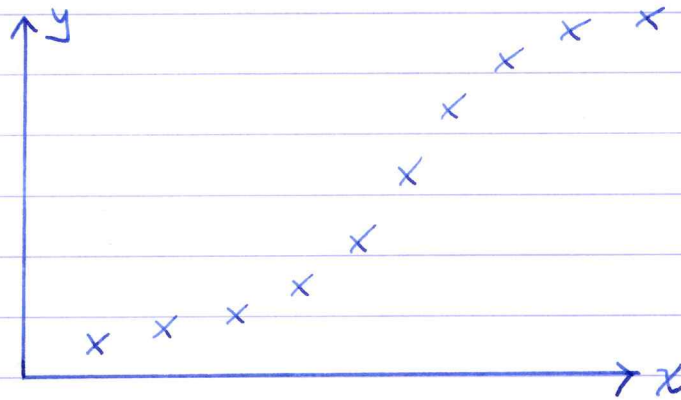


Uned 2 Pellach - Itaf 2019

1) a)



A perfect positive monotonic relationship between x and y , but not a perfect positive linear relationship.

b) Caws	A	B	C	D	E	F	G	H
Beiriad 1	1	5	8	7	6	4	3	2
Beiriad 2	1	3	8	5	2	4	6	7

Caws	A	B	C	D	E	F	G	H
Trefn 1	8	4	1	2	3	5	6	7
Trefn 2	8	6	1	4	7	5	3	2
Gwahaniaeth	0	-2	0	-2	-4	0	3	5
Gwahaniaeth ²	0	4	0	4	16	0	9	25

$$\begin{aligned}\text{Cyfanswm y sgwariau} &= 0 + 4 + 0 + 4 + 16 + 0 + 9 + 25 \\ &= 58\end{aligned}$$

Cyfernod cydberthyniad trefn restrol Spearman

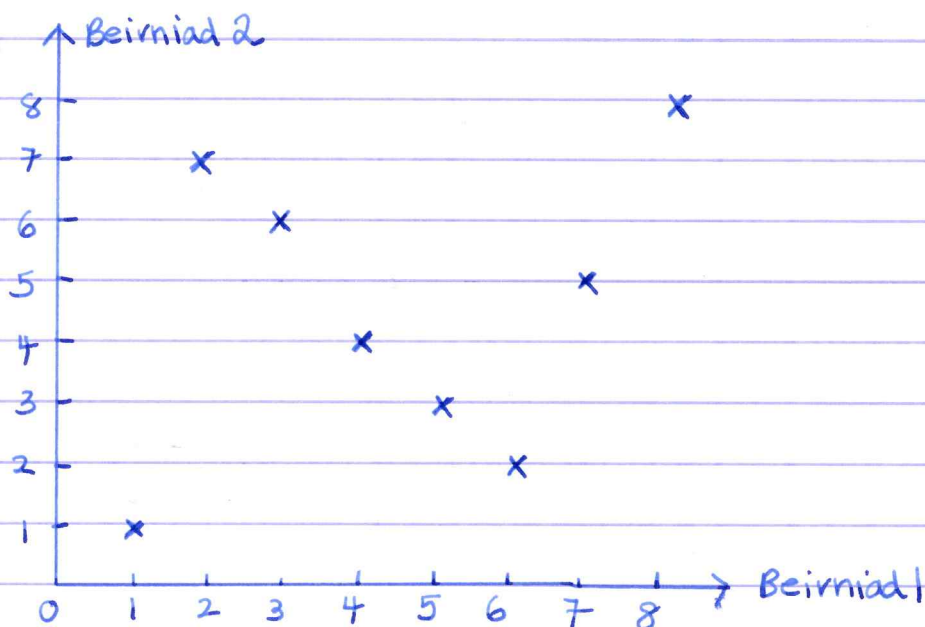
$$= 1 - \frac{6 \times \text{Cyfanswm y sgwariau}}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 58}{8(8^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{348}{504}$$

$$= \frac{13}{42}$$

c) Diagram Gwasgariad:



Nid oes cydberthyniad amlwg i'w weld yn y diagram gwasgariad, felly gallwn ddwedu nad yw'r beirniaid yn cyfuno ynghylch pa gaws sydd orau.

