 - 11 \times 4$ | (h) $26 \times 5 - 16 \times 5$ |
| (i) $54 \times 6 - 51 \times 6$ | (j) $78 \times 7 - 77 \times 7$ | (l) $112 \times 8 - 107 \times 8$ |
| (ll) $72 \times 9 - 64 \times 9$ | (m) $27 \times 11 - 24 \times 11$ | (n) $76 \times 12 - 74 \times 12$ |
| (o) $3 \times 123 - 3 \times 121$ | (p) $424 \times 5 - 421 \times 5$ | (ph) $2 \times 145 - 2 \times 45$ |

Ymarfer

Defnyddiwch ddsbarthedd i ateb y symiau cymysg canlynol.

- | | |
|---|--|
| (a) $14 \times 2 + 14 \times 8$ | (b) $14 \times 2 + 14 \times 3 + 14 \times 5$ |
| (c) $14 \times 2 + 14 \times 3 + 14 \times 4 + 14 \times 1$ | (ch) $14 \times 13 - 14 \times 3$ |
| (d) $14 \times 7 + 14 \times 5 - 14 \times 2$ | (dd) $14 \times 21 + 14 \times 5 - 14 \times 16$ |
| (e) $17 \times 3 + 17 \times 7$ | (f) $3 \times 17 + 7 \times 17$ |
| (ff) $17 \times 7 - 17 \times 5$ | (g) $18 \times 17 - 5 \times 17 - 3 \times 17$ |
| (ng) 6×18 | (h) 4×29 |
| (i) 16×7 | (j) 36×8 |
| (l) $16 \times 7 + 4 \times 7$ | (ll) $40 \times 8 - 4 \times 8$ |
| (m) 154×3 | (n) 416×2 |
| (o) $154 \times 3 - 54 \times 3$ | (p) $416 \times 2 - 2 \times 2$ |



Sylwch ar y gwahaniaeth cynnil rhwng y ddwy enghraifft: mae'r enghraifft gyntaf yn defnyddio

$$a \times b - a \times c = a \times (b - c)$$

tra bod yr ail enghraifft yn defnyddio

$$b \times a - c \times a = (b - c) \times a.$$

Mae hyn yn enghraifft o ddefnyddio cymudedd llusosi:

$$a \times (b - c) = (b - c) \times a.$$



Mae cyflwyno symiau tynnu yn agor y drws i allu defnyddio strategaethau gwahanol i ateb rhai o'r cwestiynau. Er enghraifft, ar gyfer cwestiwn (h) yn yr ymarfer olaf, 4×29 , beth yw'r ffordd fwyaf effeithiol o gyfrifo'r ateb: defnyddio

$$4 \times (20 + 9)$$

neu

$$4 \times (30 - 1)?$$



Gweithrediadau cysylltiadol

Mae **gweithrediad** (fel adio neu luosi) yn **gysylltiadol** os yw ail-drefnu lleoliad y cromfachau mewn swm, fel y dangosir yn yr ymarfer canlynol, ddim yn cael effaith ar ateb y swm.

Ymarfer

Atebwch y symiau canlynol.

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| (a) $(8 + 4) + 2$ | (b) $8 + (4 + 2)$ |
| (c) $(8 - 4) - 2$ | (ch) $8 - (4 - 2)$ |
| (d) $(8 \times 4) \times 2$ | (dd) $8 \times (4 \times 2)$ |
| (e) $(8 \div 4) \div 2$ | (f) $8 \div (4 \div 2)$ |

Ymarfer

Ysgrifennwch = neu \neq yn y canol.

$(8 + 4) + 2$	$8 + (4 + 2)$
$(8 - 4) - 2$	$8 - (4 - 2)$
$(8 \times 4) \times 2$	$8 \times (4 \times 2)$
$(8 \div 4) \div 2$	$8 \div (4 \div 2)$

Llenwch y bylchau: Allan o adio, tynnu, llusosi a rhannu, y ddau weithrediad sy'n gysylltiadol yw _____ a _____, a'r ddau weithrediad sydd ddim yn gysylltiadol yw _____ a _____.

Gyda gweithrediadau cysylltiadol, mae'n bosib defnyddio'u cysylltiadedd i'n helpu ateb symiau sy'n cynnwys y gweithrediadau hyn. Er enghraifft, ar gyfer $8 \times 4 \times 2$, ydi hi'n haws ateb y swm trwy wneud $(8 \times 4) \times 2$, neu trwy wneud $8 \times (4 \times 2)$?



