Uned 2 Pellach – Haf 2018

1) $X \sim B(12, 0.3)$ $\quad\quad$ $Y \sim Po(4)$

Mae X ag Y yn annibynnol.

a) $E(X) = np$ $\quad\quad$ $E(Y) = \lambda$

$= 12 \times 0.3$ $\quad\quad$ $= 4$

$= 3.6$

$E(XY) = E(X)E(Y)$ $\quad\quad$ gan fod X ag Y yn annibynnol

$= 3.6 \times 4$

$= 14.4$

b) $Var(XY) = E((XY)^2) - [E(XY)]^2$

$= E(X^2Y^2) - 14.4^2$

$= E(X^2)E(Y^2) - 207.36$

Nawr $Var(X) = npq$

$= 12 \times 0.3 \times (1 - 0.3)$

$= 2.52$

Hefyd $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$2.52 = E(X^2) - 3.6^2$

$2.52 + 12.96 = E(X^2)$

$E(X^2) = 15.48$

$Var(Y) = \lambda$

$= 4$

Hefyd $Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$

$4 = E(Y^2) - 4^2$

$4 + 16 = E(Y^2)$

$E(Y^2) = 20$.

Felly $Var(XY) = 15.48 \times 20 - 207.36$

$Var(XY) = \underline{102.24}$

Uned 2 Pellach – Haf 2018

2) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ar gyfer } x < 0 \\ \frac{x^3}{432}(8-x) & \text{ar gyfer } 0 \leq x \leq 6 \\ 1 & \text{ar gyfer } x > 6 \end{cases}$

a) $P(X>5) = 1 - P(X \leq 5)$

$= 1 - F(5)$

$= 1 - \frac{5^3}{432}(8-5)$

$= \frac{19}{144}$

b) P(tortsh pen yn gweithredu am fwy na 50 awr)

$= P(X>5) \times P(X>5) \times P(X>5)$

$= \left(\frac{19}{144}\right)^3$

$= 0.00229706522$

$= 0.002297$ i 4 ffigur ystyrlon

c) $F(4.5) = \frac{4.5^3}{432}(8-4.5)$

$= 0.73828125$

$F(4.6) = \frac{4.6^3}{432}(8-4.6)$

$= 0.7660703704$

Mae 0.75 yn gorwedd rhwng 0.738.... a 0.766...
felly mae'r datrysiad i $F(q) = 0.75$ yn gorwedd rhwng 4.5 a 4.6. ✓

ch) $f(x) = \frac{d}{dx}\left(F(x)\right)$

$= \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3(8-x)}{432}\right)$

$= \frac{d}{dx}\left(\frac{8x^3}{432} - \frac{x^4}{432}\right)$

$= \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{54} - \frac{x^4}{432}\right)$

$= \frac{3x^2}{54} - \frac{4x^3}{432}$

$= \frac{x^2}{18} - \frac{x^3}{108}$

$= \frac{x^2}{108}\left(6 - x\right)$

Felly $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ar gyfer } x < 0 \\ \frac{x^2}{108}(6-x) & \text{ar gyfer } 0 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{ar gyfer } x > 0. \end{cases}$

d) $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$

$= \int_0^6 x\left(\frac{x^2}{108}(6-x)\right) dx$

$= \int_0^6 \frac{x^3}{18} - \frac{x^4}{108}\, dx$

$= \left[\frac{x^4}{4\times18} - \frac{x^5}{5\times108}\right]_0^6$

$= \left[\frac{x^4}{72} - \frac{x^5}{540}\right]_0^6$

$= \left(\frac{6^4}{72} - \frac{6^5}{540}\right) - \left(\frac{0^4}{72} - \frac{0^5}{540}\right)$

$= 3.6$

Felly hyd oes cymedrig y batris yw 3.6×10

$= \underline{36}$ oriau

dd) Mewn gwirionedd, gall batri bara mwy na 60 o oriau, ee. wrth ei ddefnyddio mewn cloc.

Uned 2 Pellach – Haf 2018

3) a) Gadewch i X gynrychioli elw y chwaraewr.