Gallwn hefyd brofi rhagdybiaeth:

H_0 : Nid oes cysylltiad rhwng safleuedd Beirniad 1 a Beirniad 2 yn erbyn

H_1 : Mae yna gysylltiad rhwng safleuedd Beirniad 1 a Beirniad 2

o'r tablau ystadegol, gwerth critigol 2-gynffon 5% ar gyfer $n=8$ yw 0.7381.

Mae $\frac{13}{42} \approx 0.31$ yn llai na 0.7381

felly nid oes tystiolaeth ddigonol i wrthod H_0 . Felly rhaid dechreu nid oes cysylltiad rhwng safleuedd Beirniad 1 a Beirniad 2. (Byddai hyn hefyd yn wir hyd yn oed ar lefel amlyddocâd 20%.)

Uned 2 Pellach - Haf 2019

2) Gaderch i X gynrychioli sawl gwaith mae Aman yn ennill.
 $X \sim B(5, p)$.

Gaderch i Y gynrychioli sawl gwaith mae Boaz yn ennill.
 $Y \sim B(8, p)$.

a) $E(X) = np$ $E(Y) = np$
 $= 5p$ $= 8p$

Mae X a Y yn annibynnol, felly

$$E(XY) = E(X)E(Y)$$

$$6.4 = 5p \times 8p$$

$$6.4 = 40p^2$$

$$p^2 = \frac{6.4}{40}$$

$$p = \sqrt{0.16}$$

$$p = 0.4$$

b)
$$\begin{aligned} \text{Var}(XY) &= E((XY)^2) - [E(XY)]^2 \\ &= E(X^2Y^2) - 6.4^2 \\ &= E(X^2)E(Y^2) - 40.96 \end{aligned}$$

Nawr
$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= npq \\ &= 5 \times 0.4 \times 0.6 \\ &= 1.2 \end{aligned}$$

Itfyd
$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\ 1.2 &= E(X^2) - (5 \times 0.4)^2 \\ 1.2 + 4 &= E(X^2) \\ E(X^2) &= 5.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nawr } \text{Var}(Y) &= npq \\ &= 8 \times 0.4 \times 0.6 \\ &= 1.92\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Itelid } \text{Var}(Y) &= E(Y^2) - [E(Y)]^2 \\ 1.92 &= E(Y^2) - [8 \times 0.4]^2 \\ 1.92 + 10.24 &= E(Y^2) \\ E(Y^2) &= 12.16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Felly } \text{Var}(XY) &= E(X^2)E(Y^2) - 40.96 \\ &= 5.2 \times 12.16 - 40.96 \\ &= \underline{22.272}\end{aligned}$$

Uned 2 Pellach - Itaf 2019

- 3) Gadewch i X gynrychioli sawl cais sy'n cael ei wneud tros gyfnod o 2 diwrnod. $X \sim Po(4 \times 2)$
 $X \sim Po(8)$.

a) $P(X > 11) = 1 - P(X \leq 11)$
 $= 1 - 0.8881$ (o'r tablau ystadegol)
 $= 0.1119$

- b) Gadewch i Y gynrychioli sawl cais sy'n cael ei wneud i'r adran anifeiliaid awres mewn diwrnod.
 $Y \sim Po(\lambda)$.

$$P(Y=2) = 3 \times P(X=4)$$
$$\frac{\lambda^2 \times e^{-\lambda}}{2!} = 3 \times \frac{\lambda^4 \times e^{-\lambda}}{4!}$$

$$\frac{\lambda^2}{2} = \frac{3\lambda^4}{24}$$

$$\frac{24\lambda^2}{2 \times 3} = \lambda^4$$

$$\lambda^4 = 4\lambda^2$$

$$\lambda^4 - 4\lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2(\lambda^2 - 4) = 0$$