Mewn algebra ffurfiol, mae gweithrediad cyffredinol * yn **gysylltiadol** os yw

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

ar gyfer unrhyw werthoedd a , b ac c . (Nid oes angen sôn am yr algebra ffurfiol yma gyda'r dysgwyr.) Mae'r ymarferion yn arwain y dysgwyr i sylwi bod adio a llusosi'n gysylltiadol, tra bod tynnu a rhannu ddim yn gysylltiadol. Mae mwy o wybodaeth ar gael ar y wefan <https://www.mathsisfun.com/associative-commutative-distributive.html>.



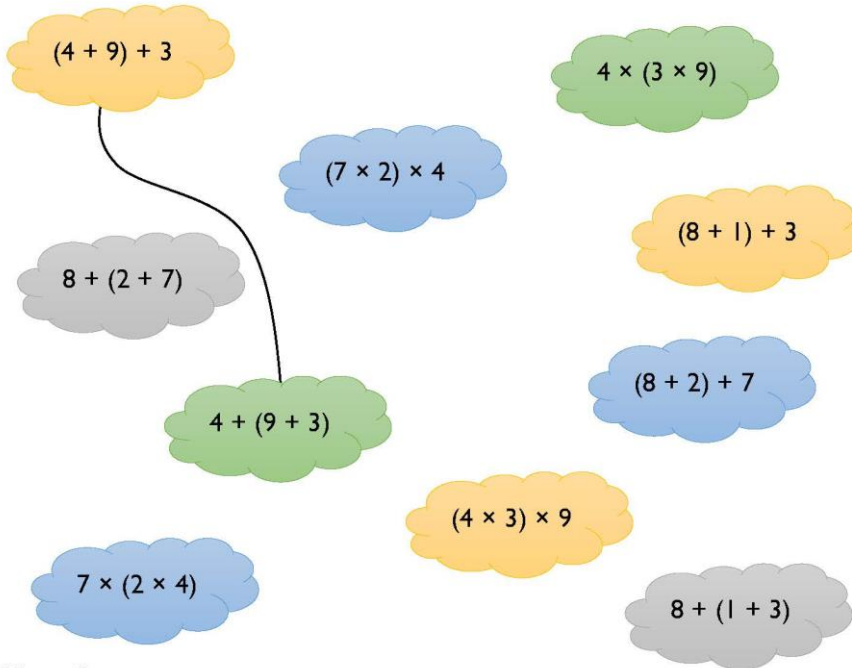
Mae adio, tynnu, llusosi a rhannu yn enghreifftiau o **weithrediadau** mewn mathemateg. Mae'r gweithrediad adio (er enghraifft) yn cymryd dau rif, sef mewnbwn y gweithrediad, ac yn eu hadio i roi allbwn y gweithrediad.



Ar gyfer y drafodaeth ar waelod y dudalen, efallai y bydd rhai'n dadlau fod 32×2 yn haws i'w gyfrifo na 8×8 , ac eraill yn dadlau'r ffordd arall. Y pwynt allweddol yw bod dwy ffordd wahanol o gyfrifo'r un ateb cywir ar gael, a bod rhwydd hnt i ddewis pa un i'w gyflawni.

Ymarfer

Parwch y swigod canlynol. (Mae'r un cyntaf wedi'i wneud i chi.)

**Ymarfer**

Ysgrifennwch = neu \neq yn y canol.

$10 \times (5 \times 2)$	$(10 \times 5) \times 2$	$12 \div (6 \div 2)$	$(12 \div 6) \div 2$
$(10 - 5) - 2$	$10 - (5 - 2)$	$12 + (6 + 2)$	$(12 + 6) + 2$
$10 \times (5 \times 2)$	$(10 \times 5) \times 3$	$12 - (6 - 2)$	$(12 - 2) - 2$
$(10 \times 5) \times 2$	$10 + (5 + 2)$	$(12 \times 6) \times 2$	$12 \times (6 \times 2)$
$10 \times (5 \times 2)$	$10 \times (2 \times 5)$	$0 \div (6 \div 2)$	$(0 \div 6) \div 2$



Mae'r ymarfer cyntaf yn datblygu rhuglder mewn adnabod mynegiadau sydd yn hafal i'w gilydd oherwydd cysylltiadedd.



Mae angen rhesymu yn yr ail ymarfer o ran hafaidd neu anhafaidd y mynegiadau.