Gall X fod yn -50, 50 a 450 (mewn ceiniogau).

colli ↗ -50; $100-50$ ↗ 50; $500-50$ ↗ 450

$$P(X=-50) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{52-13}{52}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{39}{52}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{8}$$

$$= \frac{7}{8}$$

$$P(X=50) = \frac{1}{2} \times \frac{12}{52}$$

$$= \frac{3}{26}$$

$$P(X=450) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{52}$$

$$= \frac{1}{104}$$

Dosraniad Tebygolrwydd

x	-50	50	450
$P(X=x)$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{1}{104}$

Gwirio: $\frac{7}{8} + \frac{3}{26} + \frac{1}{104} = 1$ ✓

b) $E(X) = \sum x P(X=x)$

$= -50 \times \frac{7}{8} + 50 \times \frac{3}{26} + 450 \times \frac{1}{104}$.

$= \frac{-875}{26}$

≈ -34 ceiniog, i'r geiniog agosaf.

$E(X^2) = \sum x^2 P(X=x)$

$= (-50)^2 \times \frac{7}{8} + 50^2 \times \frac{3}{26} + 450^2 \times \frac{1}{104}$

$= \frac{57500}{13}$

$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= \frac{57500}{13} - \left(\frac{-875}{26}\right)^2$

$= 3290.495562$

Gwyriad Safonol $= \sqrt{3290.495562}$

$= 57.3628413$

$= 57$ ceiniog, i'r geiniog agosaf

c) i) $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$

$200 \times \frac{1}{8} = \underline{25}$ o chwaraewyr

ii) $200 \times -E(X)$

$= 200 \times -\left(\frac{-875}{26}\right)$

$= 200 \times \frac{875}{26}$

$= 6730.769231 \rightarrow = \underline{£67.31}$, i'r geiniog agosaf.

Uned 2 Pellach - Haf 2018

4)

Buwch	A	B	C	D	E	F	G
Gwirioneddol	~~614~~	~~1105~~	~~718~~	~~1001~~	~~889~~	~~770~~	~~682~~
Amcangyfrifol	~~700~~	~~1500~~	~~850~~	~~1400~~	~~750~~	~~900~~	~~800~~

a)

Buwch	A	B	C	D	E	F	G
Trefn G	7	1	5	2	3	4	6
Trefn A	7	1	4	2	6	3	5
Gwahaniaeth	0	0	1	0	-3	1	1
Gwahaniaeth^2	0	0	1	0	9	1	1

Cyfanswm y sgwariau $= 0 + 0 + 1 + 0 + 9 + 1 + 1$
$= 12$

Cyfernod cydberthyniad trefn restrol Spearman

$$= 1 - \frac{6 \times \text{Cyfanswm y sgwariau}}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 12}{7(7^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{72}{7 \times 48}$$

$$= \frac{11}{14}$$

b) H_0 : Nid oes cysylltiad rhwng y pwysau gwirioneddol a'r pwysau amcangyfrifol

yn erbyn

H_1 : Mae yna gysylltiad (positif) rhwng y pwysau gwirioneddol a'r pwysau amcangyfrifol.

o'r tablau ystadegol, gwerth critigol 1-gynffon 5% ar gyfer $n = 7$ yw 0.6786.

Mae $\frac{11}{14} \approx 0.7857\ldots$ yn fwy na 0.6786

Felly mae tystiolaeth gref i ddweud bod yna gysylltiad positif rhwng y pwysau gwirioneddol a'r pwysau amcangyfrifol. (Rydym yn gwrthod H_0 ac yn derbyn H_1.)

c) Mae'r data yma'n dangos bod y cystadleuydd hwn yn dda am roi'r buchod mewn trefn restrol. Efallai bod y cystadleuydd yn bell o amcangyfrif y pwysau yn gywir – fel mae'r data'n ei ddangos (er enghraifft, mae buwch D bron i 400kg yn ormod).

Uned 2 Pellach – Haf 2018

5) a) H_0: Gall y data gael ei fodelu gan y dosraniad Binomaidd $B(6, 0.6)$

yn erbyn

H_1: Ni all y data gael ei fodelu gan y dosraniad Binomaidd $B(6, 0.6)$.

b) i) $d = P(X=3) \times 50$
$= 0.27648 \times 50$
$= 13.824$

$e = P(X=4) \times 50$
$= 0.31104 \times 50$
$= 15.552$

ii) Rhaid cyfuno dosbarthiadau efo amlderau disgwyliedig llai na 5.