Naill ai $\lambda^2 = 0$ neu $\lambda^2 - 4 = 0$

$$\lambda = 0$$

$$\lambda^2 = 4$$

(Ddim yn synhwyrol)

$$\lambda = \pm\sqrt{4}$$

$$\underline{\underline{\lambda = 2}} \text{ neu } \lambda = -2$$

(Ddim yn synhwyrol)

- c) Gadewch i Z gynrychioli'r amser rhwng ceisiadau ar gyfer gyrruwr rhwng 17 a 21.
 $Z \sim \text{Exp}(\lambda)$.

$$\text{Nawr } E(Z) = 10 \text{ felly } \frac{1}{\lambda} = 10$$
$$\lambda = \frac{1}{10}$$

$$\text{Felly } Z \sim \text{Exp}(0.1)$$

$$\text{Diffinio: } f(z) = 0.1e^{-0.1z} \text{ ar gyfer } z \geq 0$$
$$f(z) = 0 \text{ fel arall.}$$

$$F(z) = \int_{-\infty}^z f(u) du$$
$$= \int_0^z 0.1e^{-0.1u} du$$
$$= \left[\frac{0.1e^{-0.1u}}{-0.1} \right]_0^z$$
$$= \left[-e^{-0.1u} \right]_0^z$$
$$= \left[-e^{-0.1z} - (-e^{-0.1(0)}) \right]$$
$$= \left[-e^{-0.1z} + e^0 \right]$$
$$= 1 - e^{-0.1z}$$

$$\text{Felly } F(z) = 0 \text{ ar gyfer } z < 0$$
$$F(z) = 1 - e^{-0.1z} \text{ ar gyfer } z \geq 0$$

$$P(\text{derbyn y car gan y tad}) = P(Z > 12)$$
$$= 1 - P(Z \leq 12)$$
$$= 1 - F(12)$$
$$= 1 - (1 - e^{-0.1 \times 12})$$
$$= 1 - (1 - e^{-1.2})$$
$$= e^{-1.2}$$
$$= \underline{0.3012} \text{ i 4 lledegol}$$

Uned 2 Pellach - Haf 2019

$$4) f(x) = \begin{cases} Kx & \text{ar gyfer } 0 \leq x < 1 \\ Kx^3 & \text{ar gyfer } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{fel arall.} \end{cases}$$

a) Mae'r arwynebedd o dan y graff yn 1.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx &= 1 \\ \left[\int_0^1 Kx dx \right] + \left[\int_1^2 Kx^3 dx \right] &= 1 \\ \left[\frac{Kx^2}{2} \right]_0^1 + \left[\frac{Kx^4}{4} \right]_1^2 &= 1 \\ \left[\frac{K(1^2)}{2} - \frac{K(0^2)}{2} \right] + \left[\frac{K(2^4)}{4} - \frac{K(1^4)}{4} \right] &= 1 \\ \left[\frac{K}{2} - 0 \right] + \left[K \left(\frac{16}{4} \right) - K \left(\frac{1}{4} \right) \right] &= 1 \\ \frac{K}{2} + 4K - \frac{K}{4} &= 1 \\ \frac{17K}{4} &= 1 \\ K &= \frac{4}{17} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) E(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\ &= \left[\int_0^1 x(Kx) dx \right] + \left[\int_1^2 x(Kx^3) dx \right] \\ &= K \left[\int_0^1 x^2 dx \right] + K \left[\int_1^2 x^4 dx \right] \\ &= K \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + K \left[\frac{x^5}{5} \right]_1^2 \\ &= K \left(\frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right) + K \left(\frac{2^5}{5} - \frac{1^5}{5} \right) \\ &= K \left(\frac{1}{3} \right) + K \left(\frac{31}{5} \right) \\ &= K \times \frac{98}{15} \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\rightarrow = \frac{4}{17} \times \frac{98}{15} \\ &= \frac{392}{255} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad E(3X-1) &= 3E(X) - 1 \\
 &= 3 \times \frac{392}{255} - 1 \\
 &= \frac{307}{85}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(3X-1) &= 3^2 \times \text{Var}(X) \\
 &= 9 \times \text{Var}(X)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nawr } \text{Var}(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\
 &= E(X^2) - \left[\frac{392}{255} \right]^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \\
 &= \left[\int_0^1 x^2 (Kx) dx \right] + \left[\int_1^2 x^2 (Kx^3) dx \right] \\
 &= K \left[\int_0^1 x^3 dx \right] + K \left[\int_1^2 x^5 dx \right] \\
 &= K \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 + K \left[\frac{x^6}{6} \right]_1^2 \\
 &= K \left[\frac{1^4}{4} - \frac{0^4}{4} \right] + K \left[\frac{2^6}{6} - \frac{1^6}{6} \right] \\
 &= K \left(\frac{1}{4} \right) + K \left(\frac{21}{2} \right) \\
 &= K \times \frac{43}{4} \\
 &= \frac{4}{17} \times \frac{43}{4} \\
 &= \frac{43}{17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Felly } \text{Var}(X) &= \frac{43}{17} - \left(\frac{392}{255} \right)^2 \\
 &= 0,1662591311
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Felly } \text{Var}(3X-1) &= 9 \times 0,1662591311 \\
 &= \underline{1,4963} \text{ ; 4 lle degol}
 \end{aligned}$$