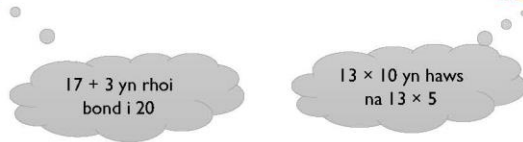
- Yn y ddwy res gyntaf, mae angen gwahaniaethu rhwng gweithrediadau cysylltiadol (adio a lluosu) a rhai nad yw'n gysylltiadol (tynnu a rhannu).
- Yn y drydedd res, mae angen archwilio hafaidd y mynegiadau. Mae angen anhafalnod ar y chwith (oherwydd y newid o'r 2 i'r 3), tra bod angen hafalnod ar y dde (mae gwerth y mynegiadau yma'n hafal er nad yw tynnu'n gysylltiadol).
- Yn y bedwaredd res, mae angen anhafalnod ar y chwith gan fod dau weithrediad gwahanol i'w gweld.
- Yn y bumed res, mae angen hafalnod ar y chwith (enghraifft o gymudedd sydd i'w gweld yma), ac mae angen hafalnod ar y dde (mae cychwyn efo sero yn achos arbennig o rannu: mae sero rhannu efo unrhyw rif arall yn rhoi sero).

Defnyddio Cysylltiadedd

Mae'r hafaliadau canlynol i gyd yn arddangos cysylltiadedd adio neu luosi. Ym mhob hafaliad, cylchwch yr ochr sydd yn haws i'w gyfrifo.

Enghraifft

$$(a) (17 + 3) + 18 = 17 + (3 + 18) \quad (b) (13 \times 5) \times 2 = 13 \times (5 \times 2)$$

**Ymarfer**

$$(a) (16 + 4) + 18 = 16 + (4 + 18) \quad (b) (17 \times 5) \times 2 = 17 \times (5 \times 2)$$

$$(c) (23 + 8) + 12 = 23 + (8 + 12) \quad (ch) (2 \times 5) \times 27 = 2 \times (5 \times 27)$$

$$(d) (25 + 15) + 47 = 25 + (15 + 47) \quad (dd) (23 \times 4) \times 5 = 23 \times (4 \times 5)$$

$$(e) (39 + 23) + 7 = 39 + (23 + 7) \quad (ff) (25 \times 4) \times 7 = 25 \times (4 \times 7)$$

Enghraifft

Cyfrifwch yr ateb i $(58 + 27) + 3$, gan ddefnyddio cysylltiadedd os oes angen.

$$(58 + 27) + 3 = 58 + (27 + 3) \quad \text{Defnyddio cysylltiadedd (adnabod bond i 30)}$$

$$= 58 + 30 \quad \text{Cyfrifo'r swm yn y cromfachau}$$

$$= 88 \quad \text{Adio'r rhifau}$$

Ymarfer

Cyfrifwch yr ateb i'r symiau canlynol, gan ddefnyddio cysylltiadedd os oes angen.

$$(a) (42 + 8) + 31 \quad (b) (5 \times 2) \times 18$$

$$(c) (23 + 8) + 12 \quad (ch) (17 \times 5) \times 2$$

$$(d) (34 + 17) + 3 \quad (dd) (7 \times 25) \times 4$$

$$(e) 48 + (23 + 7) \quad (f) 18 \times (5 \times 2)$$

$$(ff) 14 + (6 + 79) \quad (g) 20 \times (5 \times 9)$$

$$(ng) 35 + (15 + 128) \quad (h) 2 \times (8 \times 5)$$

$$(i) 34 + 16 + 47 \quad (j) 19 \times 5 \times 2$$



Mae'r dudalen yma'n cyflwyno'r strategaeth o chwilio am luosrifau 10 (naill ai fel atebion i symiau adio, neu fel atebion i symiau llusosi) er mwyn gwneud cyfrifiad yn haws. Yn yr enghraifft gyntaf, rydym yn cylchu'r ochr chwith gan fod y swm $20 + 18$ fymryn yn haws i'w gwneud na'r swm $17 + 21$. Yn yr ail enghraifft, rydym yn cylchu'r ochr dde gan fod y swm 13×10 yn haws i'w gwneud na'r swm 13×5 ac yna dyblu. Mae'r ymarfer cyntaf yn annog y dysgwyr i adnabod lluosrifau 10, tra bod yr ail ymarfer yn annog y dysgwyr i ddefnyddio cysylltiadedd er mwyn ffurfio lluosrif 10 ac felly gwneud y swm yn haws.