Polisiau wedi'u gwerthu	Amlder (arsylwad)	Amlder Disgwyliedig	$\frac{(A-D)^2}{D}$
0, 1 neu 2	13	8.96	1.8216
3	12	13.824	0.2407
4	15	15.552	0.0196
5 neu 6	10	11.664	0.2374
Cyfanswm	50		2.3193

Yr ystadegyn prawf yw $X^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(A_i - D_i)^2}{D_i}$

$= 2.319$ i 3 lle degol

ν = Nifer o gategoriau
$\nu = 4 - 1$
$\nu = 3$

Gan ddefnyddio'r tablau ystadegol, y gwerth critigol ar lefel arwyddocâd 10% (felly $p = 0.9$ yn y tablau) yw 6.251.

Gan fod $2.319 < 6.251$ nid oes tystiolaeth digonol ar gyfer gwrthod H_0. Felly rydym yn derbyn bod y data yn gallu cael ei fodelu gan y dosraniad Binomaidd $B(6, 0.6)$.

c) 6 yw'r nifer o gleientiaid mae'r gwerthwr yswiriant bywyd yn ei weld bob dydd.
0.6 yw'r tebygolrwydd o werthu yswiriant bywyd i bob person unigol.

Uned 2 Pellach – Haf 2018

6) a) H_0: Nid oes cysylltiad rhwng y lefel uchaf o addysg wedi'i chyrraedd a'r cyflog sy'n cael ei ennill

yn erbyn

H_1: Mae yna gysylltiad rhwng y lefel uchaf o addysg wedi'i chyrraedd a'r cyflog sy'n cael ei ennill.

b) $E_{i,j} = \dfrac{\text{cyfanswm rhes } i \times \text{cyfanswm colofn } j}{\text{maint y sampl}}$

$E_{1,1} = \dfrac{108 \times 71}{664}$

$E_{1,1} = \dfrac{1917}{166}$

$E_{1,1} = 11.55$ i 2 le degol

c) Cyfraniadau χ^2: $\dfrac{(\text{Amlder} - \text{Amlder Disgwyliedig})^2}{\text{Amlder Disgwyliedig}}$

$m = \dfrac{(32 - 24.23)^2}{24.23}$

$m = 2.4916591$

$n = \dfrac{(5 - 9.20)^2}{9.20}$

$n = 1.917391304$

ch) i) Cafodd y cyfraniadau χ^2 eu hadio i gael 19.61301.

ii) Mae'r cyfraniadau mwyaf yn y golofn 'Llai na 5 TGAU'. Mae hyn yn dangos bod mwy na'r disgwyl yn y categori 'Llai na £20,000' a llai na'r disgwyl yn y categori 'Mwy na £60,000'.

d) Mae'r gwerth-p yn llai na 0.05 sy'n awgrymu bod cysylltiad rhwng y lefel uchaf o addysg wedi'i chyrraedd a'r cyflog sy'n cael ei ennill.
(Mae hyn ar lefel arwyddocâd 5%.)

Uned 2 Pellach – Haf 2018

7) a) $\Sigma x = 46.2$ $\Sigma y = 898$
$S_{xx} = 3.48$ $S_{xy} = 49.45$ $S_{yy} = 1437.714$
$n = 14$

Hafaliad y llinell atchwel sgwariau lleiaf:
$y = a + bx$

$b = \dfrac{S_{xy}}{S_{xx}}$

$b = \dfrac{49.45}{3.48}$

$b = 14.20977011$

$a = \bar{y} - b\bar{x}$

$a = \dfrac{898}{14} - 14.20977011 \times \dfrac{46.2}{14}$

$a = 17.2506157 6$

Felly $y = 17.251 + 14.210x$ i 3 lle degol

b) Mae 90 tu allan i amrediad y data sydd wedi'i gasglu.

Nid yw'n bosib ail-drefnu'r llinell atchwel i roi x; mae'n rhaid cyfrifo hafaliad atchwel x yn nhermau y, h.y. $x = a + by$ gan ddefnyddio $b = \dfrac{S_{xy}}{S_{yy}}$ ag $a = \bar{x} - b\bar{y}$.