Uned 2 Pellach - Haf 2019

- 5) a) H_0 : Gall y data gael ei fodelu gan y dosraniad unffurf
 $P(\text{geni mewn cyfnod o dri mis penodol}) = \frac{1}{4}$
 yn eibyn
 H_1 : Ni all y data gael ei fodelu gan y dosraniad unffurf
 $P(\text{geni mewn cyfnod o dri mis penodol}) = \frac{1}{4}$

Gan fod y gwerth-p yn (llawer) llai na 0.01, mae tystiolaeth gref iawn ar gyfer gwrthod H_0 a derbyn H_1 , sef ni all y data gael ei fodelu gan y dosraniad unffurf $P(\text{geni mewn cyfnod o dri mis penodol}) = \frac{1}{4}$.

Mae'r ystadegyn prawf $\chi^2 = 17.48561565$ yn fwy nag unrhyw werth yn y rhestr ar gyfer $\nu = 3$ yn y tablau ystadegol ar gyfer χ^2 ; mae hyn hefyd yn awgrymu y dylai Chris wrthod H_0 a derbyn H_1 .

Mis	Amllder (arsylwad)	Amllder Disgwyliedig	$\frac{(A-O)^2}{O}$
Ionawr	3	6.25	1.69
Chwefror	7	6.25	0.09
Mawrth	11	6.25	3.61
Ebrill	4	6.25	0.81
Mai	12	6.25	5.29
Mehefin	2	6.25	2.89
Gorffennaf	6	6.25	0.01
Awsst	6	6.25	0.01
Medi	5	6.25	0.25
Hydref	8	6.25	0.49
Tachwedd	5	6.25	0.25
Rhagfyr	6	6.25	0.01

$\frac{1}{12} \times 75 = 6.25$

15.4

Prawf:

H_0 : Gall y data gael ei fodelu gan y dosraniad unffurf

$$P(\text{geni mewn mis penodol}) = \frac{1}{12}$$

yn erbyn

H_1 : Ni all y data gael ei fodelu gan y dosraniad unffurf

$$P(\text{geni mewn mis penodol}) = \frac{1}{12}$$

Mae pob amlder disgwylidig yn fwy na 5 felly nid oes rhaid cyfuno dosbarthiadau.

Yr ystadegyn prawf yw
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(A_i - D_i)^2}{D_i}$$
$$= 15.4$$

v = Nifer o gategoriâu

$$v = 12 - 1$$

$$v = 11$$

Gan ddefnyddio'r tablau ystadegol, y gwerth critigol ar lefel arwyddocâd 10% (felly $p = 0.9$ yn y tablau) yw 17.275.

Gan fod $15.4 < 17.275$ nid oes dystiolaeth digonol ar gyfer gwrthod H_0 . Felly rydym yn derbyn bod y data yn gallu cael ei fodelu gan ddosraniad unffurf.