Cymudedd a Chysylltiadedd**Enghraifft**

Defnyddiwch gymudedd a chysylltiadedd i ail-drefnu'r swm $2 \times (17 \times 5)$ i roi'r swm $(2 \times 5) \times 17$.

$$2 \times (17 \times 5)$$

$$= 2 \times (5 \times 17) \quad \text{Defnyddio cymudedd llusoi}$$

$$= (2 \times 5) \times 17 \quad \text{Defnyddio cysylltiadedd llusoi}$$

Ymarfer

Defnyddiwch gymudedd a chysylltiadedd i ail-drefnu'r symiau canlynol.

	Swm gwreiddiol	Swm ar ôl ail-drefnu
(a)	$2 \times (18 \times 5)$	$(2 \times 5) \times 18$
(b)	$2 \times (16 \times 5)$	$(5 \times 2) \times 16$
(c)	$4 \times (24 \times 5)$	$(4 \times 5) \times 24$
(ch)	$5 \times (18 \times 6)$	$(6 \times 5) \times 18$
(d)	$(24 \times 5) \times 2$	$24 \times (5 \times 2)$
(dd)	$(5 \times 27) \times 2$	$27 \times (5 \times 2)$
(e)	$(7 \times 25) \times 4$	$7 \times (25 \times 4)$
(f)	$(9 \times 20) \times 5$	$9 \times (5 \times 20)$

Ymarfer

Beth yw'r atebion i'r symiau yn yr ymarfer uchod?

Sialens! 

Defnyddiwch gymudedd a chysylltiadedd i ail-drefnu'r swm

$$8 \times (2 \times 23) \times (19 \times 5) \times 5$$

i roi'r swm

$$(2 \times 5) \times 23 \times 19 \times (8 \times 5)$$



Mae'r dudalen yma'n cyfuno'r gwaith o'r dudalen gynt efo'r gwaith ar gymudedd o gynt yn y pecyn. Sylwch fod y swm ar ôl ail-drefnu yn haws i'w gyfrifo na'r swm gwreiddiol bob tro.



Anogwch y dysgwyr i osod allan eu gwaith fel sy'n cael ei ddangos yn yr ymarfer, gan weithio trwy bob cwestiwn gam wrth gam yn rhesymegol. Dim ond dau 'symudiad' sy'n bosib bob tro: naill ai newid trefn y swm llusoi yn y cromfachau (defnyddio cymudedd), neu newid lleoliad y gromfach (defnyddio cysylltiadedd).



Mae'r dudalen yma'n ailadrodd y gwaith o'r dudalen gynt, ond y tro hyn gyda symiau adio yn lle rhai lluosu. Sylwch eto fod y swm ar ôl ail-drefnu yn haws i'w gyfrifo na'r swm gwreiddiol bob tro.

Enghraifft

Defnyddiwch gymudedd a chysylltiadedd i ail-drefnu'r swm $14 + (19 + 16)$ i roi'r swm $(14 + 16) + 19$.

$$14 + (19 + 16)$$

$$= 14 + (16 + 19) \quad \text{Defnyddio cymudedd adio}$$

$$= (14 + 16) + 19 \quad \text{Defnyddio cysylltiadedd adio}$$

Ymarfer

Defnyddiwch gymudedd a chysylltiadedd i ail-drefnu'r symiau canlynol.

Swm gwreiddiol	Swm ar ôl ail-drefnu
(a) $25 + (39 + 15)$	$(25 + 15) + 39$
(b) $52 + (27 + 38)$	$(52 + 38) + 27$
(c) $15 + (45 + 34)$	$(15 + 45) + 34$
(ch) $17 + (41 + 33)$	$(17 + 33) + 41$
(d) $17 + (41 + 33)$	$41 + (17 + 33)$
(dd) $(56 + 21) + 24$	$21 + (56 + 24)$
(e) $(31 + 11) + 49$	$31 + (11 + 49)$
(f) $(32 + 126) + 118$	$126 + (32 + 118)$
(ff) $(32 + 126) + 118$	$(118 + 32) + 126$
(g) $0.8 + (0.15 + 0.2)$	$(0.8 + 0.2) + 0.15$
(ng) $(0.45 + 0.12) + 0.15$	$0.12 + (0.45 + 0.15)$

Ymarfer

Beth yw'r atebion i'r symiau yn yr ymarfer uchod?

Sialens! 

Defnyddiwch gymudedd a chysylltiadedd i ail-drefnu'r swm

$$8 + (3 + 9) + (6 + 2) + 7$$

i roi'r swm

$$(2 + 3) + 6 + (7 + 8) + 9$$