Uned 2 Pellach - Itaf 2019

6) a) Nid yw'r berthynas rhwng x a y yn ymddangos yn llinol — yn sicr mae perthynas i'r weld yn y graff, ond nid yw llinell syth yn modelu'r berthynas orau.

$$\begin{aligned} b) \quad \sum x &= 93160 & \sum y &= 3907142 \\ S_{xx} &= 2869673.03 & S_{xy} &= 348512820.6 \\ S_{yy} &= 44312797167 & n &= 37 \end{aligned}$$

Hafaliad y llinell atchwel sgwariau lleiaf:

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \frac{348512820.6}{2869673.03}$$

$$b = 121.4468746$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = \frac{3907142}{37} - 121.4468746 \times \frac{93160}{37}$$

$$a = -200185.1037$$

Felly $y = -200185.104 + 121.447x$ i 3 lle degol

Uned 2 Pellach - Itaf 2019

7) a) $E_{ij} = \frac{\text{cyfanswm rhes } i \times \text{cyfanswm colofn } j}{\text{maint y sampl}}$

$$E_{2,5} = \frac{115 \times 115}{379}$$

$$E_{2,5} = 34.8945 \text{ i 4 lle degol}$$

$$\text{Felly } A = \underline{34.8945} \text{ i 4 lle degol}$$

Cyfraniadau χ^2 : $\frac{(\text{Amlder} - \text{Amlder Disgwyliedig})^2}{\text{Amlder Disgwyliedig}}$

$$B = \frac{(51 - 57.9551)^2}{57.9551}$$

$$B = \underline{0.83467} \text{ i 5 lle degol}$$

$$C = \frac{(6 - 16.6887)^2}{16.6887}$$

$$C = \underline{6.84585} \text{ i 5 lle degol.}$$

b) ~~All exp~~ Mae pob amlder disgwyliedig yn fwy na 5 felly nid oes angen cyfuno categorïau.

$$\begin{aligned} \text{Graddau rhyddid} &= (\text{Nifer o golofnau} - 1) \times (\text{Nifer o resi} - 1) \\ &= (7 - 1) \times (3 - 1) \\ &= 6 \times 2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

Yn y tablau ystadegol ar gyfer χ^2 ($\nu = 12, p = 0.95$), y gwerth critigol yw 21.026.

Prawf:

H_0 : Nid oes cysylltiad rhwng safle'r anaf a'r math o chwaraeon

yn eubyn

H_1 : Mae yna gysylltiad rhwng safle'r anaf a'r math o chwaraeon.

Gan fod $116.16 > 21.026$ mae'r gwerth-p yn llai na 5% ac felly mae tystiolaeth gref i wrthod H_0 a derbyn H_1 . Felly rydym yn derbyn bod cysylltiad rhwng safle'r anaf a'r math o chwaraeon.

- c) Mae'r cyfraniadau mwyaf ar gyfer χ^2 yn ymddangos ar gyfer Pêl-droed, Dwylo/Bysedd a Pêl-fasged, Dwylo/Bysedd.

Mae llai na'r disgwyli o anafiadau dwylo/bysedd wrth chwarae pêl-droed — mae hyn yn synhwyrol gan nad yw'r dwylon cael eu defnyddio (i fod!) mewn gêm bêl-droed.

Mae mwy na'r disgwyli o anafiadau dwylo/bysedd wrth chwarae pêl-fasged — mae hyn yn synhwyrol gan fod y dwylon cael eu defnyddio trwy'r adeg mewn gêm pêl-fasged.

- ch) Nid yw Rhian wedi ystyried graddau rhyddid y tabl neuydd, sydd yn llai ($3 \times 2 = 6$ yn lle $6 \times 2 = 12$).

Dylai Rhian, yn lle cymharu 116.16 efo 46.0937, gymharu 46.0937 yn eubyn gwerth o'r tablau ystadegol χ^2 yn y rhes $\nu = 6$.

↑
critigol